

# 算数文章題を対象とした 作問プロセスシミュレータの設計・開発と発散的作問課題への応用

## Design and Development of Problem-posing Process Simulator and Application to Divergent Problem-posing Assignment for Mathematical Word Problems

岩井健吾\*1 林 雄介\*1 松本慎平\*2 平嶋 宗\*1  
Kengo iwai Yusuke hayashi Shimpei matsumoto Tsukasa hirashima

\*1 広島大学大学院工学研究科  
Faculty of Engineering, Hiroshima University

\*2 広島工業大学情報学部  
Faculty of Applied Information Science, Hiroshima Institute of Technology

Abstract: This paper describes development of a problem-posing process simulator and an application to divergent problem-posing assignment for mathematical word problems. Divergent problem-posing assignment is a method to promote students to deeply comprehend basic structure of problems by changing them. The problem-posing process simulator is used as a diagnostic function of problem problems in the divergent problem-posing assignment.

### 1. はじめに

問題を解くのではなく、問題を作ることによって学ぶ作問学習がある。作問形式の一つである解法ベースの作問では、解法の定着を促す上で効果的であることが確認されている[中野 00]。したがって、作問学習は、問題の理解を深めるという点では、有効な学習方法であるといえる。しかしながら、この有効な作問学習が実際の教育現場において普及しているとは言えない現状にある。この原因として、学習者が作成した問題の評価を行うことが困難であることが考えられる。この問題点を解決するために、算数文章題の情報構造を計算機上で解釈可能な形にした三文構成モデルが提案されている[Hirashima 14]。三文構成モデルにより、算数文章題の情報構造を計算機上で解釈可能になったため、計算機上で学習者が作成した問題の正誤の診断機能が実現された。この三文構成モデルに基づいた単文統合型作問学習支援システム「モンサクン」は既に設計・開発され、学習効果の観点からその有効性が確認されている[Yamamoto 12]。

その一方で、単文統合型作問における作問プロセスを診断する機能の実現はされていない。作問プロセスの診断機能が実現されると、計算機上でプロセスを解釈可能となり、プロセスに焦点を当てた様々な学習支援が可能になると考えられる。したがって、本稿では、三文構成モデルに基づいた作問プロセスシミュレータを設計・開発することで、単文統合型作問における作問プロセスの診断機能を実現すること及び作問プロセスシミュレータの学習支援への応用事例の一つとして発散的作問課題を設計することが目的である。

以下、本稿では、2章では、三文構成モデル及び単文統合型作問に関する先行研究の整理を行い、本稿で対象とするプロセスを明確にする。3章では、作問プロセスシミュレータについて述べ、4章では、作問プロセスシミュレータの応用事例の一つである発散的作問課題について述べる。5章では、まとめと今後の課題を述べる。

### 2. 先行研究

#### 2.1 三文構成モデル

三文構成モデルの基本として、一つの概念的意味(数量概

念)を一文(単文)で表現したとき、一つの文章題は、三つの単文から構成されると定義している。この理由として、一つの四則演算は、二つの演算数と一つの結果数で構成されるが、算数文章題の場合、これら三つの数量一つ一つが数量概念を持つと考えられるからである。

三つの単文で構成される一つの文章題は、二つの存在文と一つの関係文から構成される。存在文は、一つの数量を表す文であり、関係文は、二つの数量の関係を表す文である。したがって、三文構成モデルにおける一つの文章題では、二つの数量の存在とそれらの数量の関係を表現したものになっている。また、本稿では、三つの数量のいずれか一つが未知数の場合を問題(文章題)と呼び、未知数が存在しない場合を物語と呼ぶ。一つの単文は、さらに、「オブジェクト」、「数量」、「述語」から構成される。一例として、オブジェクトを「りんご」、数量を「3」、述語の役割を「存在」とした場合には、「りんごが3個あります」という単文になる。

物語の種類は、関係文の述語の役割の違いによって決定され、一回の加算もしくは減算で計算可能な算数文章題として現れる物語の種類は全部で5種類(合併, 増加, 減少, 優量比較, 劣量比較)存在する[Riley 83] (本稿では、増加と減少はまとめて変化とし、優量比較と劣量比較はまとめて比較として扱う)。三文構成モデルでは、それぞれの物語が満たすべき制約条件を定義しており、これを満たすことで物語として成立する。制約条件は、「オブジェクト制約」、「数量制約」、「述語制約」、「文章構造制約」から構成される。一例として、増加の物語の制約条件の定義を以下に示す。オブジェクト制約は、「全ての単文で登場するオブジェクトが等しいこと」である。数量制約は、「変化前量 + 増加量 = 変化後量」の関係を満たさなければならない。述語制約では、「増加の役割の述語」であることが求められる。文章構造制約は全ての物語共通で「存在文2つと関係文1つ」であり、変化の物語に限り「単文の順序関係」が存在する。これら全ての制約条件を満たすことで増加の物語として成立する。具体的な物語の例としては、「りんごが5個あります」、「りんごを3個もらいました」、「りんごが8個あります」などが存在する。

以上のように定義することで、三文構成モデルは、「予測可能な構造」を持つ。予測可能な構造とは、三つの文が揃っておらず物語の一部しか提示されていない、文が二つ以下の状況から、物語を成立させるために必要な残りの単文及びその制約条件を予測可能な性質でのことである。提示された単文が存在しない時は残りの三つ、一つの時は残りの二つ、二つの時は残りの一つ及びそれらの制約条件を予測可能である。また、物語を成

連絡先: 岩井健吾, 広島大学大学院工学研究科学習工学研究室, iwai@lel.hiroshima-u.ac.jp

立させるために必要な残りの単文の制約条件は、提示された単文の枚数と種類によって変化する。基本的には、「単文が二つ提示され、かつ、そのうちの一つが関係文である」場合には、残りの単文を一意に特定することが可能である。「その他」の場合には、残りの単文を一意に特定することはできないが残りの単文の制約条件の範囲については予測することが可能である。この予測を行う機構である作問プロセスシミュレータについては、三章にて詳細に述べる。さらに、この予測可能な構造の性質を利用することにより、学習者に対して発散的に予測を行わせる課題が提供できると考えられる。図 1 の例で説明すれば、学習者に対して既知の情報として「りんごが 5 個あります」の単文を提示し、そこから作成可能な物語を発散的に考えさせるような課題となる。四章では、この課題について具体的に示す。

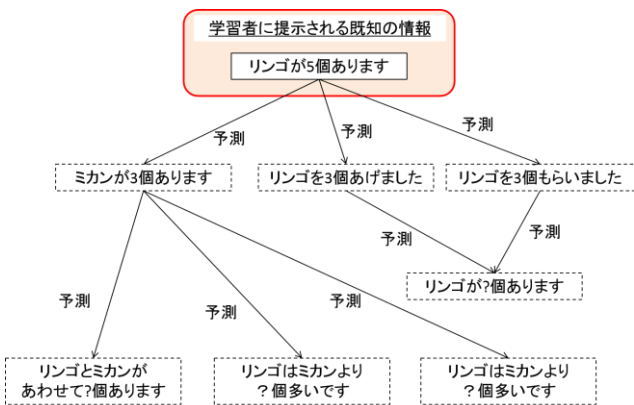


図 1 三文構成モデルにおける予測可能な構造

## 2.2 単文統合型作問学習支援システム「モンサクン」

三文構成モデルに基づいた作問演習の方式として、単文統合型作問演習が提案されている。演習方式としては、自然言語による自由記述ではなく、単文を組み立てることで算数文章題の作問を行うことが可能である。そのため、自由記述では作問が困難な学習者に対しても学習効果を保ったまま作問可能であると考えられる。

この単文統合型作問演習を基本に設計された単文統合型作問支援システム「モンサクン」(図 2)では、問題の正誤の診断・フィードバック機能が実現されている。学習者に対して問題制約(計算式と物語の種類)及びその問題を作成するために必要な単文群を与え、学習者は与えられた問題制約を満たすように三つの単文を取捨選択及び並び替えを行うことによって解法ベースの作問活動を行うことが可能である。モンサクンで出題されている課題では、問題制約と単文群の制限により、予め制約条件が与えられ、また、作成すべき問題が一意に決定されている(一つの課題には、一つの解しか存在しない)。そのため、与えられた制約条件を満たすことで一意の解を導く収束的思考を行う課題になっていると考えられる。本稿では、この収束的思考を行う単文統合型作問課題を収束的作問課題として扱う。

また、現状のシステム上での作問プロセスの扱いに関しては、システム上で作問プロセスを記録させることを目的とした、単文選択の順番のプロセスである「単文遷移プロセス」及び作成された問題の順番のプロセスである「問題遷移プロセス」に関するプロセスがある。単文遷移プロセスでは、どの種類の単文がどの順番で選択されたかを記録することが可能であり、問題遷移プロセスでは、どの種類の問題がどの順番で作成されたかを記録することが可能である。一方で、作問プロセスの記録のみでは、システム上でそのプロセスの意味を解釈できず、データ分析な

どにおいては、人が解釈を行う必要がある。そのため、作問プロセスの解釈を行う仕組みが自動化されていないといえる。作問プロセスの解釈がシステム上で可能になれば、学習支援の対象をプロセスまで拡張することに繋がると考えられる。そこで、本稿では、作問プロセスの解釈の自動化を行う作問プロセスシミュレータの設計・開発を目指す。そのためにまず、次節において、作問プロセスの定義を行う。

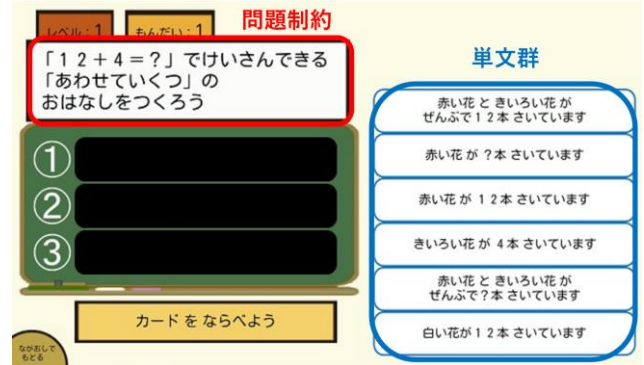


図 2 単文統合型作問学習支援システム「モンサクン」

## 2.3 本稿における作問プロセスの定義

以上の先行研究を踏まえて、システム上で作問プロセスを解釈させることを目的とした本稿における作問プロセスの定義を行う。本稿での作問プロセスとは、既知の情報である「提示された単文」から未知の情報である「問題を成立させるために必要な残りの単文及びその制約条件」に関する予測を行うプロセスと定義する。

## 3. 作問プロセスシミュレータ

### 3.1 シミュレータの定義

本稿では、提示された単文から問題を成立させるために必要な残りの単文及びその制約条件を予測する機構を作問プロセスシミュレータと定義する。

### 3.2 シミュレータの基本的な仕組み

作問プロセスシミュレータの基本的な仕組みとしては、三文構成モデルにおける制約条件の定義に対して、既知の情報である提示された単文を当てはめることで残りの単文の制約条件の予測を行うことが可能である。さらに、単文の制約条件を絞り込むことができれば、用意された単文群の中から使用可能な単文を発見することも可能となっている。

具体的な作問プロセスシミュレータの挙動では、まず、提示された単文を確定する。次に、提示された単文を三文構成モデルの制約条件に当てはめて、残りの単文の制約条件を予測する。最後に、単文群から条件に該当する単文を探索する。以下、「りんごが 5 個あります」が一枚提示され、「増加」の物語を予測するときの動作を例に、作問プロセスシミュレータの挙動を示す。一番目に、提示された単文を「りんごが 5 個あります」に確定する。(提示された単文は、0 枚、1 枚、2 枚に対応可能である。)二番目に、「りんごが 5 個あります」を三文構成モデルの制約条件に当てはめる。この時、増加の制約条件は、図 3 のようになっている。オブジェクト制約では、「全ての登場オブジェクトが等価」である必要がある。また、数量制約では、「変化前量 + 増加量 = 変化後量」を満たし、述語制約は、「増加の役割を表す述語」である必要がある。これらの増加の制約条件に対して単文の情報を当てはめ、予測した残りの単文の制約条件が図 4 とな

る(点線の部分の単文が予測された制約条件)。第二文の条件は、オブジェクト制約は、オブジェクトが等価である必要があるため「リンゴ」となり、数量制約には制限がなく、述語制約は、「増加の役割」になると予測する。第三文では、オブジェクト制約は、「リンゴ」(第二文と同様)、数量制約は、増加後の結果量を表すため初期の数量である5よりも大きい必要があるため「5より大きい数」となり、述語制約は、「存在の役割」になると予測する。今回の例では、「りんごが5個あります」を第一文として予測したが、第三文から予測することも可能である。また、どの単文が提示された場合においても、同様の過程で残りの制約条件を予測することが可能である。三番目に、予測した制約条件に基づいて、単文群とパターンマッチングを行うことで、使用可能な具体的な単文を特定する。第二文の条件の時は、オブジェクト制約は「リンゴ」となり、数量制約には制限がなく、述語制約は、「増加の役割」となる条件を満たすものは全て残り単文として選択可能である。この場合、パターンマッチングの結果として「りんごを3個もらいました」や「りんごを6個もらいました」などの単文が該当することになる。以上が、作問プロセスシミュレータの挙動例となる。

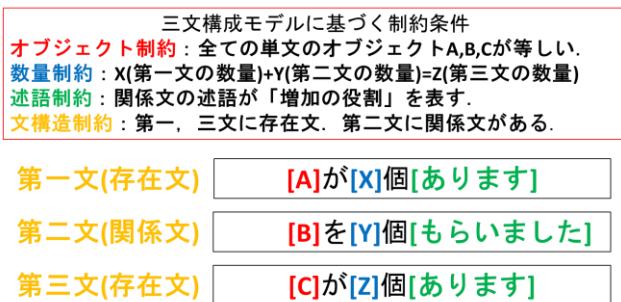


図3 三文構成モデルにおける制約条件

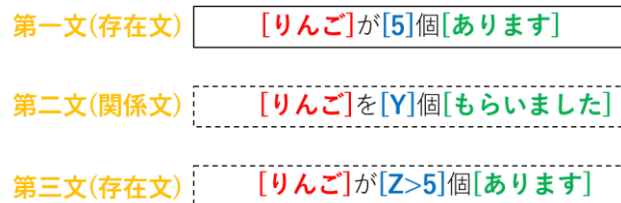


図4 三文構成モデルの制約条件に基づく予測結果

## 4. 発散的作問課題

### 4.1 課題の定義

三文構成モデルでは、提示された単文の状況から、残りの単文が予測可能であるという性質を持つ。この性質を利用することで、学習者に対して、制約条件を組み立てることで、残りの単文の可能性を複数予測させる課題が設計可能であると考えられる。本稿では、このような予測的な課題のことを発散的作問課題と定義する。

発散的作問課題では、算数文章題の問題間構造の理解を促進することを目的とする。本稿での問題間構造とは、問題間におけるオブジェクト・数量・述語・文構造の関係のことである。問題間構造の例としては、一つの存在文から全ての物語が作成可能であること(述語の関係性)や合併と比較の物語では、異なるオブジェクトの関係性であるといったことも扱う。これを理解させるためには、制約条件の組み立てを行うことで、複数の物語を作成可能な発散的作問課題が必要となると考えられる。

### 4.2 提示された単文と残りの単文の制約条件の関係

発散的作問課題において、提示された単文の枚数・種類によってどれだけ発散するかが変化する。この変化は、残りの単文の制約条件によって決定されるものである。したがって、出題する課題における発散の範囲をコントロールするためには、提示された単文と残りの単文の制約条件の関係を把握することが必要となる。そのため以下に、提示された単文の枚数・種類ごとの残りの単文の制約条件を示していく。

提示された単文が0文の時は、三文構成モデルで定義された制約条件の範囲内で全ての可能性を予測することが可能である。したがって、オブジェクト制約、数量制約、述語制約の三つの制約条件が全て変更可能な状態となっている。

提示された単文が1文の時は、文の種類によって異なる。もし、提示された単文が「存在文」であった時は、全ての物語の可能性を予測することが可能である。したがって、述語制約は変更可能である。一方で、オブジェクト制約と数量制約の変更可能性は、物語ごとによって異なる。合併と比較の場合では、オブジェクト制約と数量制約に制限がかかるがどちらも変更可能である(オブジェクトは片方が固定され、数量は一つが固定される)。変化の場合では、オブジェクト制約は変更できず、数量制約のみの変更が可能となっている。もし、提示された単文が「関係文」であった時は、述語の種類にかかわらず、物語の種類は一意に決定される。したがって、述語制約は変更不可能になる。また、オブジェクト制約も変更不可能であるが、制限付きで数量制約は変更可能となる。

提示された単文が2文の時は、文の種類によって異なる。「存在文」と「存在文」、「存在文」と「関係文」の組み合わせが考えられる。また、「存在文」と「存在文」は、オブジェクトが等しい場合とオブジェクトが異なる場合が存在する。つまり、組み合わせとしては、三種類存在する。(1)「存在文」と「存在文」のオブジェクトが等しい場合は、変化の物語を作成することが可能である。したがって、制限付きで述語制約は変更可能である。オブジェクト制約と数量制約は、変更ができない状態となる。(2)「存在文」と「存在文」のオブジェクトが異なる場合は、合併と比較の物語を作成することが可能である。したがって、制限付きで述語制約は変更可能である。オブジェクト制約と数量制約は、変更ができない状態となる。(3)「存在文」と「関係文」の場合は、どの制約条件も変更ができない。

### 4.3 演習の形式

発散的作問課題の演習形式として、単語統合型作問演習方式を提案する。単語統合型作問演習方式とは、単文のオブジェクト、数量、述語の変更及びそれを変更して作成した単文を組み立てて問題を作成する演習である。これにより、学習者は、単文から作成することでより目的に応じた自由度の高い作問活動が可能となると考えられる。単文作成までの具体的なシステムの形としては、図5のような形を想定している。オブジェクトと数量はプルダウン形式で選択し、述語は各単文からオブジェクトと数量の情報を抜き取ったスケルトンカードから選択を行うことが可能となっている。図5の例の場合、述語に関しては、オブジェクトと数量が何も選択されていない状態の全ての種類の単文(存在文一枚と各物語の関係文五枚)の中から選択することで述語の変更に対応する。オブジェクトに関しては、リストの中から「りんご」、「みかん」、「ぶどう」、「ばなな」、「もも」のいずれかを選択可能となっている。数量に関しても同様に、リストの中から1から9の数量を選択可能となっている。これにより、オブジェクト、数量、述語を変更することが可能な演習形式であるといえる。

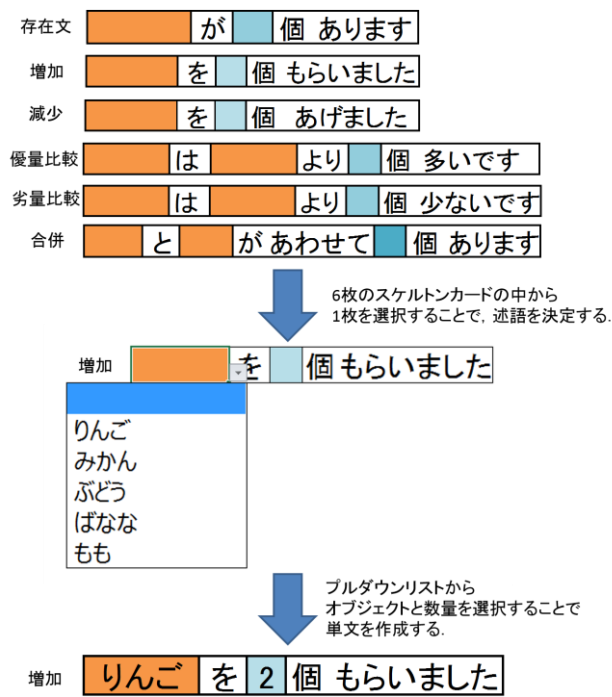


図5 システムにおける単文作成方法の流れ

#### 4.4 課題の種類

発散的作問課題は、提示された単文から作成可能な物語の種類を予測させる物語予測課題、提示された単文から選択可能な単文を予測させる単文予測課題、提示された単文がない状態から全ての種類の物語を予測させる網羅的予測課題の三つに分類される。以下、それぞれの課題の詳細について述べる。(1) 物語予測課題では、まず、学習者に1枚か2枚の単文を提示する。学習者は、この提示された単文から作成可能な物語の種類を予測を行うことが求められる。学習者は、単文を作成する活動はせず、物語の種類のみを選択する演習形式となる。(2) 単文予測課題では、物語予測課題と同様に学習者に1枚か2枚の単文を提示する。この状態から学習者は、提示された単文を用いて物語として成立するように残りの単文の予測を行うことが求められる。(3) 網羅的予測課題では、学習者には予め単文が提示されていない状態から始まる。そこから、学習者は全ての物語を作成することが求められる。以下、図6に課題例を示す。

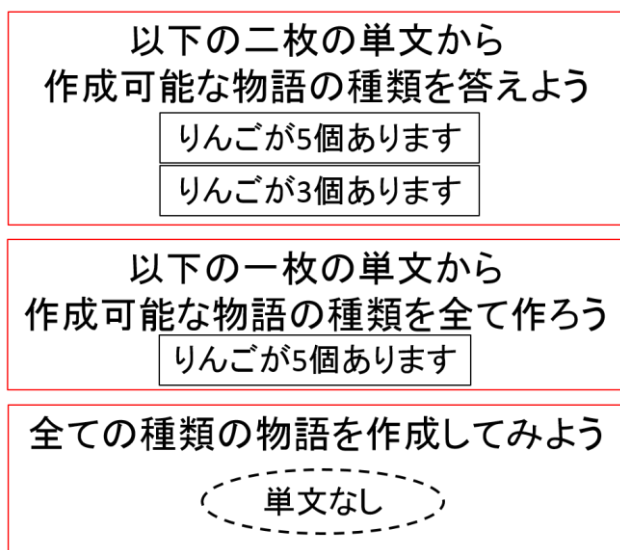


図6 課題例の一覧(物語予測, 単文予測, 網羅的予測の順)

図6の一番上の課題は、物語予測課題の一例であり、学習者は、“りんごが5個あります”と“りんごが3個あります”が提示された状態から作成可能な物語の種類を予測する課題となっている。単語統合作問演習形式ではないので、様々な単文を作成することはできないが、作成可能な物語の種類を予測できているかを容易に評価可能な課題となっている。図6の中央の課題は、単文予測課題の一例である。“りんごが5個あります”が提示された状態から作成可能な物語の種類を全て作成する課題となっている。この例において学習者が実際に予測する範囲の一例は、二章で示した図1となる。学習者にとって、一枚の単文から様々な物語の可能性を発散的に考える必要のある課題となっていると考えられる。また、提示した単文によって作成可能な物語の範囲が変わるため、理解させたいことに焦点を当てた課題の設定も可能である。図6の一番下の課題は、網羅的予測課題であり、提示された単文が存在せず、学習者に全ての物語を作成させる課題となっている。この課題も同様に発散的な思考が求められる課題となっている。

#### 5. おわりに

本稿では、単文統合作問における作問プロセスの診断機能を実現するための作問プロセスシミュレータ及び作問プロセスシミュレータの応用事例の一つである発散的作問課題について述べた。今後の課題としては、作問プロセスシミュレータを応用することで可能であるプロセスに着目した様々な学習支援を行ってきたい。

#### 参考文献

[中野 00] 中野明, 平嶋宗, 竹内章: “問題を作ることによる学習”の知的支援環境”, 電子情報通信学会論文誌 D-I, Vol.J83-D-I, No.6, pp.539-549, (2000).  
 [Hirashima 14] Hirashima, T., Hayashi, Y., Yamamoto, S.: Triplet Structure, Model of Arithmetical Word Problems for Learning by Problem-Posing, Proc. of HCII2014(LNCS8522), pp.42-50(2014).  
 [Yamamoto 12] Sho YAMAMOTO, Takehiro KANBE, Yuta YOSHIDA, Kazushige MAEDA, Tsukasa HIRASHIMA: ” A Case Study of Learning by Problem-Posing in Introductory Phase of Arithmetic Word Problems”, Proc. of ICCE2012, pp.25-32, (2012).  
 [Riley 83] Riley M.S., Greeno J.G., Heller J.I.: Development of Children's Problem-Solving Ability, (1983).