

## 稀少性仮定の下での非独立性の判断としての人間の観察的因果推論

## Observational Causal Induction as Independence Test Under Rarity Assumption

高橋 達二 \*<sup>1</sup>      大用 庫智 \*<sup>2</sup>      玉造 晃弘 \*<sup>3</sup>      横川 純貴 \*<sup>1</sup>  
 Takahashi, Tatsuji      Oyo, Kuratomo      Tamatsukuri, Akihiro      Yokokawa, Junki

\*<sup>1</sup>東京電機大学 理工学部

School of Science and Engineering, Tokyo Denki University

\*<sup>2</sup>関西学院大学 総合政策学部

School of Policy Studies, Kwansai Gakuin University

\*<sup>3</sup>製品評価技術基盤機構

National Institute of Technology and Evaluation

Causal induction in the form of judging whether there is a causal relationship to an effect in focus from a candidate cause is a basis for prediction, control, explanation, learning and adaptation in the uncertain world. This study deals with its simplest setting and propose a new computational theoretical framework under rarity of the cause and effect.

## 1. はじめに

因果関係はヒューム以来の哲学的な難問であるが、この問題を扱える理論が近年整備されてきた [Pearl 00]. 因果関係は、直接観察できず、不確実性の下で内部観測者が推論により構築するしかない、危ういものであるにも関わらず、人間を含む動物は、因果関係を推論・利用し、学習・修正することで、未来の予測、環境の操作、原因の診断、理由の説明を行い、環境へと適応してきた。因果関係の扱いは知能を持ち学習し自律的に動作できるシステムの開発にとっても、重要性が高い。そもそも、汎用人工知能の可能性を議論し、自律的な行動、判断、学習を行うロボットが人間と並んで活動していくという事を考えるならば、ロボットが直面する問題も「人間並み」となる。ロボットが人間同様の問題の解き方をする必要は全くないが、同じ問題を、「人間並み」に解かなければならない場面が今後増えてくるということには備える必要があるであろう。人間の推論パフォーマンスが、人間がタスクの適切な因果モデルを持っているか否かに依存することを考えると [Chater 06], 因果推論はこの方向でも重要性が高いと言える。

本研究では、先行研究である [Hattori 07] を批判的に検討し、それを乗り越える形で、従来因果推論研究と縁が遠いとされてきた推論心理学の研究と条件文の理論を援用し、新しい因果推論の理論的枠組みとモデルを提出する。

## 2. 因果帰納

## 2.1 因果帰納の二段階理論

本研究は大枠として因果帰納の二段階理論 [Hattori 07] を採用する。この理論によれば、無数の要因や結果事象に溢れている現実的な環境における人間の因果推論においては、まず観察により、関係の強い原因候補事象と結果事象の組、あるいは、着目する事象を決めて関連の深い原因候補事象の、無数の候補の中からの絞り込みが行われる。しかし観察のみでは、相関と因果を区別できず、相関は因果を意味しない。ただし多くの場合には因果は相関を意味するため、相関関係のピックアップがこの第一の段階である観察ステージの目的となる。次に来

連絡先: 高橋達二, 東京電機大学理工学部, 350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂, 049-296-5416, tatsujit@mail.dendai.ac.jp

るのが介入ステージ, すなわち絞り込んだ原因候補事象が実際に結果事象を引き起こしているのかを実際に実験的に検討する第二の段階であるが、このように観察と介入を順に配置することで、多大なコストのかかる介入・実験の必要性を絞ることが期待されている。因果帰納の心理学での先行研究では、観察と介入の二段階のモデルのレベルでの区別は、[Hattori 07] や [Hattori ed] を除くと曖昧である。

## 2.2 一原因候補・一結果の間の因果帰納とそのモデル

事象  $C$  と  $E$  の共起情報 (表 1 にある 4 種類の頻度) から、 $C$  から  $E$  への因果関係の強度を形成するのが、本研究で扱うモデルと実験の枠組みである。観察段階のモデルを扱うので、この表の上での (四分点) 相関係数  $\phi$  が基本となる:

$$\phi = \frac{P(C, E)P(\neg C, \neg E) - P(C, \neg E)P(\neg C, E)}{\sqrt{P(C)P(\neg C)P(E)P(\neg E)}}. \quad (1)$$

因果帰納のモデルとして最も代表的なのは、原因が生じたことが結果の生起確率をどれだけ上げるか、の  $\Delta P$  モデル

$$\Delta P = P(E|C) - P(E|\neg C) = \frac{N(C, E)}{N(C)} - \frac{N(\neg C, E)}{N(\neg C)} \quad (2)$$

であり、これは例えば投薬群 ( $C$ ) とプラセボ群 ( $\neg C$ ) における症状の軽減 ( $E$ ) の確率の差を見るもので、科学実験の基礎的な考え方を体現している。また、相関係数との関係として  $\Delta P^\dagger = P(C|E) - P(C|\neg E)$  とすると  $\phi = \sqrt{\Delta P \cdot \Delta P^\dagger}$  が成り立つことから分かるように、 $\Delta P$  は  $C$  から  $E$  への回帰係数である。しかし、人間の因果帰納のデータに全く合わない (無相関となる) ような頻度の組もデザインできる (例えば表 2 の HO07.2 と W03.2)。 $\Delta P$  は、合理的 (「規範的」) なモデルでありながら人間の振る舞いを予測・記述しない (「記述的」でない)。

表 1: The  $2 \times 2$  contingency table for elemental causal induction

	effect ( $E$ )	no effect ( $\neg E$ )	周辺頻度
cause ( $C$ )	$N(C, E)$	$N(C, \neg E)$	$N(C)$
no cause ( $\neg C$ )	$N(\neg C, E)$	$N(\neg C, \neg E)$	$N(\neg C)$
周辺頻度	$N(E)$	$N(\neg E)$	$N(\Omega)$

記述的モデルを目して導入されたのが二要因ヒューリスティクス (DFH) である。これは、原因から結果の予測可能性  $P(E|C)$  と、その逆向き、結果から原因の診断可能性  $P(C|E)$  の幾何平均であり、両者が共に高いときのみ、人間が因果関係を強く感じると予測する。

$$\text{DFH} = \sqrt{P(E|C)P(C|E)} = \frac{N(C, E)}{\sqrt{N(C)N(E)}} \quad (3)$$

このモデルの合理性の根拠としては、表 1 上の  $C$  と  $E$  の相関係数  $\phi$  に対して、 $P(C)$  と  $P(E)$  を 0 に、あるいは  $N(-C, -E)$  を無限大に発散させた極限であることが挙げられている [Hattori 07]。

主著者らが提案したモデルは pARIs (proportion of assumed-to-be rare instances) というもので [Takahashi 10], DFH と似ているがより単純である。

$$\text{pARIs} = P(C \wedge E|C \vee E) = \frac{N(C, E)}{N(C \vee E)} \quad (4)$$

### 2.3 因果帰納の計算論的分析

[Hattori 07] の研究は後続する Lu らの研究 [Lu 08] において執拗に批判されており、批判のポイントは DFH の合理性と適用範囲についてであるため、ここで合理性の基準である計算論的分析、観察的因果帰納において何がゴールでありどのような量が計算されるべきか、の考察を行う。

観察段階での因果帰納の目的は、因果関係のありそうな事象対のピックアップであり、相関の高いペアへの着目と相関の低いペアのふり落としが重要である。式 1 の相関係数自体は 2,3,4 との比較でも分かるように相対的に計算コストが高いだけでなく、そもそも  $-C \wedge -E$  ケースの定義の不定性という問題があり、科学実験の結果のような良く統制された場合にしか係数が計算できないため、観察段階では使える場合が非常に限られる [高橋 14]。

介入・実験以前の観察段階でできるのは、ありそうな環境の構造 (確率分布の形を含む) を前提として組み込んだ形での効率的な相関係数の近似である。相関関係は正と負の場合があるが、どちらの場合にも因果関係はありえるため、むしろ無相関 (相関係数がゼロ) であるかどうか、つまり  $C$  と  $E$  が独立であるかどうか、を見ることができる。我々はこの  $C$  と  $E$  の独立性の速やかな検定をゴールと考える。

### 2.4 (極) 稀少性仮定

DFH の導出で用いられたのは、 $C$  と  $E$  の生起確率が極めて小さいという仮定、稀少性仮定であった。これは高次認知の確率論的モデリングで極めて良く用いられるもので、我々が因果関係に関して着目する事象は、その生起が不生起よりも稀である、という一種の事前知識 prior であり、最も緩い形では  $P(C) < .5$ 、最も極端な形 (極稀少性仮定) は  $P(C) \rightarrow 0$  として表現される。

### 2.5 極稀少性仮定の下での統計的独立性

$C$  と  $E$  が独立ならば、以下の三式が等しいこととなる：

$$P(C, E) = P(C)P(E) = P(C|E)P(E|C). \quad (5)$$

左側の等式は独立性の定義から、右側も  $P(E), P(C) > 0$  であれば定義である。この式 5 は頻度では

$$\frac{N(C, E)}{N(\Omega)} = \frac{N(C)}{N(\Omega)} \cdot \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{N(C, E)}{N(E)} \cdot \frac{N(C, E)}{N(C)}. \quad (6)$$

となる。極稀少性仮定  $N(-C, -E) \rightarrow \infty$  の下では、第一と第二の式が分母  $N(\Omega)$  の発散のため 0 に収束する一方で、条件付き確率の積である第三式はこの極限操作で不変である。ここで独立性が等号で定義されることを思い返せば、第三式が 0 に近いほど、 $C$  と  $E$  が独立に近いと言え、逆に第三式が 0 から遠く、大きいほど、 $C$  と  $E$  はなんらかの非独立性を持つこととなる。第三式は DFH の自乗であり、 $\lim_{N(-C, -E) \rightarrow \infty} \phi^2 = P(E|C)P(C|E)$  が成り立つので、こちらは決定係数の極限形である。他方  $\Delta P$  は極稀少性仮定の下では第二項の  $P(E|-C)$  が消え、第一項の  $P(E|C)$  だけが残る。 $P(E|C)$  は [Hattori 07] のモデル 12 ( $C$ ) としてフィットが計算され、データとの相関が低く、時に全く無相関となる実験もあることが示されている。

この非独立性の指標としての  $P(E|C)P(C|E)$  という観点から言えば、DFH はその平方根であり、以下示すように pARIs は単一の条件付き確率の形式の中での  $P(E|C)P(C|E)$  の近似と見ることができ (母集団相関係数の小サンプル下での近似シミュレーションについては [高橋 14])。また、近似である pARIs には、 $P(E|C)P(C|E)$  と DFH が  $\phi$  から引き継ぐ計算可能性の問題 [高橋 14] が発生しないという大きな利点がある。pARIs は特に小サンプルからの因果関係のピックアップにおいて、指標として使える場合が遥かに多く、新しい共起情報を受け取った際のアップデートも単純であり、また [Hattori 07] で行われた、環境の構造を加味した上での合理性の分析 (「合理分析」) としてのシミュレーションにおいて、収束の遅い DFH と分散の大きい  $\Delta P$  に対して、pARIs は収束が速く分散も小さく、その意味で既存のトレードオフを破ると言えることが示されている [高橋 14]。

### 2.6 極稀少性仮定の下での pARIs と DFH

極稀少性仮定の下で求められる振る舞いは、式 6 に関して議論したように、 $C$  と  $E$  が独立ならばある値を、非独立性が強ければ別の値を取ることである。この点について、pARIs は以下のように、 $C$  と  $E$  が独立ならば、 $P(C)$  と  $P(E)$  が小さければ 0 となり、大きければ 1 となるため、極稀少性の下では 0 となる。

$$\text{pARIs} = \frac{P(C)P(E)}{P(C) + P(E) - P(C)P(E)} \quad (7)$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{P(E)} + \frac{1}{P(C)} - 1}. \quad (8)$$

同様に DFH も、独立性が成立する場合

$$\text{DFH} = \frac{P(C)P(E)}{\sqrt{P(C)P(E)}} = \sqrt{P(C)P(E)}. \quad (9)$$

となり、同様の性質を持つ。

類似した簡単な計算によって、pARIs も DFH も、 $P(E|C) = P(C|E) = 0$  ( $P(E|C) = P(C|E) = 1$ ) が成立するとき、値が 0 (1) となることも示せる。pARIs と DFH の振る舞いの違いは、この二つの極値、0 と 1 の間をどのように繋ぐかである。これについては以下のように、常に  $\text{pARIs} \leq \text{DFH}$  となることが示せる。 $P(C)$  と  $P(E)$  の大きい方を  $L$  として、 $P(C)P(E) \leq L^2$  であり  $\sqrt{P(C)P(E)} \leq L$  も言えるため、

$$\frac{\text{DFH}}{\text{pARIs}} = \frac{P(C) + P(E) - P(C, E)}{\sqrt{P(C)P(E)}} \quad (10)$$

$$\geq \frac{P(C) + P(E) - P(C, E)}{L} \geq 1 \quad (11)$$

すなわち、pARIsの方がDFHよりも保守的あるいは慎重で、相関係数がより高い、あるいは非独立性がより強くなければ高い値を取らない [高橋 14]。

### 3. メタアナリシス

pARIsとDFHの記述的性能の比較のため、Hattori & Oaksford (2007)[Hattori 07]のメタアナリシスの追試を行った\*1。このメタアナリシスは、過去に行われた人間を参加者とする因果帰納の実験(因果性, 相関, あるいは偶発的関連性 contingency)の中から, 次の4つの条件に合うものを選んで行われたものである: (1) それぞれただ一つの原因候補と注目する結果のみが提示され; (2) 主観的な関係の強さが(ほぼ)連続的な値として判断され; (3) 実験家が決定した頻度に従って, 原因候補と結果が逐次的に提示され; (4) タスクは, 原因の生起が結果の生起を抑制する抑制原因でなく生起が生起を促進する生成原因を扱うものである。このうち最後の生成原因の条件は  $N(C, E)N(-C, -E) > N(C, -E)N(-C, E)$  と定義され, これは  $\phi > 0$  や  $\Delta P > 0$  と同値である。

Hattori & Oaksfordは, 彼らのDFHモデル(パラメータ無し)が, 他のパラメータ無しモデルの33個とパラメータ付モデルの7個と比較して, 最も優れたフィットを見せることを示した。これについて, パラメータ無しモデルの比較の方にpARIsを追加して, DFHや $\Delta P$ の結果と比較したものを表2に示す。pARIsは, DFHよりも更に単純な形式を持ちながら, 実験AS95を除いて, 相関はより高く, また誤差は小さく, さらに, 特にW03.2の結果でも見られるように, より安定したフィットを見せている。相関係数を, Fisherの $z$ -変換を用い, かつ重みづけしてまとめた結果が $r^2$ である。唯一DFHがpARIsよりもフィットにおいて勝っている実験AS95では, 40人の学生参加者全員が, 他実験より並外れて多い全80の刺激に対して回答しており, 練習セッション二回の後に一時間かけて8実験の全刺激の合計143のうち半数以上を占めるAS95を除いた結果が表2の最後の二列にあるが, この場合はpARIsがDFHよりも優れている。

パラメータ付モデルの方では, pARIsをDFH同様, 切片と傾きを持つ $\beta_0 + \beta_1 \cdot \text{pARIs}$ として扱い, 表3に情報量基準AIC<sub>c</sub>とBICを示す。pARIsのAIC<sub>c</sub>値は, AS95とLS00を除いて, DFHを含めた9モデルよりも小さい。LS00についてはDFHと差がほぼなく, AS95には先述の特殊性がある。BICについてもAIC<sub>c</sub>と同様の傾向であり, pARIsは単純な分汎化可能性が高いことが示唆される。

以上から, pARIsの, 他のパラメータ無しモデルの33個とパラメータ付モデルの8個よりも優れた, DFHに勝るとも劣らないデータの説明力が示されている。

## 4. 議論

### 4.1 条件文と因果性の観点から

pARIsとDFH, そして $\Delta P$ を条件付き確率の使用の面から比較する。まず, 横川と高橋による実験では, 「 $p$ ならば $q$ , かつ $q$ ならば $p$ 」の形式の双条件文がpARIsと同じ意味を持つことが示されており [Baratgin et al.], 「因果双条件文」と人間の観察に於ける因果関係の直感の関係が予想される。双条件文との関係としては, 事前分布の形で「原因 $C$ ならば結果

$E$ 」(予測条件文)が成り立つだけでなく「結果 $E$ ならば原因 $C$ 」(診断条件文)も成り立つ場合つまり「因果双条件文」に対して, 人間は強い因果関係を感じる事が別研究で示唆されている [Lu 08]。Luらは人々が, 結果に対する原因がsparse(少数)かつstrong(決定的)であることをデフォルトで想定するとしている。診断可能性が高く, つまり結果から原因を特定しやすいのは原因が少数の場合であり, また, 予測可能性が高く, つまり原因があれば結果が起こりやすいと言えるならば原因は決定的である。実際, 多対一, 一対多, あるいは多対多でなく, 原因と結果の一対一対応こそが因果関係の典型であるとすれば, この「典型性」をシンプルに表現しているのが因果双条件文であるということが言える。

### 4.2 因果帰納モデルの比較

条件付き確率が, 推論心理学で言われるようにRamsey test「知識のストックに仮説的に $p$ を加え, それに基づいて $q$ について論じ,  $p$ が与えられているときの $q$ に対する信念の度合いを固める」で形成されるとするならば, そこにはそれなりの認知的コストが発生するはずである。この点に関し,  $\Delta P$ は二つの条件付き確率(命題として, 順と裏)を使用する\*2。DFHも二つの条件付き確率(同様に, 順と逆)を使用する。これらに比べて, pARIsあるいは双条件付確率は単なる一つの条件付き確率に過ぎないが, 順と逆の条件文の連言を考慮しており, 低コストな認知的判断, あるいはヒューリスティクスによる直感として, 心理学の知見とそれなりの整合性がある。

これはしかし, さらに複雑なベイズのモデルなどを認知モデルとして非現実的として除外するものではない。ただし, 脳でどのようなベイズの計算が可能かどうかについては, 視覚を除いてはまだ十分に議論できる段階ではないかもしれない。いずれにせよ, pARIsが単体の条件付き確率であり, 様々なモデルの中で最も単純な形式を持っていながら,  $\Delta P$ やDFHと同様の性質を持ち, (無向だが)因果グラフの構造(独立性)を考慮し, SSのようにsparseかつstrongな原因を好むという性質を持つというのは, 認知モデルとしては有利である。この点は, 特に今後, 複数・多数の原因候補のありうる $N$ 対一, あるいは $N$ 対 $N$ の形式の因果推論の研究で更に違いを生むと思われる。

### 4.3 不生起をいかにして数えるか

頻度情報の前提には生起のカウントがある。事象の生起を数えるのは易しいとして, 事象の不生起はどのように数えられるだろうか? 不生起の数え上げは時には不確定であり, well-definedでない場合もある。「キーを回す( $C$ )とエンジンがかかる( $E$ )」といった因果条件文を考えてみると, ありうる $2 \times 2 = 4$ 通りの結合事象において,  $C$ と $E$ がともに不生起の場合のみ, 数え方が明確でないことに気づくだろう。あなたはこれまでの人生で何度, 「キーを回さず, かつエンジンがかからなかった」場合を観測しただろうか? 無数に観測したとも言えるし, キーを回したりエンジンがかかったりといった出来事の「間」の数だけ観測したとも言えるし, 一度も観測したとは言えないかもしれない。

\*2  $\Delta P$ においては順命題が十分条件(原因ならば結果)を, 裏命題が必要条件(原因がなければ結果もない)を担っている。pARIsとDFHにおいては裏命題の代わりに逆命題(結果ならば原因)を用いており, 裏と逆は対偶の関係にあるが, 確率論理では同値にはならない。しかし, 分母に共通に $N(-C, E)$ を含むという意味で関連が深く, 特に $N(C, E)$ と $N(-C, -E)$ の値が近い場合や, あるいは $N(-C, -E)$ の値が不明の場合に $N(C, E)$ で代用する場合などは有用である。またいずれにせよ, 裏命題は極稀少性仮定の下では0となり消滅するので, 別の方法である種の「必要条件」を考慮することが必要であり, 逆命題はそのような手段を提供している。

\*1 [Hattori 07]のメタアナリシスには小さなミスがあり, 実験LS00の一つの刺激で刺激(28, 0, 21, 7)に対する参加者の平均が正しい65でなく34となっていた。これについて行った修正は決定係数の小数点以下2桁目まで影響を及ぼさず, 論旨にも影響がない。

表 2: The result of replication of meta-analysis in Hattori & Oaksford, 2007. The numbers in the cells in the rows of the models are the determination coefficient between the prediction of the models and the data.  $r^2$  is the weighted average with Fisher's  $z$ -transformation, and RMSE is the root mean square error.  $(r^2)'$  and  $RMSE'$  are the results excluding the AS95 experiment. The last row shows the number of stimuli, denoted by  $M$ , that is used for weighting in the  $r^2$ .

	AS95	BCC03.1	BCC03.3	HO07.1	HO07.2	LS00	W03.2	W03.6	$r^2$	RMSE	$(r^2)'$	$RMSE'$
pARIs	.89	.96	.94	.93	.99	.80	.78	.88	.90	9.44	.93	8.30
DFH	.91	.95	.91	.93	.96	.80	.69	.80	.91	12.16	.91	14.85
$\Delta P$	.78	.84	.70	.50	0	.77	0	NA	.72	17.73		
$M$	80	13	6	12	9	11	8	4	(143)	143	(63)	63

表 3: Generalizability (AIC<sub>c</sub> and BIC) for parametrized pARIs and DFH. The rank is mean rank order.

		AS95	BCC03.1	BCC03.3	HO07.1	HO07.2	LS00	W03.2	W03.6	rank
pARIs	AIC <sub>c</sub>	274.72	40.46	41.36	47.05	30.09	57.73	37.60		1.29
DFH	AIC <sub>c</sub>	259.28	44.15	43.57	47.31	38.18	57.71	40.49		1.71
pARIs	BIC	277.17	36.92	26.94	43.02	23.69	53.10	29.76	12.74	1.25
DFH	BIC	261.73	40.61	29.16	43.28	31.78	53.08	32.64	14.80	1.75

この  $\neg C \wedge \neg E$  の場合のカウントは、事象の時空間的なフレーミングに依存する。一日を 10 分間毎に 144 区間に分割し、それぞれの 10 分ごとに「キーを回さず、かつエンジンがかからなかった」、あるいはどちらか一方か両方が生じた、場合をカウントすることはできるし、条件を追加して、ドライバーが入れ替わり運転席に座ってから車を出るまでを一つの単位としても良いだろう。カウント自体は何らかのフレーミングによって可能となるが、無数のフレーミングが可能である。我々の日常的な因果判断において、そういったフレーミングが厳密に多義性なく行われている方が少ないであろう。 $\neg C \wedge \neg E$  の場合の単位を定義することが、基本事象への確率値への割当という意味での「確率モデル」の決定の必要条件であり、別言すれば、我々の日常的な因果判断が扱う確率モデルは well-defined ではない。フレーミングが厳密で一義的に決められるのは、科学的な実験など、厳しく統制された場合である。この統制自体が、世界や着目事象への介入あるいは介入の結果であると言ふべきであろう (Mike Oaksford, personal communication, 2017 年 2 月 13 日)。

#### 4.4 今後の課題

稀少性の下での独立性の検定としての観察的因果推論という理論的枠組みと pARIs というモデルを確立していくためには、今後多数の実験と精密な議論が必要である。実験としてはモデルの優位性を確立するためには、現在のようなメタアナリシスにおける誤差レベルの優劣でなく、pARIs と DFH の予測が分岐するような設定を行い、相対的な優位性に関して決着をつける必要がある。

また、そもそも本研究やこれまでの多数の先行研究が採用してきたパラダイムは、基本的な形式であるのは確かであると思われるものの、実際の因果帰納と比べて様々な面で単純化されたものである。生起情報に不確実性がある、たとえば  $C$  や  $E$  のどちらかあるいは両方が生じたか不生起だったのかが分からない、欠損データは、日々、科学でも日常でも扱っている [横川 14, 田中 15]。また、現実に我々が行う因果帰納においては原因候補が一つしかないということはむしろ稀であり、また一つの原因が複数の結果を引き起こすというのも一般的である。人工知能への応用を考えると、こういった一般化を通じて、理論的枠組みとモデルの両者を鍛えていく必要がある。

#### 参考文献

- [Baratgin ew] Baratgin, J., Politzer, G., Over, D. E., and Takahashi, T.: The Psychology of Uncertainty and Three-valued Truth Tables (manuscript under review)
- [Chater 06] Chater, N. and Oaksford, M.: Mental Mechanisms: Speculations on Human Causal Learning and Reasoning, in Fiedler, K. and Juslin, P. eds., *Information Sampling and Adaptive Cognition*, pp. 210–236, Cambridge University Press (2006)
- [Hattori 07] Hattori, M. and Oaksford, M.: Adaptive Non-Interventional Heuristics for Covariation Detection in Causal Induction: Model Comparison and Rational Analysis, *Cognitive Science*, Vol. 31, No. 5, pp. 765–814 (2007)
- [Hattori ed] Hattori, I., Hattori, M., Over, D. E., Takahashi, T., and Baratgin, J.: Dual frames for causal induction: The normative and the heuristic, *Thinking & Reasoning* (accepted)
- [Lu 08] Lu, H., Yuille, A. L., Liljeholm, M., Cheng, P. W., and Holyoak, K. J.: Bayesian Generic Priors for Causal Learning, *Psychological Review*, Vol. 115, No. 4, pp. 955–984 (2008)
- [Pearl 00] Pearl, J.: *Causality: Models, Reasoning, and Inference*, Cambridge University Press, New York, NY, USA (2000)
- [Takahashi 10] Takahashi, T., Kohno, Y., and Oyo, K.: in *Proc. of ICCS2010*, pp. 361–362 (2010)
- [横川 14] 横川 純貴, 高橋 達二: 情報処理学会第 76 回全国大会講演論文集, pp. 1T–6 (2014)
- [高橋 14] 高橋 達二, 大用 庫智: 日本認知科学学会第 31 回大会発表論文集, pp. 141–148 (2014)
- [田中 15] 田中 沈樹, 並木 尚也, 大用 庫智, 高橋 達二: 人工知能学会全国大会 (第 29 回) 予稿集, pp. 1E3–1in (2015)