

変換領域における全変動正則化によるハイパースペクトル画像復元

A Transformed-domain Total Variation Regularization Approach to Hyperspectral Image Restoration

小野 峻佑

Shunsuke Ono

東京工業大学 科学技術創成研究院

Institute of Innovative Research (IIR), Tokyo Institute of Technology

This report proposes a new regularization approach to hyperspectral image restoration. The key idea of our approach is to evaluate the total variation of a hyperspectral image in a certain transformed domain. This enables to exploit both the spatial smoothness and spectral correlation of hyperspectral images, leading to effective restoration. We formulate the restoration problem as a convex optimization problem involving the proposed regularizer and develop an efficient algorithm to solve the problem based on proximal splitting techniques. Experimental results illustrate the advantage of the proposed regularizer over several state-of-the-art ones.

1. はじめに

ハイパースペクトル画像（以下、HS 画像）は、空間情報に加えて紫外線領域から近赤外線域までの広い波長帯の情報を細かく保持したキューブデータである。人間の目や既存の RGB カメラでは捉えられなかった物質的な性質や現象を可視化できるため、リモートセンシング、宇宙科学/人工衛星、医療/薬学、農学、バイオテクノロジー、犯罪科学等の様々な分野において鍵となる技術である [Chang 03]。

HS 画像は本質的に高次元であるため、全ての空間-スペクトル情報を完全に計測することは撮像環境/ハードウェア設計の観点から現実的ではない。加えて、計測の際に生じるノイズ・ぼけ・欠落等の劣化を完全に避けることも不可能である。故に、HS 画像に関する先験的性質（例：空間的平滑性）を評価する関数（正則化と呼ぶ）を周到に設計し、これを取り入れた最適化問題を解くことで、観測データから所望の HS 画像を復元する技術が不可欠となる。

代表的な HS 画像用の正則化として、全変動（隣接成分間の差分に関するノルム）に基づくアプローチが複数提案されている。最も基本的なものが、カラー画像に対する全変動 [Bresson 08] を HS 画像用に一般化したハイパースペクトル全変動 [Yuan 12] (HTV と呼ぶ) である。HTV は HS 画像の空間的平滑性に着目した正則化であるが、スペクトル方向の相関性を考慮した設計になっていないため、過度な平滑化がかかるという欠点がある。局所領域の方向差分の均一性を取り入れた構造テンソル型全変動 [Lefkimiatis 15] をスペクトル方向の相関性まで考慮し改良したもの [Ono 16] も存在する。こちらは、高性能ではあるものの、最適化において各局所領域ごとに構成される行列の特異値分解がアルゴリズムの各反復で必要となるため、計算量が膨大になってしまう。スペクトル方向の相関性を取り入れながら後の最適化における計算量を抑えた設計の正則化として、空間-スペクトル全変動 [Aggarwal 16] (SSTV と呼ぶ) が最近提案されている。しかし、SSTV は空間的な平滑性を適切に評価していないため、逆にノイズに似たアーティファクトが発生してしまう。

以上の議論をふまえ、小文では、HS 画像復元のための正則化を新しく提案する。提案正則化は前述した既存の正則化と同様に全変動に基づくものであるが、隣接成分間の差分を計算す

る前にスペクトル方向に相関を除去する変換を施す点が既存の正則化と大きく異なる（以降、提案正則化を TDHTV（変換領域ハイパースペクトル全変動）と呼ぶ）。変換後の成分に対する全変動を混合ノルムにより評価することで、空間的な平滑性とスペクトル方向の相関性の双方を適切に考慮することが可能となる。また、TDHTV を含む最適化問題を解く際には、アルゴリズムの各反復において、相関を除去する変換（具体的には一次元離散コサイン変換）と隣接差分計算、および混合ノルムの近接写像（後述）の計算を行えば良いため、計算コストを抑えながら既存法に比べて高性能な復元を達成できる。

次の節において、具体的な TDHTV の定義、および TDHTV を含む最適化問題の定式化とその解法について説明する。3 節では、HS 画像のノイズ除去問題へ TDHTV を適用し、実際にその有効性を確認する。最後に 4 節で本稿をまとめる。

2. 提案法

2.1 TDHTV

以下では、サイズ $N_1 \times N_2$ 、バンド数 N_3 の HS 画像を N 次元ベクトル $\mathbf{u}$ として扱う ($N = N_1 N_2 N_3$)。HS 画像の各画素に対してスペクトル（バンド）方向に一次元離散コサイン変換 (DCT) を施す操作を表す行列を $\mathbf{C} : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ とする。また、バンドごとに隣接要素間の差分（縦と横）を計算する操作を表す行列を $\mathbf{D} : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^{2N}$ とする（縦と横差分を計算するため要素数が二倍になっていることに注意）。これらを用いて、提案正則化である TDHTV は次のように定義される。

$$\text{TDHTV}(\mathbf{u}) := \|\mathbf{DCu}\|_{1,2}$$

ここで、 $\|\cdot\|_{1,2}$ は混合 $\ell_{1,2}$ ノルムであり、各要素における縦/横差分を ℓ_2 ノルムでまとめた後に、すべての要素について総和をとる操作を表している。

前節で触れたように、HS 画像に内在するスペクトル方向と空間方向の相関が、それぞれ $\mathbf{C}$ と $\mathbf{D}$ により除去され、結果として $\mathbf{DCu}$ はスパースになることが期待できる。また、空間的なエッジが存在する場所においては縦/横差分が共に大きい絶対値をとる傾向があるため、 $\mathbf{DCu}$ は単純なスパース性ではなく、各要素ごとの縦横差分値を一グループとするグループスパース性を有すると言える。 $\ell_{1,2}$ ノルムはこのようなグループスパース性を評価する際に有効な指標として知られている

[Yuan 06, Eldar 09]. 以上より, TDHTV が前述した HS 画像の先験的性質を特徴づける上で妥当な定義となっていることがわかる. 加えて, 次節で詳述するように, $\ell_{1,2}$ ノルムは近接写像が効率的に計算可能な凸関数であり, $\mathbf{C}$ と $\mathbf{D}$ も高速な実装が可能な DCT と差分計算であるため, 最適化の観点からも望ましい設計となっている.

2.2 TDHTV に基づく HS 画像復元

手元の観測データ $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^M$ ($M \leq N$) が以下のモデルに従って得られた状況を考える.

$$\mathbf{v} = \Phi \mathbf{u} + \mathbf{n}$$

ここで, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^N$ は真の HS 画像, $\Phi: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$ は観測プロセスを表す行列, $\mathbf{n}$ は加法性ノイズを表す. 本節の目的は $\mathbf{v}$ から $\mathbf{u}$ を推定することである (Φ は既知とする).

このモデルのもと, TDHTV に基づく HS 画像復元を以下の最適化問題として定式化する.

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^N} \text{TDHTV}(\mathbf{u}) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{u} \in [0, \mu]^N \text{ and } \|\Phi \mathbf{u} - \mathbf{v}\| \leq \varepsilon \quad (1)$$

ここで, 第一の制約条件は HS 画像のダイナミックレンジ ($\mu > 0$ が最大値) を制限するものであり, 第二の制約条件は観測データとの整合性を担保する役割を果たす ($\varepsilon > 0$ はノイズの強度に応じて設定する).^{*1}

TDHTV は凸関数であり, 二種類の制約条件は共に凸集合であるため, 上記の問題は凸最適化問題^{*2} となっている. 故に, 局所最適解を求められれば十分であるが, TDHTV の微分不可能性, および制約条件の存在により, これを解析的に計算することは不可能である. そこで本稿では, 主-双対近接分離法 [Chambolle 10, Condat 13] に基づいて当該問題の最適解を効率的に求めるアルゴリズムを構成する.

Remark 1 主-双対近接分離法について簡単に説明する. まず, 必ずしも微分可能ではない凸関数 $f: \mathbb{R}^N \rightarrow (-\infty, \infty]$ とパラメータ $\gamma > 0$ に対し, f の近接写像を次のように導入する.

$$\text{prox}_{\gamma f}(\mathbf{x}) := \underset{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N}{\text{argmin}} f(\mathbf{y}) + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2$$

次に, 以下の凸最適化問題を考える.

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N} g(\mathbf{x}) + h(\mathbf{L}\mathbf{x}) \quad (2)$$

ここで, g, h は近接写像が計算可能な凸関数, $\mathbf{L}$ は線形写像 (行列) である. 任意の初期解 $\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}^{(0)}$ に対し, 主-双対近接分離法は問題 (2) の最適解を以下の反復アルゴリズムで求める.

$$\begin{cases} \mathbf{x}^{(k+1)} = \text{prox}_{\gamma_1 g}(\mathbf{x}^{(k)} - \gamma_1 \mathbf{L}^\top \mathbf{y}^{(k)}) \\ \mathbf{y}^{(k)} \leftarrow \mathbf{y}^{(k)} + \gamma_2 \mathbf{L}(2\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}) \\ \mathbf{y}^{(k+1)} = \mathbf{y}^{(k)} - \gamma_2 \text{prox}_{\frac{1}{\gamma_2} h}(\frac{1}{\gamma_2} \mathbf{y}^{(k)}) \end{cases} \quad (3)$$

*1 目的関数の中に観測データとの整合性を評価する指標を足し込むアプローチが一般的であるが, 問題 (1) のように制約条件として定式化することでパラメータを格段に見通し良く調整できるようになる [Afonso 11, Chierchia 14, Ono 15b]. これは, 前者の場合, パラメータをノイズの強度だけでなく正則化項とのバランス等を加味して相対的に調整せねばならないのに対し, 後者の場合はノイズの強度のみから独立に適切な値を決定できるからである.

*2 局所最適解が自動的に大域的最適解となる最適化問題のクラスを指す.

ここで, $\gamma_1, \gamma_2 > 0$ はステップサイズであり, $\gamma_1 \gamma_2 \sigma_1(\mathbf{L}) < 1$ を満たすように設定される ($\sigma_1(\mathbf{L})$ は $\mathbf{L}$ の最大特異値). 以上の条件下で, 主-双対近接分離法によって生成される点列は問題 (2) の最適解のひとつに収束する.^{*3}

問題 (1) に主-双対近接分離法を適用するため, 式変形を行う. まず, 空でない閉凸集合 C の指示関数を導入する.

$$\iota_C(\mathbf{x}) := \begin{cases} 0, & \text{if } \mathbf{x} \in C, \\ \infty, & \text{otherwise} \end{cases}$$

すると, 問題 (1) は次のように書き換えられる.

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^N} \|\mathbf{D}\mathbf{C}\mathbf{u}\|_{1,2} + \iota_{[0,\mu]^N}(\mathbf{u}) + \iota_{B_{\mathbf{v},\varepsilon}}(\Phi \mathbf{u}) \quad (4)$$

ここで

$$B_{\mathbf{v},\varepsilon} := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^M \mid \|\mathbf{x} - \mathbf{v}\| \leq \varepsilon\}$$

である. 指示関数の定義から問題 (4) は問題 (1) と等価である.

閉凸集合の指示関数の近接写像が当該集合への距離射影^{*4} と等しいことに注意すると, 問題 (4) の第二項の近接写像は, 以下のような入力ベクトル $\mathbf{x}$ の各成分 ($i = 1, \dots, N$) に対する簡単な計算に帰着される.

$$[\text{prox}_{\gamma \iota_{[0,\mu]^N}}(\mathbf{x})]_i = [P_{[0,\mu]^N}]_i = \begin{cases} 0, & \text{if } x_i < 0, \\ \mu, & \text{if } x_i > \mu, \\ x_i, & \text{otherwise} \end{cases}$$

故に, 第二項を問題 (2) において

$$g(\mathbf{u}) := \iota_{[0,\mu]^N}(\mathbf{u})$$

のように割り当てることで, アルゴリズム (3) の第一ステップが計算可能となることがわかる.

問題 (4) の残りの項は行列が合成されており, このままでは近接写像が計算できないが,

$$h(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) := \|\mathbf{y}_1\|_{1,2} + \iota_{B_{\mathbf{v},\varepsilon}}(\mathbf{y}_2), \quad \mathbf{L} := (\mathbf{D}\mathbf{C}, \Phi)$$

と問題 (2) において定義することで, 行列と関数を分離できる. さらに, 上記の定義により関数 h の各項の変数も分離されるため, h の近接写像は各項の近接写像の計算で済む. 混合 $\ell_{1,2}$ ノルムの近接写像はグループごとにスケーリングされたソフト閾値処理になる. 具体的には, 入力ベクトル $\mathbf{x}$ の各グループ (重複しないサブベクトル) $\mathbf{x}_g$ (g はグループのインデックス) に対し, 以下を計算すればよい [Combettes 05].

$$[\text{prox}_{\gamma \|\cdot\|_{1,2}}(\mathbf{x})]_g = \max \left\{ 1 - \frac{\gamma}{\|\mathbf{x}_g\|}, 0 \right\} \mathbf{x}_g$$

指示関数 $\iota_{B_{\mathbf{v},\varepsilon}}$ の近接写像は $\mathbf{v}$ を中心とする半径 ε の ℓ_2 ノルム球への距離射影となり, これも以下のように解析的に求まる.

$$\text{prox}_{\gamma \iota_{B_{\mathbf{v},\varepsilon}}}(\mathbf{x}) = P_{B_{\mathbf{v},\varepsilon}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \mathbf{x}, & \text{if } \mathbf{x} \in B_{\mathbf{v},\varepsilon}, \\ \mathbf{v} + \frac{\varepsilon(\mathbf{x} - \mathbf{v})}{\|\mathbf{x} - \mathbf{v}\|}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

*3 より厳密な収束の議論に関しては, 原著論文や主-双対近接分離法の収束原理を階層型凸最適化へ取り入れた拙著論文 [Ono 15a] を参照されたい.

*4 空でない閉凸集合 C の距離射影は以下で定義される.

$$P_C(\mathbf{x}) := \underset{\mathbf{y}}{\text{argmin}} \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} \in C$$

最終的に、問題 (1) を解くための主-双対近接分離法に基づくアルゴリズムは（任意の初期解 $\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{y}_1^{(0)}, \mathbf{y}_2^{(0)}$ と適切に選ばれた $\gamma_1, \gamma_2 > 0$ に対し）次のようになる。

$$\begin{cases} \mathbf{u}^{(k+1)} = P_{[0, \mu]^N}(\mathbf{u}^{(k)} - \gamma_1(\mathbf{D}\mathbf{C}^\top \mathbf{y}_1^{(k)} + \Phi^\top \mathbf{y}_2^{(k)})) \\ \mathbf{y}_1^{(k)} \leftarrow \mathbf{y}_1^{(k)} + \gamma_2 \mathbf{D}\mathbf{C}(2\mathbf{u}^{(k+1)} - \mathbf{y}^{(k)}) \\ \mathbf{y}_2^{(k)} \leftarrow \mathbf{y}_2^{(k)} + \gamma_2 \Phi(2\mathbf{u}^{(k+1)} - \mathbf{y}^{(k)}) \\ \mathbf{y}_1^{(k+1)} = \mathbf{y}_1^{(k)} - \gamma_2 \text{prox}_{\frac{1}{\gamma_2} \|\cdot\|_{1,2}}(\frac{1}{\gamma_2} \mathbf{y}_1^{(k)}) \\ \mathbf{y}_2^{(k+1)} = \mathbf{y}_2^{(k)} - \gamma_2 P_{B_{\mathbf{v}, \varepsilon}}(\frac{1}{\gamma_2} \mathbf{y}_2^{(k)}) \end{cases}$$

3. 実験

提案法の性能検証のために、HS 画像のノイズ除去実験を行った。実験には、SpecTIR^{*5} から取得した実際の HS 画像 2 枚を用いた（ $256 \times 256 \times 32$ の領域を切り取り、ダイナミックレンジを $[0, 1]$ に正規化したものを使用した）。これらの HS 画像に人工的に標準偏差 $\sigma = 0.1$ の白色ガウスノイズを重ねし、除去性能を既存法と比較した。今回は単純なノイズ除去のシナリオを想定しているため、 Φ は単位行列となる。比較対象の既存法としては、提案法と同様に全変動に基づく HS 画像用の正則化である HTV[Yuan 12] と SSTV[Aggarwal 16] に加え、非局所的な情報を利用した高性能なキューブデータのノイズ除去手法である BM4D[Maggioni 13] を採用する。HTV と SSTV に関しては、両方とも隣接差分を計算する行列とノルムの合成関数として定義された凸関数であるため、問題 (1) の TDHTV 項をこれらに置き換えたものを主-双対近接分離法で最適化してノイズ除去を行った。BM4D に関しては著者らが配布しているソースコードを用いた。問題 (1) において、ダイナミックレンジ制約は $[0, 1]^N$ と設定し、各正則化の性能を公正に比較するため ε は真の値である $\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|$ を用いた。また、主-双対近接分離法のステップサイズは $\gamma_1 = 0.02, \gamma_2 = \frac{1}{8\gamma_1}$ 、停止条件は $\|\mathbf{u}^{(n+1)} - \mathbf{u}^{(n)}\| < 0.01$ と設定した。

結果画像とそれらの PSNR[dB]^{*6} を図 1 に示す。HTV によって復元した画像は波長方向の相関性を考慮していないため空間方向の平滑化が強くなり、詳細成分が失われていることがわかる。対して、SSTV によって復元した画像には詳細成分が保存されているが、ノイズに似た視覚的に不自然な成分が残っていることに加え、オフセットも真の画像から大きく変化してしまっている。提案法である TDHTV によって復元した画像は、非局所的な情報を利用していないにも関わらず、BM4D と同程度に詳細成分を保存しながらノイズを綺麗に取り除けており、PSNR[dB] の値に関しては BM4D を含めたすべての既存法を上回る値を示している。BM4D が非局所的な類似度を評価するために膨大な計算コストを必要とすること、正則化として見通し良く定式化できないため単純なノイズ除去以外への応用が困難であること等を鑑みると、提案正則化の優位性は明らかであると言える。

4. むすび

HS 画像復元のための新たな正則化とそれを利用した復元手法を提案した。提案正則化である TDHTV は、HS 画像に内在する先験的性質を効果的に取り入れた上で後の最適化問題が効率的に解けるように設計されており、既存の HS 画像用の正則化に比べて同等の計算量で飛躍的に高い性能を達成する。

*5 <http://www.spectir.com/free-data-samples/>

*6 真の HS 画像 $\mathbf{u}$ と復元 HS 画像 $\hat{\mathbf{u}}$ を用いて $10 \log_{10} \frac{N}{\|\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}\|^2}$ と定義される量であり、高い値ほど真の HS 画像に近いことを示す。

本稿では単純なノイズ除去問題への適用結果のみを示したが、今後は圧縮センシングなどのより一般的な復元問題に対する有効性の検証を行う予定である。

参考文献

- [Afonso 11] Afonso, M., Bioucas-Dias, J., and Figueiredo, M.: An augmented Lagrangian approach to the constrained optimization formulation of imaging inverse problems, *IEEE Trans. Image Process.*, Vol. 20, No. 3, pp. 681–695 (2011)
- [Aggarwal 16] Aggarwal, H. K. and Majumdar, A.: Hyperspectral image denoising using spatio-spectral total variation, *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, Vol. 13, No. 3, pp. 442–446 (2016)
- [Bresson 08] Bresson, X. and Chan, T. F.: Fast dual minimization of the vectorial total variation norm and applications to color image processing, *Inverse Probl. Imag.*, Vol. 2, No. 4, pp. 455–484 (2008)
- [Chambolle 10] Chambolle, A. and Pock, T.: A first-order primal-dual algorithm for convex problems with applications to imaging, *J. Math. Imaging and Vision*, Vol. 40, No. 1, pp. 120–145 (2010)
- [Chang 03] Chang, C. I.: *Hyperspectral imaging: techniques for spectral detection and classification*, Vol. 1, Springer Science & Business Media (2003)
- [Chierchia 14] Chierchia, G., Pustelnik, N., Pesquet, J.-C., and Pesquet-Popescu, B.: Epigraphical projection and proximal tools for solving constrained convex optimization problems, *Signal, Image and Video Process.*, pp. 1–13 (2014)
- [Combettes 05] Combettes, P. L. and Wajs, V.: Signal recovery by proximal forward-backward splitting, *SIAM J. Multi. Model. Simul.*, Vol. 4, pp. 1168–1200 (2005)
- [Condat 13] Condat, L.: A primal-dual splitting method for convex optimization involving Lipschitzian, proximable and linear composite terms, *J. Optimization Theory and Applications* (2013)
- [Eldar 09] Eldar, Y. and Mishali, M.: Robust recovery of signals from a structured union of subspaces, *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 55, No. 11, pp. 5302–5316 (2009)
- [Lefkimmiatis 15] Lefkimmiatis, S. and Unser, A. R. P. M. M.: Structure tensor total variation, *SIAM J. Imag. Sci.*, Vol. 8, No. 2, pp. 1090–1122 (2015)
- [Maggioni 13] Maggioni, M., Katkovnik, V., Egiazarian, K., and Foi, A.: Nonlocal transform-domain filter for volumetric data denoising and reconstruction, *IEEE Trans. Image Process.*, Vol. 22, No. 1, pp. 119–133 (2013)
- [Ono 15a] Ono, S. and Yamada, I.: Hierarchical convex optimization with primal-dual splitting, *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol. 63, No. 2, pp. 373–388 (2015)
- [Ono 15b] Ono, S. and Yamada, I.: Signal recovery with certain involved convex data-fidelity constraints, *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol. 63, No. 22, pp. 6149–6163 (2015)
- [Ono 16] Ono, S., Shirai, K., and Okuda, M.: Vectorial total variation based on arranged structure tensor for multichannel image restoration, in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)* (2016)
- [Yuan 06] Yuan, M. and Lin, Y.: Model selection and estimation in regression with grouped variables, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, Vol. 68, No. 1, pp. 49–67 (2006)
- [Yuan 12] Yuan, Q., Zhang, L., and Shen, H.: Hyperspectral image denoising employing a spectral-spatial adaptive total variation model, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, Vol. 50, No. 10, pp. 3660–3677 (2012)

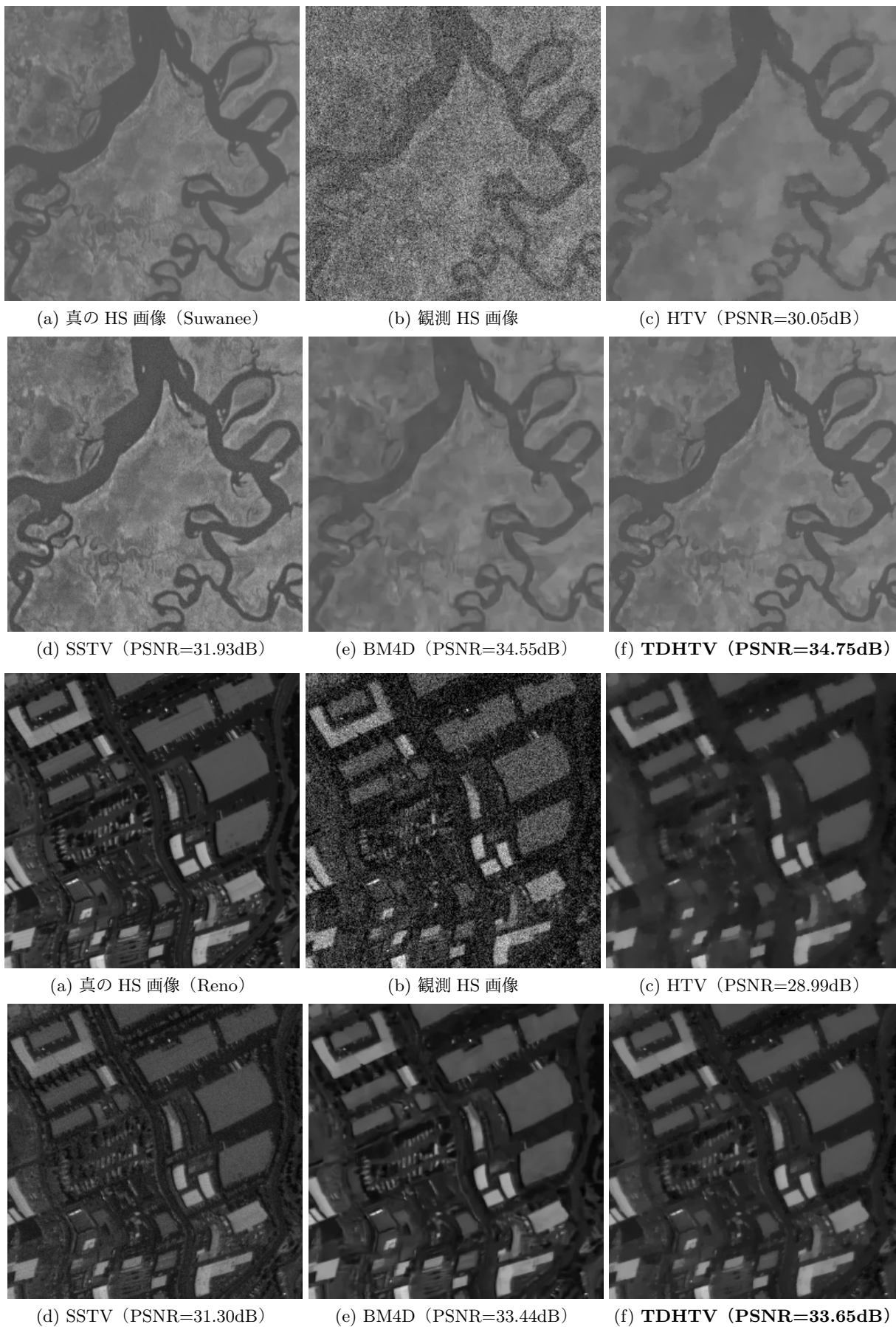


図 1: 実験結果