

複数のフェロモングラフを用いたACOによる制約充足問題の解法

Ant Colony Optimization with Multi-Pheromone for Solving Constraint Satisfaction Problems

増金拓弥 *1

Takuya Masukane

水野一徳 *1

Kazunori Mizuno

*1 拓殖大学工学部情報工学科

Department of Computer Science, Faculty of Engineerig, Takushoku University

To solve large-scale constraint satisfaction problems, CSPs, ant colony optimization, ACO, based meta-heuristics has been effective. However, the naive ACO based method is sometimes inefficient because the method has only single pheromone trails. In this paper, we propose an ant optimization based meta-heuristics with multi pheromone trails. Artificial ants construct candidate assignments by referring several pheromone trail graphs to solve CSP instances. We also implement the proposed model to some ACO based methods and demonstrate how our method is effective for solving graph coloring problems that is one of typical examples of CSPs.

1. はじめに

制約充足問題 (Constraint Satisfaction Problem: CSP) とは、離散値をとるいくつかの変数について、全ての制約を満たすような値の組合せを探索によって発見する問題である。CSP は設計や計画問題などをはじめ、人工知能分野やパターン処理分野などの広い分野にわたって応用されている基盤的技術である。

大規模な CSP を解く際、網羅的に探索していたのではその状態空間の広さゆえに、実用的な時間内に解を見つけることは難しい。そのため近年では、ランダムに生成した初期解に対して改良を加えていくことで、最適解やその近似解を高速で発見しようとするアルゴリズムについての研究が盛んに行われている [1, 9, 10, 13, 14]。このようなアルゴリズムはヒューリスティクス、特に特定の問題に依存しないものはメタヒューリスティクスと呼ばれている。現在では蟻コロニー最適化 (Ant Colony Optimization: ACO)、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA)、焼きなまし法 (Simulated Annealing) などが提案されており、いずれもその有効性が実験的に示されている。

Ant Colony Optimization (ACO) は、蟻のフェロモンコミュニケーションをモデル化したメタヒューリスティクスであり、巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem: TSP)、グラフ彩色問題 (Graph Coloring Problem: COL)、車両配送問題 (Vehicle Routing Problem: VRP) など多くの組合せ最適化問題や制約充足問題に有効な手法として取り入れられている [1, 2, 4, 5, 6]。Ant System (AS) は ACO を基本とした初期のアルゴリズムであり、cunning Ant System (cAS) など多くの改良型アルゴリズムが提案されている。

ACO は集団の中で最も評価の高い解候補を用いて更新されるフェロモンと制約違反を参考にして解を生成していくアルゴリズムである。探索の初期ではフェロモンの偏りは小さく、ほとんど制約違反に頼った解生成をおこなっている。すなわち、フェロモンはほとんど解生成に寄与していない。よって、フェロモンがほとんど均一であるような期間を短くすることで、探索の効率化を図ることができると考えられる。

そこで本研究では、複数のフェロモンを解候補生成の際の参考にするモデルを提案する。また、提案モデルを従来手法に適用し、実験によってその有効性を示す。

2. 研究分野の概要

2.1 グラフ彩色問題 (COL)

グラフ彩色問題とは、無向グラフの隣接する頂点が同じ色にならないように全ての頂点を彩色する問題である。特に頂点を3色で塗り分ける COL は 3COL と呼ばれ、制約充足問題の代表的な問題としてアルゴリズムの評価にしばしば用いられる [10, 11, 15]。3COL において、制約密度 d を頂点数 n 、辺数 c を用いて $d = c/n$ と定義した場合、 $d = 2.3 \sim 2.4$ の領域は相転移領域 [3, 8, 11] と呼ばれ、難しい問題が集中していることが分かっている [8, 10, 11]。本研究ではこの 3COL の相転移領域付近を対象とする。

2.2 Ant Colony Optimization (ACO)

ACO は、蟻の採餌におけるフェロモン軌跡の機能をモデル化したメタヒューリスティクスである [6]。また、Ant System (AS) は ACO をモデル化した探索アルゴリズムである [4, 5]。AS では、蟻 1 匹が 1 つの解候補を持つ。各蟻の解候補 A について、未割当ての変数 (頂点) の中からランダムに選ばれた変数 x_j に対して値 (色) v をフェロモン量と制約違反の増加数から得られる確率 $p_A(<x_j, v>)$ によって割当てる。本研究では $p_A(<x_j, v>)$ を以下のように定義する。

$$p_A(<x_j, v>) = \frac{[\tau_A(<x_j, v>)]^\alpha [\eta_A(<x_j, v>)]^\beta}{\sum_{w \in D_j} [\tau_A(<x_j, w>)]^\alpha [\eta_A(<x_j, w>)]^\beta},$$

$$\tau_A(<x_j, v>) = \sum_{<x_k, u> \in A} \tau(<x_k, u>, <x_j, v>),$$

$$\eta_A(<x_j, v>) = \frac{1}{1 + \text{conf}(\{<x_j, v>\} \cup A) - \text{conf}(A)}$$

ただし、 $\tau(<x_k, u>, <x_j, v>)$ は “値 u を割り当てた変数 x_k ” と “値 v を割り当てた変数 x_j ” 間に溜まっているフェロモンの量を、 $\text{conf}(A)$ は解候補 A の制約違反数をそれぞれ表している。また、 α と β はそれぞれフェロモンと制約違反を重視する重みを表している。このような割当てを、集団を構成

連絡先: 増金拓弥, 拓殖大学工学部情報工学科,
東京都八王子市館町 815-1,
042-665-0519, phsl.masukane@gmail.com

する全ての蟻の各変数に対して行う。その後、集団内で最も評価の高い解候補を用いてフェロモングラフを更新する。以下にフェロモンの更新式を示す。

$$\tau(\langle x_i, u \rangle, \langle x_j, v \rangle) = (1 - \rho) \times \tau(\langle x_i, u \rangle, \langle x_j, v \rangle) + \Delta\tau$$

$$\Delta\tau = \begin{cases} \frac{1}{\text{conf}(A_{best})}, & (\langle x_i, u \rangle, \langle x_j, v \rangle) \in A_{best} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ただし、 ρ はフェロモンの蒸発率、 A_{best} は集団内で最も評価の高い解候補を表している。

2.3 cunning Ant System

AS では各世代の初めに全ての解候補を初期化し、新たに解候補の生成を行う。しかしこれでは、解生成に時間がかかってしまう。また、前の世代の有望な部分解を利用することができない。cAS とは、解候補に値を割当てる前に、前の世代の蟻 (ドナーアント, donor ant: d-ant) から割当てを部分的に継承するエージェント (カニングアント, cunning ant: c-ant) を導入したアルゴリズムである [16]。cAS は CSP にも適用されており、その有効性が実験的に示されている [7, 12]。本研究ではこの cAS も提案手法の比較対象として用いる。

3. 提案手法

3.1 基本方針

AS や cAS ではフェロモンと制約違反をもとに解候補を生成する。しかし、探索初期はフェロモン量がほとんど均一であるため、フェロモンは初期の解探索に貢献しづらい。本研究では従来のフェロモングラフとは別に、新たにもう 1 つのフェロモングラフを用いる。これを“ネガティブフェロモングラフ”とし、集団内で最も評価の低い解候補を用いて更新させる。これら 2 種類のフェロモングラフをもとに解候補を生成することで、従来の手法よりも早く解集団を最適解に近づけることを目的としている。本研究の基本方針は以下の 3 点である。

- 通常のフェロモングラフに加え、ネガティブフェロモングラフを生成する。
- 各蟻はこれらの 2 種類のフェロモンと制約違反数をもとに解候補を生成する。
- 各世代の最後に、集団内の最良解と最悪解を用いてそれぞれのフェロモングラフを更新する。

提案モデルを AS に適用したアルゴリズム (Ant System with Negative Pheromone: ASNEP) を図 1 に示す。以下の節では提案アルゴリズムの“解候補生成”(3.2 節)と“ネガティブフェロモンの更新”(3.3 節)について説明する。

3.2 解候補生成

本研究では各変数に値を割当てる際、2 種類のフェロモンを考慮した確率を用いる。以下に本研究で用いる値割当ての確率 $p_A(\langle x_j, v \rangle)$ の定義を示す。

$$p_A(\langle x_j, v \rangle) = \frac{\frac{\tau_A(\langle x_j, v \rangle)^{\alpha_u} \eta_A(\langle x_j, v \rangle)^\beta}{N \tau_A(\langle x_j, v \rangle)^{\alpha_n}}}{\sum_{w \in D} \frac{\tau_A(\langle x_j, w \rangle)^{\alpha_u} \eta_A(\langle x_j, w \rangle)^\beta}{N \tau_A(\langle x_j, w \rangle)^{\alpha_n}}},$$

$$N \tau_A(\langle x_j, v \rangle) = \sum_{\langle x_k, u \rangle \in A} N \tau(\langle x_k, u \rangle, \langle x_j, v \rangle),$$

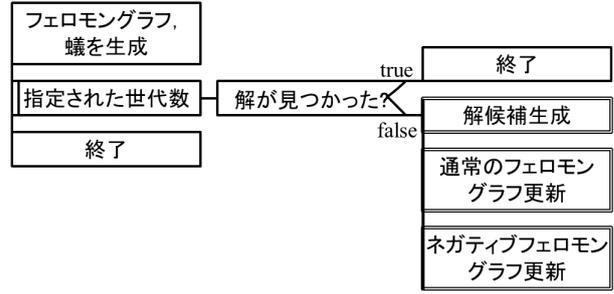


図 1: 提案するアルゴリズム

ただし、 $N\tau(\langle x_k, u \rangle, \langle x_j, v \rangle)$ は“値 u を割り当てた変数 x_k ”と“値 v を割り当てた変数 x_j ”間に溜まっているネガティブフェロモンの量を表している。また、 α_u と α_n はそれぞれ通常のフェロモンとネガティブフェロモンの重みを表している。この確率式により、蟻は解を生成する際に通常のフェロモンが溜まっているほどその値を選びやすく、ネガティブフェロモンが溜まっているほどその値を選びにくくなっている。

3.3 フェロモン更新

本研究で用いる手法では、従来手法と同様、各世代の最後にフェロモングラフの更新が行われる。ここでは 2 種類のフェロモンを用いているが、通常のフェロモングラフの更新については 2.2 節で述べた通りとする。以下にネガティブフェロモングラフの更新式を示す。

$$N\tau(\langle x_i, u \rangle, \langle x_j, v \rangle) = (1 - \rho) \times N\tau(\langle x_i, u \rangle, \langle x_j, v \rangle) + \Delta N\tau$$

$$\Delta N\tau = \begin{cases} \text{conf}(A_{worst}), & (\langle x_i, u \rangle, \langle x_j, v \rangle) \in A_{worst} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ただし、 A_{worst} は集団内で最も評価の低い解候補を表している。

4. 評価実験

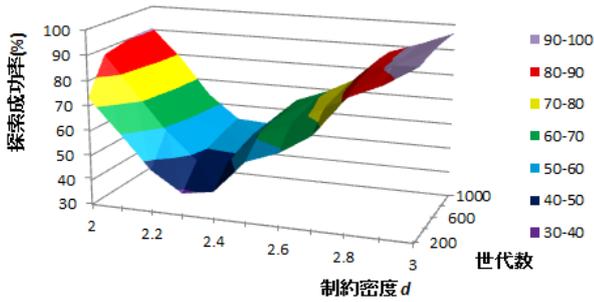
4.1 実験条件

本手法の性能を評価するために実験を試みた。ここでは頂点数 $n = 100$ である 3COL を、制約密度 $d = 2.0 \sim 3.0$ の範囲で 0.1 毎に 11 のケースに対して、それぞれランダムに 100 問生成した。ここで生成した問題は全て可解なものである。本手法のパラメータは、蟻の数を 50、フェロモンの重み $\alpha = \alpha_u = \alpha_n = 1.0$ 、制約違反の重み $\beta = 5.0$ 、フェロモンの蒸発率 $\rho = 0.1\%$ とした。これらの条件に加え、蟻の最大世代数を 200, 400, 600, 800, 1000 と変化させた場合における AS, cAS, ASNEP, cASNEP (cAS に提案モデルを適用したもの) の 4 つの手法を比較した。

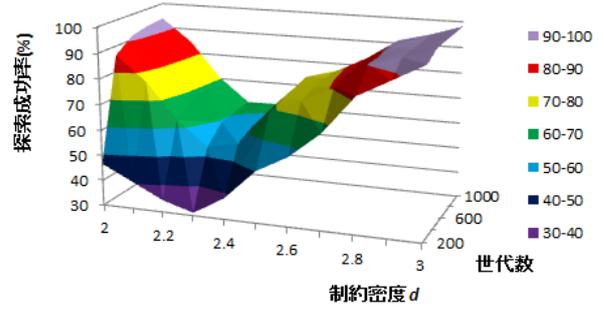
なお、実験には PC/AT 互換機 (CPU: Intel Core i7 880 3.07GHz, RAM: 4GByte) を使用し、プログラムはすべて Java 言語で記述した。

4.2 実験結果

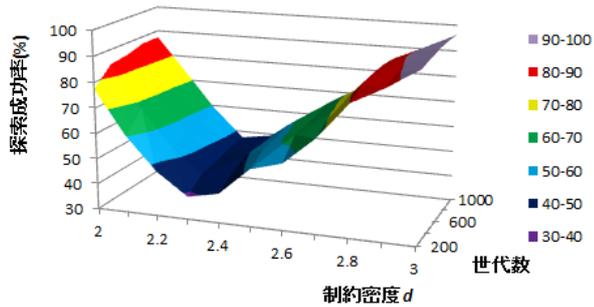
図 2 および図 3 はそれぞれ、生成した問題について 50 回ずつ AS, cAS, ASNEP, cASNEP を実行した際の探索成功率 (解を発見できた割合) を表している。また、図 4 および図 5 は



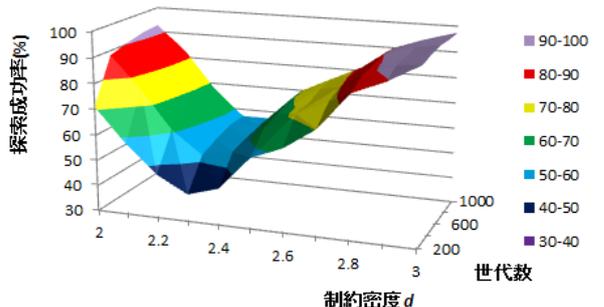
(a) AS の探索成功率



(a) ASNEP の探索成功率



(b) cAS の探索成功率



(b) cASNEP の探索成功率

図 2: 従来手法の探索成功率

図 3: 提案手法の探索成功率

それぞれ、AS、cAS、ASNEP、cASNEP によって解が発見できた場合における蟻の世代数の平均 (かかった探索コスト) を表している。まず図 2 と図 3 について、 $d = 2.3 \sim 2.4$ の領域で相転移による探索成功率の減少が見られる。また図 4 と図 5 から、 $d = 2.3 \sim 2.4$ の領域で相転移によって探索コストが増加していることが分かる。次に、図 4.a と図 4.b、図 5.a と図 5.b の比較から、カニングアントの導入によって少ない探索コストで解を発見できることがわかる。そして図 2.a と図 3.a、図 2.b と図 3.b の比較より、探索コストが少ないうちは提案手法は従来手法に探索成功率という点で劣っている。しかしながら、探索コストを増やしていくにつれて、提案手法の探索成功率は急激に上昇し、従来手法を上回っている。また、図 4.a と図 5.a、図 4.b と図 5.b を比較することで、提案手法は従来手法に比べて探索に多くのコストがかかっていることがわかる。

4.3 考察

4.2 節より、従来手法は解発見率が低く、平均探索コストが小さい。これは、難しい問題が集中している相転移領域周辺の問題の中でも、従来手法は比較的簡単な問題しか解くことができないためであると考えられる。これに対して提案手法は解発見率が高く、平均探索コストが大きい。このことから提案モデルを用いることで、必要とする探索コストが全体的に増加するものの、与えるコストに対する解成功率の分散が小さくなることが予想される。よって相転移領域周辺の問題に対して、提案手法は従来手法と比べて安定して解を求めることができる手法であることがいえる。

5. おわりに

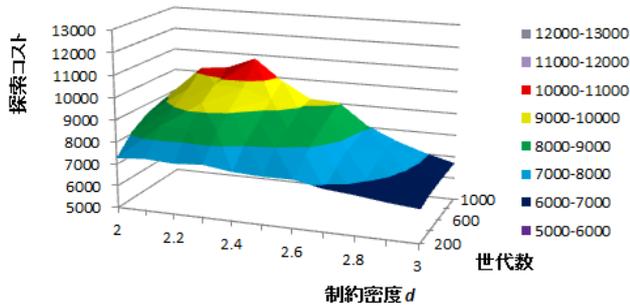
本研究では、ACO における蟻の解候補生成の際に複数種類のフェロモンを値割当ての参考にするモデルを提案した。これは、最良解を用いて更新する通常のフェロモングラフとは別に、最悪解を用いて更新するネガティブフェロモングラフを生成し、これら 2 つのフェロモングラフを解生成に用いるものである。この提案モデルを従来手法と比較し、複数種類のフェロモンが解発見率の向上に寄与することを実験的に示した。

本研究の今後の課題として、以下のものが挙げられる。

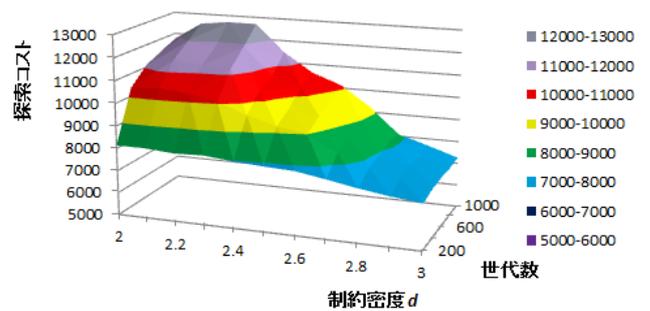
- より良いパラメータセットを発見するための実験を行う。
- 他のメタヒューリスティクスと提案手法を比較し、提案手法を評価する。

参考文献

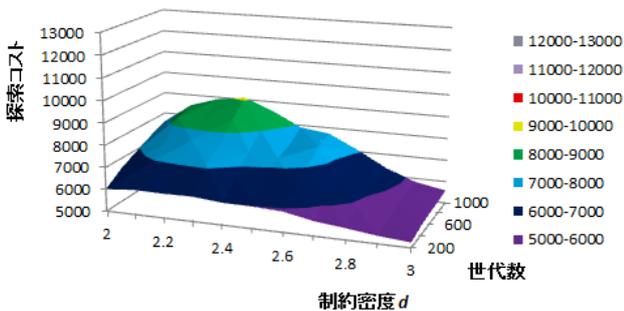
- [1] Bell, J. E. and McMullen, P. R.: Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem, *Advanced Engineering Informatics*, Vol. 18(1), pp. 41–48 (2004).
- [2] Bui, T. N., Nguyen, T. H., Petal, C. M., Phan, K. T.: An ant-based algorithm for coloring graphs, *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 156, pp. 190–200 (2008).
- [3] Cheeseman, P., Kanelfy, B., Walsh, T.: Where the really hard problems are, *Proc. IJCAI'91*, pp. 331–337 (1991).



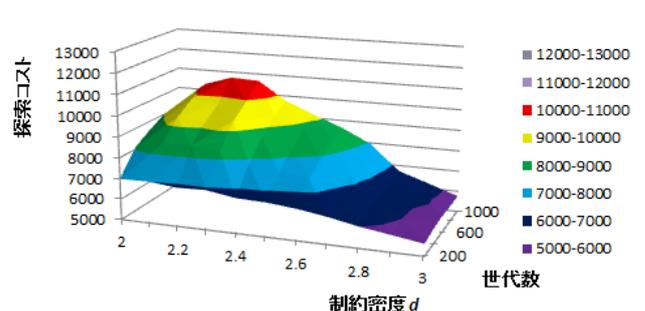
(a) AS の平均世代数



(a) ASNEP の平均世代数



(b) cAS の平均世代数



(b) cASNEP の平均世代数

図 4: 従来手法の平均世代数

図 5: 提案手法の平均世代数

- [4] Dorigo, M., Di Caro, G.: The Ant Colony Optimization meta-heuristic, *New Ideas in Optimization*, pp. 11–32 (1996).
- [5] Dorigo, M., et. al.: The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents, *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics - Part B*, Vol. 26, pp. 26–41 (1996).
- [6] Dorigo, M. and Di Caro, G.: The Ant Colony Optimization Meta-Heuristics, *New Ideas in Optimization*, pp. 11–32 (1999).
- [7] Hayakawa, D., Mizuno, K., Sasaki, H. and Nishihara, S.: Solving Constraint Satisfaction Problems by A Population Based Cunning Ant System, *The 2012 International Conf. on Technologies and Applications of Artificial Intelligence (TAAI2012)*, pp. 205–210 (2012).
- [8] Hogg, T., Huberman, B. A., Williams, C. P.: Phase transition and search problem, *Artificial Intelligence*, Vol. 81, pp. 1–16 (1996).
- [9] Minton, S., et. al.: Minimizing conflicts: a heuristic repair method for constraint satisfaction and scheduling problems, *Artificial Intelligence*, Vol. 58, pp. 161–205 (1992).
- [10] Mizuno, K. Nishihara, S., et. al.: Population migration: a meta-heuristics for stochastic approaches to constraint satisfaction problems, *Informatica*, Vol. 25, pp. 421–429 (2001).
- [11] Mizuno, K. Nishihara, S.: Constructive generation of very hard 3-colorability instances, *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 156(2), pp. 218–229 (2008).
- [12] Mizuno, K., Hayakawa, D., Sasaki, H., and Nishihara, S.: Solving Constraint Satisfaction Problems by ACO with Cunning Ants, *The 2011 Conf. on Technologies and Applications of Artificial Intelligence (TAAI2011)* (2011).
- [13] Morris, P.: The Breakout Method for Escaping From Local Minima, *Proc. AAAI'93*, pp. 40–45 (1993).
- [14] Solnon, C.: Ants can solve constraint satisfaction problems, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, pp. 347–357 (2002).
- [15] Tayarani-N, M. H. and Prugel-Bennett, A.: Anatomy of the fitness landscape for dense graph-colouring problem, *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol. 22, pp. 47–65 (2015).
- [16] Tsutsui, S.: cAS: Ant Colony Optimization with Cunning Ants, *Proc. of the 9th Int. Conf. on Parallel Problem Solving from Nature (PPSN IX)*, pp. 162–171 (2006).