

多チャンネル計測データにおけるノイズの確率的変分ベイズ推定

Stochastic Variational Inference of Noise in Multichannel Measurement Systems

藤井 恵介 蓮尾 昌裕
Keisuke Fujii Masahiro Hasuo

京都大学 工学研究科 機械理工学専攻

Department of Mechanical Engineering and Science, Graduate School of Engineering, Kyoto University, Kyoto, 615-8540, Japan

The manual uncertainty propagation from possible noise sources has been usually adopted for data analysis in many field of science, however, it is hardly possible to perfectly model all the noise sources and their properties. We propose more data-driven approach especially for multi-channel measurement systems. In this method, the noise distribution is modeled by tractable density distributions parameterized with neural networks. These parameters are learned from a lot of measurement data that contains the noise of the systems. We demonstrated this method for Thomson scattering measurement system and charge exchange spectroscopic system for fusion plasma experiment. The posterior distributions with the learned noise properties show much more detailed information than those with the manual noise propagation.

1. 研究背景

実験計測データは往々にして、複雑に分布する非線形なノイズを含んでいる。ノイズがガウス分布でないだけでなく、分布が別のパラメータに依存することも多い。例えばスペクトル計測では、複数の信号の比から物理量を推定することが多いが、信号強度比に含まれるノイズの分布は、元の信号強度にも依存することになる。スペクトル計測の一例として、核融合プラズマ研究に用いられるトムソン散乱計測の結果 [Narihara 01, Yamada 10] を図 1(a) に示す。特に、 $R < 2.8$ m および $R > 4.8$ m で信号が大きくばらついていることからわかるように、電子密度 (N_e 図 1(a) 青マーカ) と電子温度 (T_e 図 1(a) 緑マーカ) のノイズの大きさは一定でないことが見て取れる。

このような複雑なノイズを考慮するために、広く用いられている手法は誤差伝播法である。誤差伝播法では、全てのノイズ源をモデル化し、それを計測データまで手動で伝播させる。この手法は、ノイズ源の性質やそれらの相関が既知であればうまく行くはずであるが、現実的には、未知のノイズ源が存在するという事も多い。また、計測システムの感度較正誤差などによる系統的な誤差が存在することもしばしばである。

図 1(a) のグラフには、このような誤差伝播法によるノイズの大きさをエラーバーとして示している。誤差伝播法で示されたエラーバーは信号のばらつきに比べて非常に小さく、手法の限界を示唆している。

2. 提案手法

本研究ではデータ駆動型のノイズ推定法を提案する。提案する手法ではノイズの分布を、ガウス分布や学生分布の t 分布などでパラメータ化された単純な分布で近似し、その平均や分散などのパラメータをニューラルネットワークでモデル化する。このニューラルネットワークのパラメータ Θ は、装置固有のノイズの情報を含んだものとなる。

2.1 ノイズモデル

計測データ $\mathbf{y} = \{y_{i,j} | i \in 1, 2, \dots, N, j \in 1, 2, \dots, M\}$ (i と j は計測チャンネル番号および実験番号) が、隠れ関数値 \mathbf{f} とランダム・ノイズ \mathbf{n} の和である、つまり $\mathbf{y} = \mathbf{f} + \mathbf{n}$ とモデル化する。なお、 $y_{i,j}$, $n_{i,j}$ や $f_{i,j}$ はベクトルである。例えばトムソン散乱計測では 1 チャンネルあたり T_e と N_e が得られるため、これらは 2 要素のベクトルとなる。

これらランダムノイズは、 Θ が与えられた下ではチャンネル間・実験間で相関がないとモデル化した。つまり $p(\mathbf{n} | \mathbf{f}, \Theta) = \prod_{i,j} p(n_{i,j} | f_{i,j}, \Theta)$ とモデル化した。これらのもとで、ノイズおよび隠れ関数に対して事前分布を適用することで、大量のデータから Θ を推定する。

ノイズの分布を以下のようにモデル化した。

$$p(n_{i,j} | f_{i,j}, \Theta) = St(n_{i,j} | \mu_i(f_{i,j}, \Theta), \sigma_i(f_{i,j}, \Theta), \nu), \quad (1)$$

ここで、 $St(x | \mu, \sigma, \nu)$ は平均 μ , スケール σ , 自由度 ν の確率変数 x に関する学生分布の t 分布である。このモデルでは、平均およびスケールは、 Θ でパラメータ化された $f_{i,j}$ の関数 $\mu_i(f_{i,j}, \Theta)$, および $\sigma_i(f_{i,j}, \Theta)$ で表されている。特に、

$$\mu_i(f_{i,j}, \Theta) = \sum_k \mu_i^{(k)} \phi_\mu^{(k)}(f_{i,j}) \quad (2)$$

$$\sigma_i(f_{i,j}, \Theta) = \sum_k \sigma_i^{(k)} \phi_\sigma^{(k)}(f_{i,j}) \quad (3)$$

というように μ_i および σ_i を、 $f_{i,j}$ の関数である $\phi_\mu^{(k)}(f_{i,j})$ や $\phi_\sigma^{(k)}(f_{i,j})$ の線形結合として表した。ここで、 $\mu_i^{(k)}, \sigma_i^{(k)} \in \Theta$ は空間チャンネル i に依存する係数であり、 $\phi_\mu^{(k)}(f_{i,j})$ や $\phi_\sigma^{(k)}(f_{i,j})$ はニューラルネットワークで表されるチャンネル間に共通の関数である。

事前分布として、 $\mu_i^{(k)}$ には中心ゼロの t 分布を、 $\sigma_i^{(k)}$ には中心もパラメータとした t 分布を採用した。

2.2 隠れ関数モデル

隠れ関数に関する事前分布として、ガウス過程 [Rasmussen 06] を用いた。特に、核融合プラズマでは、パラメータが磁気座標において軸対象となることが知られていることから、本研究では、磁気座標 $r(x)$ を空間座標 x の関数として

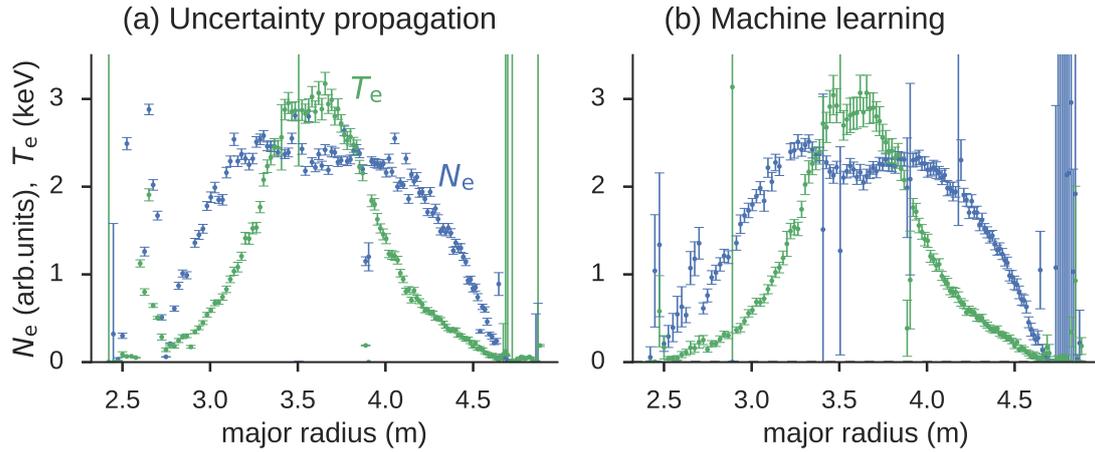


図1 トムソン散乱による核融合プラズマ中電子密度 (N_e 青マーカ) (T_e 緑マーカ) の計測データの一部。(a) 計測データと誤差伝搬法によるノイズの大きさをそれぞれマーカとエラーバーで示す。特に電子密度の結果において、データのばらつきと比較して非常に小さなエラーバーが評価されている。(b) 本研究で推定したノイズの分布を用いて得られた変分事後分布の中心値 (マーカ) およびその標準偏差 (エラーバー)

ガウス過程で、電子温度や密度などのパラメータを磁気座標 r の関数としてガウス過程でモデル化した。ガウス過程のカーネルには Matern カーネルを用いた。

2.3 推定

本手法を、図1でも示した核融合プラズマ研究のためのトムソン散乱計測に適応した。 $M \approx 60,000$ の計測データを 9 : 1 の比で学習データとテストデータに分割し、学習データを用いてシステムパラメータの Θ を求めた。

上記モデルでは、 $O(M \times N)$ のローカルパラメータが存在する。 Θ を求めるためにはこれらのローカルパラメータを周辺化する必要があるが、パラメータ数が膨大であるためそれは容易ではない。そこで、変分法によりローカルパラメータの事後分布を多変量ガウス分布で近似する [Hoffman 13] とともに、さらに変分パラメータが、計測データ y を入力とするニューラルネットワークで表せるとモデル化した [Kingma 13, Doersch 16]。

3. 結果

本手法で推定したノイズ分布を用いて、計測データから隠れ関数値を推定する。特にこれまでの誤差伝搬法と比較するため、隠れ関数値のチャンネル間相関を考慮しない無情報事前分布と、ノイズ分布を用いて、変分ベイズ推定を行った。変分事後分布の中心値およびその標準偏差を図1(b)に示す。

事後分布の標準偏差はデータのばらつきと同程度であり、より精度の高い推定が可能となった。また、系統的誤差を考慮することが可能となったことから、システム較正に由来するデータのばらつきを大幅に抑制することが可能となった。

参考文献

- [Doersch 16] Doersch, C.: Tutorial on Variational Autoencoders (2016)
- [Hoffman 13] Hoffman, M. D., Blei, D. M., Wang, C., Paisley, J., and Edu, J.: Stochastic Variational Inference, *Journal of Machine Learning Research*, Vol. 14, p. 13031347 (2013)
- [Kingma 13] Kingma, D. P. and Welling, M.: Auto-Encoding Variational Bayes (2013)

- [Narihara 01] Narihara, K., Yamada, I., Hayashi, H., and Yamauchi, K.: Design and performance of the Thomson scattering diagnostic on LHD, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 72, No. 1, pp. 1122–1125 (2001)
- [Rasmussen 06] Rasmussen, C. E. and Williams, C. K. I.: *Gaussian processes for machine learning*, the MIT Press (2006)
- [Yamada 10] Yamada, I., Narihara, K., Funaba, H., Minami, T., Hayashi, H., Kohmoto, T., and Group, L. E.: Recent Progress of the LHD Thomson Scattering System, *Fusion Science and Technology*, Vol. 58, No. 1, pp. 345–351 (2010)