2I1-1

折り紙の数理に基づくスモッキングのデザイン支援

Supporting Smocking Design based on Origami

藤﨑　千晶 *1　　吉田　哲也 *2
Chiaki Fujisaki　　Tethuya Yoshida

*1奈良女子大学大学院 人間文化研究科 生活工学共同専攻
Nara Women's University, Cooperative Major in Human Centered Engineering

*2奈良女子大学 研究院生活環境科学系
Nara Women's University, Graduate School of Faculty of Human Life and Environment

We propose to support smocking design based on Origami. Origami has been applied to industries and technologies these days. By focusing smocking with regular polygons, we formalize the relationship between smocking pattern and smocked textile in terms of Origami mathematics. Based on the similarity between lattice smocking and flower crease folding in Origami, we derive scale ratio and and rotation angle for smocking pattern. We illustrate our method with newly designed smoking pattern and smocked textile.

1.　はじめに

近年，　人工衛星の太陽電池パネルや自動車のエアバックなど，折り紙の産業技術への応用が進んでいる中で，三宅一生と Reality Lab. のチームが 2010 年に「132 5.ISSEY MIYAKE」という折りたたみの数理を応用した服を発表した．これは，布において折り紙の数理を適応した実例であり，今後，衣服などの布製品にも折り紙の活用が期待されることを示している．本稿ではスモッキングと呼ばれる手芸技法に着目し，折り紙の観点から新しいスモッキングのデザイン支援の手法を提案する．

1.1　スモッキング

スモッキングとは，手芸技法の 1 つであり，縫い縮めたギャザーにかがりを入れたり，布の裏からつまんで浮彫り風にしたものである．このテクニックは，伸縮性と装飾性があり，布の表面効果としてファッションに多く用いられている [3].

本稿では，幾何学的なデザインを布に作り出す手法や作品を紹介する SHADOWFOLDS [4] における正多角形が浮き上がる作品を参考にした．SHADOWFOLDS における作品の刺し方は，頂点をすくって引き縮めるという手法から，図 1 に示すような，ラティススモッキングにおける格子の四隅をすくっていく方法の拡張と考えることができる．我々が着目するスモッキングにおいても，図 1 に示すように，正多角形の頂点を 1 つずつすくい，縫い縮めることで正多角形が浮きがる仕組みとなっている．

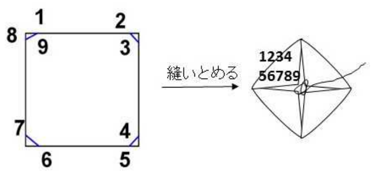

図 1: 格子の四隅をすくっていく方法

連絡先: 藤﨑千晶，奈良女子大学大学院 人間文化研究科 生活工学共同専攻，e-mail: fuji8chiaki@gmail.com

1.2　折り紙

折り紙は昔から親しまれているものであるが，折る前の展開図や折った後の形を幾何学的な視点から捉えることができ，展開図や折り方に様々な性質が成り立つことが示されている [2, 5]. その中でも，本稿では衣服への応用が考えられる平坦折りと平織り，ねじり折りについて着目する．

1.2.1　平坦折り

平坦折りとは，紙を平らに折るという折り紙の基本的な操作のことをさし，完成形が平坦折りのみで出来るものを平坦折り紙と呼ぶ．平坦折りしてできる折り線は必ず直線になるため，平坦折り紙の展開図はまっすぐな線分の集合となる．特に，頂点が 1 つのみで平坦に折り畳むことの出来る折り紙を 1 頂点平坦折り紙と呼ぶ.

1.2.2　平織りとねじり折り

単純な基本構造を敷き詰めたものを平織り，または Tessellation と呼び，紙を折ることで生まれる幾何学的な造形の 1 つとされている．平織りの例を図 2 に示す.

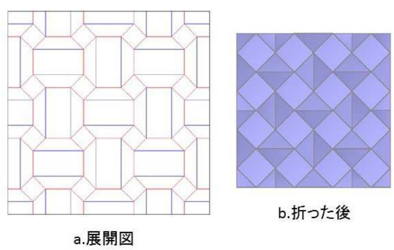

図 2: 平織りの例

平織りによく使われる折り方の一つとして「ねじり折り」がある．ねじり折りは，紙をねじる様にして折る折り方であり，ねじり折りの例を図 3 に示す．本稿で着目するスモッキングは正多角形がねじり折りによって浮き上がる仕組みとなっている.

1.2.3　花紋折り

花紋折りとは，図 4 に示すような花の形を模した折り紙のことを言う．一般の正多角形に対しても花紋折りが作れることが知られている [1].

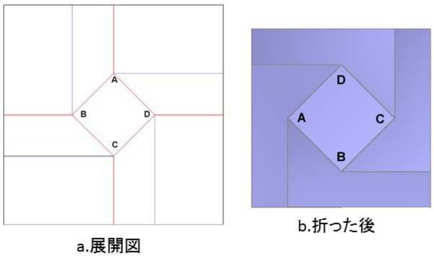

図 3: ねじり折りの例

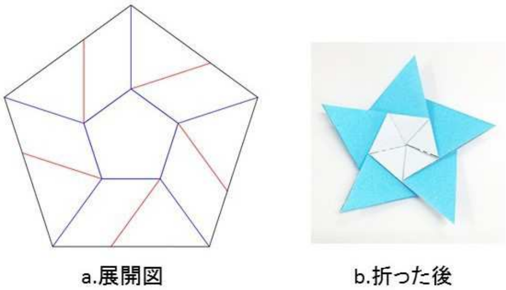

図 4: 五角形花紋折り

図 5 に示すように，花紋折りにおいては展開図の折り線 ℓ^i_{AD} に対応する半直線は折った後に折り紙の中で正多角形の中心を通ることになる．

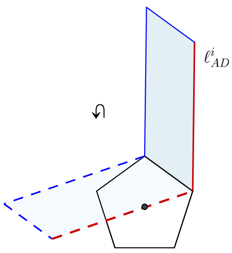

図 5: 半直線 ℓ^i_{AD}

2.　スモッキングパターンの定式化

2.1　スモッキングパターンから折り紙展開図

スモッキングのパターンから展開図の作成は，図 6 に示すような下記の 1. から 3. の手順で行う．

1. それぞれの正多角形を，その頂点数に応じた相似比と回転角に従って縮小・回転する．
2. 正多角形同士を花紋折りの定理から導かれる角度で繋ぐ．
3. 折り線に山谷のラベルを割り当てる．

上記の手順について以下で詳しく説明する．

2.1.1　正多角形の頂点数に応じた相似比と回転角

スモッキングにおいては，正多角形の頂点をすくって，その重心に向かって引き縮めることで，パターンの正多角形から縮小・回転された正多角形が浮かび上がる．このときの相似比と回転角は正多角形の頂点数に応じて定まる．以下では，図 7 に示すように

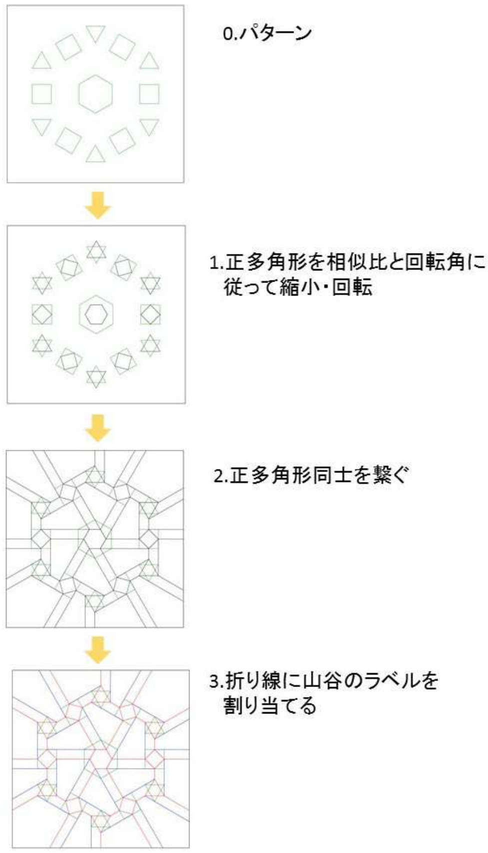

図 6: スモッキングのパターンから展開図の作成

- 正多角形の頂点：P_i
- 完成形に浮かび上がる正多角形の頂点：P_i'
- 正多角形の頂点数：n
- 正多角形の重心：O
- 重心から下した垂線と正多角形の辺の交点：H
- $\angle OP_1H$: θ_n

とする．このとき，θ_n は正多角形の内角の半分である．

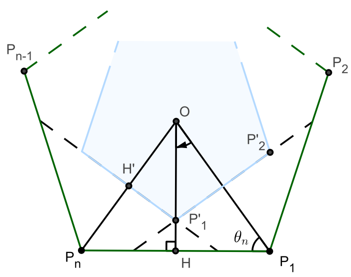

図 7: 相似比と回転角

定理 1. パターンと完成形における正多角形の相似比
　パターンの正多角形と完成形に浮かび上がる正 n 角形 の相似比は $1 : \frac{1}{2\sin\theta_n}$ である．

Proof. 図 8 のように図形が正多角形になるための条件は，$\frac{1}{6}\pi \leqq \theta_n \leqq \frac{1}{2}\pi$ である．
　$HP_1 = 1$ とすると，三角比より $OH = \tan\theta_n$，$OP_1 = \frac{1}{\cos\theta_n}$．また，正多角形の頂点をすくって，その重心に向かって引き縮めることから，折り線で鏡映となり，三角形 $OH'P_1'$ と三角形 OHP_1 は相似となる．よって，$OH' = \frac{1}{2}OP_n = \frac{1}{2}OP_1 = \frac{1}{2\cos\theta_n}$．これより，
$OH : OH' = \tan\theta_n : \frac{1}{2\cos\theta_n} = 1 : \frac{1}{2\sin\theta_n}$．
したがって，パターンの正多角形と完成形に浮かび上がる正多角形の相似比は $1 : \frac{1}{2\sin\theta_n}$ である．　□

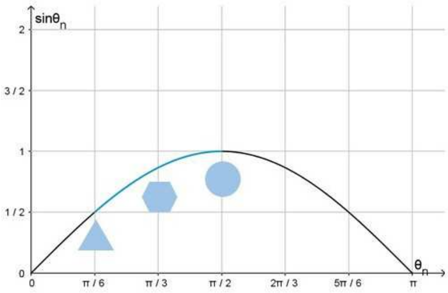

図 8: θ_n の範囲

定理 2. 正多角形の回転角
　展開図の正多角形から完成形に浮かび上がる正 n 角形への回転角は $\frac{\pi}{2} - \theta_n$ である．

Proof. 回転角は $\angle P_1OH$ より，$\angle P_1OH = 2\pi - (\pi + \theta_n) = \frac{\pi}{2} - \theta_n$ ．
□

2.1.2　正多角形を繋ぐ折り線の角度

　パターンのそれぞれの正多角形の各頂点をすくい，引き縮めることによってスモッキングにおける正多角形が形作られる．このとき，パターンにおける正多角形の各頂点は，引き縮められることで，その中心に引き寄せられる．これは，図 5 に示したように展開図の折り線が折った後に折り紙の中で正多角形の中心を通るという花紋折りと対応しており，スモッキングにおいても正多角形を繋ぐ片側の折り線は，図 9 のように折った際に必ず正多角形の重心を通ることが分かる．そのことから，花紋折りと対応して正多角形を繋ぐ折り線の角度が定められる．

2.2　折り線のラベル割り当て

　スモッキングのパターンを刺した完成形が平坦になるためには，展開図の内点はそれぞれ 1 頂点平坦折りとなる必要がある．このため，1 頂点平坦折りの定理をすべて満たすように，かつ花紋折りの折り線の割り当てにも従うように展開図の折り線に山谷のラベルを割り当てる．

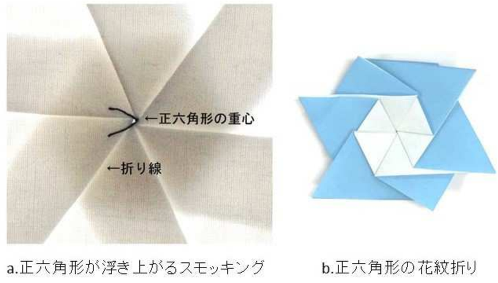

図 9: 正六角形のスモッキング (裏) と花紋折りとの対応

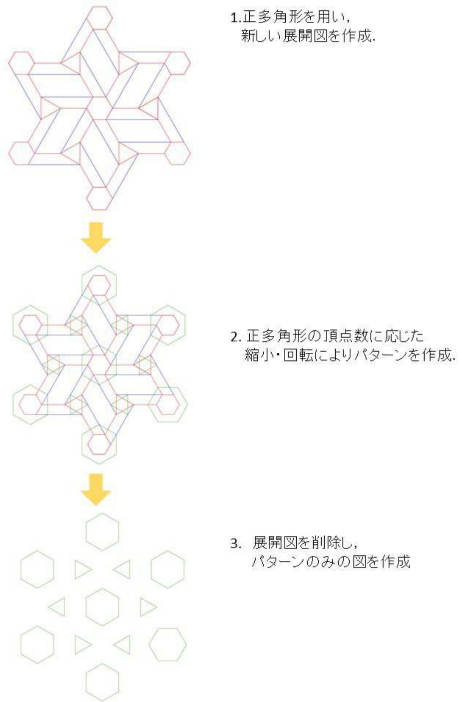

図 10: 新しいスモッキングのデザイン支援

3.　新しいスモッキングデザインの支援

　新しいスモッキングのデザインを行う際は，図 10 に示すように下記の 1. から 2. の手順を行う．

1. 正多角形を用い，新しい展開図を作成する．
2. 展開図からパターンを作成する．

これらの手順について以下で詳しく説明する．

3.1　新しい展開図の作成

　設計する展開図は以下の条件を満たす必要がある．

i. 正多角形を繋ぐ折り線が花紋折りの定理を満す．

ii. 正多角形を繋ぐ折り線が一定の長さ以上である．

iii. 一頂点平坦折り・花紋折りの定理を満たし，折り線の山谷ラベルの割り当てが可能である．

展開図が上記を全て満たすとき，展開図から作成されたパターンから完成形を刺すことが可能となる．

3.2　展開図からパターンの作成

2.1.1 節で述べた相似比と回転角を用い，展開図における正多角形をそれぞれ拡大・縮小および回転することにより，新しいスモッキングのパターンを作成することが可能となる．

4.　デザイン支援の例

4.1　新しい折り紙展開図とパターンの作成

本稿で提案した手法用いて，図 11 に示す正六角形と正三角形を用いた新しい折り紙の展開図と，それに基づくスモッキングのパターンを作成した．

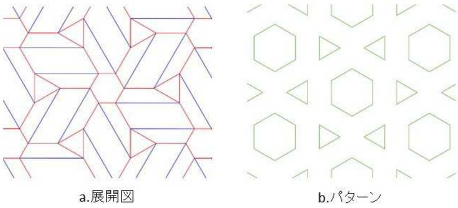

図 11: 新しい折り紙展開図とパターン

4.1.1　生成した完成形

図 11 に示すパターンを刺すことにより，図 12 に示すスモッキングの模様が生成された．表のデザインは，正六角形と正三角形が繰り返されるデザインとなっており，裏のデザインは，平行四辺形が規則的に敷き詰められたデザインとなっている．どちらも，基本構造が敷き詰められていることから，これらは Tessellation とも言える．

4.2　新しいパターンを用いた作品の制作

上記でデザインしたパターンを用いて，スモッキングを施したバッグを製作した．制作したバッグを図 13 に示す．バッグの制作においては，初めに必要な寸法の布にスモッキングを施し，その後に，パターンに従って切り分けて縫合した．今回作成したパターンは，正多角形が現れる表面と共に，裏面も規則的な模様となったため，表面と裏面の両方が使用できるようなバッグを制作した．

5.　まとめ

本稿では，完成形が浮彫り風になるラティススモッキングに注目し，折り紙の数理に基づいて正多角形が浮き上がるスモッキングを定式化するとともに，新たなスモッキングのデザイン支援を提案した．スモッキングにおいてはパターンと作品の両者が平坦であることから折り紙における平坦折りに着目し，折り線が正多角形の中心を通ることに着目して花紋折りと対応付けることにより，スモッキングにおける正多角形の相似比と回転角を導出した．本稿の手法を用いることにより，新しくデザインした展開図からパターンを作成し，新しいデザインのスモッキングを刺すことが可能となる．提案手法が実生活においても活用できる一例として，新しく作成したデザインのスモッキングを施した布で制作したトートバックを紹介した．

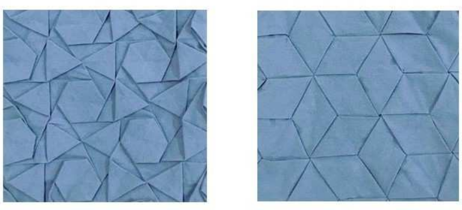

図 12: 完成形の表と裏

図 13: 制作したバッグ

参考文献

[1] 松島杏奈. 折り線パターンが花紋折りと同じになる flat で rigid な折り紙. 修士論文, 奈良女子大学, 2016.

[2] 三谷純. 立体折り紙アート 数理がおりなす美しさの秘密. 日本評論社, 2015.

[3] 浪間幸井. 文化ファッション大系 服飾関連専門講座 8 手芸 文化服装学院編. 文化出版局, 2004.

[4] Jeffy Rutzky and Chris K. Palmer. *SHADOWFOLDS Suprisingly Easy-to-Make Geometric Designs in Fabric.* KODANSHA INTERNATIONAL, 2011.

[5] トーマス・ハル. ドクターハルの折り紙数学教室. 日本評論社, 2015.