

## 再帰的近傍推定によるセル・オートマトンの拡張

## Extension of cellular automata using an algorithm of Recursive Estimation of Neighbors

香山 喜彦

Yoshihiko Kayama

梅花女子大学 情報メディア学科

Department of Media and Information, BAIKA Women's University

This study aims to present an extended model of a cellular automaton (CA) that includes an extra index consisting of a radius that defines a perception area for each cell in addition to the radius defined by the CA rule. The extra radius can be introduced using a recursive algorithm named the "Recursive Estimation of Neighbors." A basic CA rule is extrapolated into rules with larger radii, which form a sequence indexed by the extra radius containing the basic CA as the first term of the sequence. The patterns formed in some typical sequences of extended ECA and Life-like CA are presented. The new perspective presented here offers several different possible applications for CA.

## 1. はじめに

セル・オートマトン(CA)とは格子状に配置されたセルで構成されるオートマトンであり、その概念は 1940 年代に Uram と Neuman によって提唱された[Neumann 1996]. その後 1970 年代に入り、2 次元 CA で生命活動を想起させるような複雑な振る舞いをするものが Conway によって発見され、ライフゲームと呼ばれて注目された[Gardner 1970][Berlekamp 1982]. さらに 1980 年代には Wolfram によって 1 次元 CA が体系的に研究され[Wolfram 1983, 1984, 1986, 2002], 彼が提唱した CA のクラス分類は、パターン形成における複雑さの指標として多くの分野に影響を与えた. 標準的な CA では、任意のセルが各時刻での自身を含めた近傍セルの状態を取得して、すべてのセルに共通のルールテーブル(CA ルール)を参照し、次の時刻における自身の状態を決定する. その拡張としては、状態の更新が非同期なものや、確率に依存した更新を行うものなどが知られているが、ここで議論する拡張は、各セルが状態を取得する近傍の領域についてのものである.

群知能の一つである Boids において、任意の要素は、その知覚領域内に存在する他の要素の運動状態を取得し、特定のルールに基づいて自身の運動状態を決定する[Reynolds 1987][Banks 2007]. 各要素の知覚領域は、ルールを適用する範囲を定めるための属性として与えられ、適当なルール設定により、無秩序な運動から秩序ある集団が構成されていく. すなわちこれは、知覚領域で取得した情報を各要素がルールに従って処理し、自身の運動を決定することによって集団のゆらぎが制御され、秩序が形成される典型的な例である. CA においても Boids と同様に、任意のセルについて自身を含む近傍セルの領域を知覚領域と呼べるが、通常その大きさは CA ルールによって規定されており、独立なセルの属性としては導入されない. この制限を取り払い、知覚領域の大きさを、各セルの属性として指定する処方箋を提示するのが本稿の主題である. 知覚領域が大きいセルは、それだけ取得する情報量も多くなり、近傍セルの状態変化をより正確に把握できる可能性を持つ. それゆえ、異なる知覚領域の大きさを持つセルからなる CA を考えれば、異なる情報量を保持する要素からなる集合が、時間発展によりどのようなパターンを形成するか、といったシミュレーションのモデルになりえる.

実際にこのようなモデルを定義するために、CA ルールを再帰的に利用した状態の推定法として**再帰的近傍推定**と呼ぶアルゴリズムを採用する. それは、知覚領域内のすべてのセルが、自身と同様なアルゴリズムで時間発展すると仮定することで導かれる. 基本となる CA (基本 CA) に、セル属性として知覚領域の大きさを導入して得られる CA は、その大きさを指標とし、基本 CA を初項としたルール系列を構成する. こうして拡張された CA は、一見、標準 CA とは異なるように見えるが、実は、近傍を拡大した標準 CA に他ならない. すなわち、ここでの CA の拡張とは、より大きな近傍を持つ CA への一つの外挿法を与える [Kayama 2016].

## 2. 再帰的近傍推定と CA の拡張

前章で述べた再帰的近傍推定による CA の拡張は、標準 CA に対し、次のような仮定を付加することである.

1. 各セルには、基本 CA のルールにより規定される近傍とともに、その近傍を含む知覚領域が存在し、各時刻において、その知覚領域内のセルの状態値を取得できる.
2. 各セルは、任意の時刻において取得した知覚領域内のセルの状態値から、次の時刻における自身の状態値を、基本 CA のルールを用いて再帰的に推定する.
3. 再帰的推定のアルゴリズムは、知覚領域内のすべてのセルが同様のアルゴリズムで推定を実行していると仮定して行われる. 但し、各推定対象のセルの知覚領域は、推定を実行するセルの知覚領域に含まれる最大の領域に等しいと仮定する.
4. 知覚領域として基本 CA の近傍よりも小さい領域しか構成できないセルの推定値は、現時刻の状態値に等しいと仮定する.

空間的に等方な格子状において、セルの近傍と知覚領域が、対象のセルを中心とした半径  $r$  および  $R$  でそれぞれ規定される CA について考える. 最も単純な 1 次元 2 状態 3 近傍( $r = 1$ )の ECA ルールを基本 CA とし、 $i$  番目のセルの時刻  $t$  での状態を  $x_i^{(t)}$ , 半径  $R$  の知覚領域の情報から推定された時刻  $t + 1$  での推定値を  $\varphi_{R,i}^{(t+1)}$ , ルール関数を  $f$  とすれば、上記の仮定から、知覚領域内のセル  $i - j$  と  $i + j$  の推定値  $\varphi_{R-j,i-j}^{(t+1)}$  と  $\varphi_{R-j,i+j}^{(t+1)}$  はそれぞれ再帰的に

$$\begin{aligned}\varphi_{R-j,i-j}^{(t+1)} &= f(\varphi_{R-j-1,i-j-1}^{(t)}, x_{i-j}^{(t)}, \varphi_{R-j-1,i-j+1}^{(t+1)}), \\ \varphi_{R-j,i+j}^{(t+1)} &= f(\varphi_{R-j-1,i+j-1}^{(t+1)}, x_{i+j}^{(t)}, \varphi_{R-j-1,i+j+1}^{(t+1)}),\end{aligned}\quad (1)$$

で与えられる。但し、 $j = 1, 2, \dots, R-1$ であり、 $j = R$ のとき、仮定 4 によりセル  $i-R$  と  $i+R$  の推定値について

$$\varphi_{0,i\pm R}^{(t+1)} = x_{i\pm R}^{(t)}, \quad \varphi_{0,i\pm R\mp 2}^{(t+1)} = x_{i\pm R\mp 2}^{(t)} \quad (2)$$

が成り立つ。すなわちこれらは、再帰処理における終了条件 (termination condition) に対応する。

具体的な  $R$  の値についてルール関数を書き下せば明らかであるが、以上の拡張により与えられる CA は、ECA を基本 CA とした  $(2R+1)$  近傍ルールである。再帰的推定のアルゴリズムは、基本 CA から  $(2R+1)$  近傍の CA を得る外挿法を与えるとともに、CA に対して、推論の仮定を持った multi-agent system と解釈できることを意味している。

### 3. 拡張 CA のパターン

ここで、格子上のすべてのセルが同一の  $R$  値を持つ場合を homogeneous、異なる  $R$  値を許す場合を heterogeneous と呼ぶ。拡張 ECA では homogeneous のみを扱うが、拡張 Life-like CA では両方の例を提示する。homogeneous の場合、拡張された CA ルールは基本 CA を初項とし  $R$  を指標としたルール系列を構成するが、それを [基本 CA のルール番号] で表し、系列内の個々の拡張 CA を扱う場合には、ルール番号の後ろに文字  $R$  とその値を付加するものとする。つまり、例えば ECA の #110 を拡張したルール系列は [#110] = [#110R1, #110R2, #110R3, ...] のように表現される。以下では、特徴的ないくつかの拡張 CA について、ランダムな初期配位からの時間発展により、どのようなパターンが形成されるかを紹介する。

#### 3.1 拡張 ECA

ECA に属する  $2^8=256$  個のルールのうち、対称性を考慮すれば独立なルールは 88 個あることが知られている [Li 1990] [Kayama 2011]。Wolfram の分類における Class I に属するルールを基本とした拡張 ECA は、同様に Class I のままで変化はない。一方、周期的な Class II に属するルールの拡張 ECA の中には、 $R$  の値によって周期的にパターンが変化し、カオス的な性質も現れるものがある。カオス的な Class III の多くのルールは  $R$  が大きくなるとルール #30 に類似のパターンに至るが、ルール #22 (図 1) や Class IV に分類されるルール #110 (図 2) では、 $R$  の偶奇に従ってパターンが変化する。

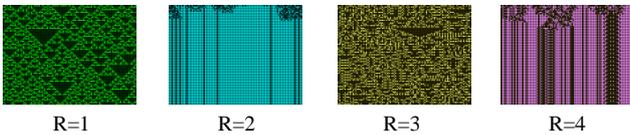


図 1 [#22] のパターン

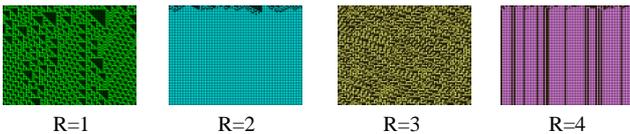


図 2 [#110] のパターン

#### 3.2 拡張 Life-like CA

2 次元の Life-like CA は、時間発展により birth(B) または survival(S) となるための 8 近傍に対する条件によってルールを識別することができる (Golly/RLE 形式 [Eppstein 2010])。これに

$R$  の値を組み込み、拡張された Life-like CA の表現を得る、例えばライフゲームは B3S23R1 となる。homogeneous の場合、ランダムな初期配位からの時間発展によるパターン形成において、図 3 のように [B3S23] ではいずれも休止状態に至る。

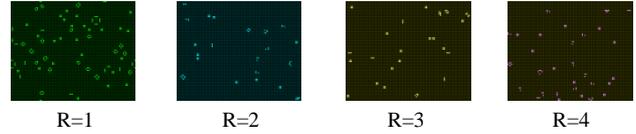


図 3 [B3S23] のパターン

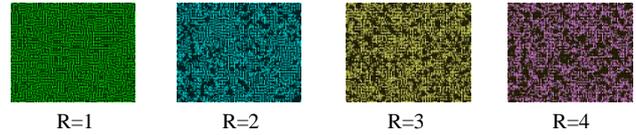


図 4 [B23S234] のパターン

但し、 $R$  が大きくなるにつれランダムな初期配位から休止状態に至る遷移時間 (Transient time) は短くなる (図 5<sup>1</sup>)。すなわち、各セルが取得する情報量が増大するとともにパターン形成に要する時間も短縮されており、情報がゆらぎの制御に有効に利用されていると考えられる。一方で、図 4 の [B23S234] のように、R1 では休止状態を持つが、 $R$  の増加に伴いランダムな振る舞いが激しくなるものもある。

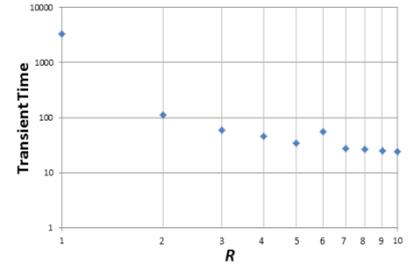
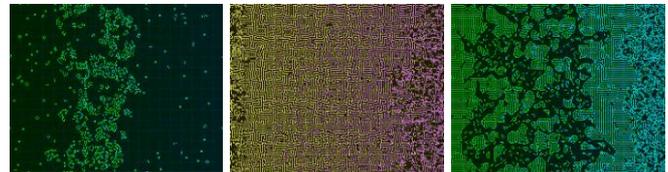


図 5 [B3S23] 遷移時間の  $R$  値依存。初期配位数 30, 両対数グラフ。

次に heterogeneous の例として、拡張ライフゲームの B3S23R1 と R2 が混在する場合のパターンを図 6-a に示す。どちらも homogeneous な領域 (左端と右端) では休止状態となるが、それらが入り混じった領域 (中間) では変動が沈静化しない。これは、2 種類の固体を混ぜると液化するような反応を想起させる。一方、図 6-b の B23S234R3 と R4 では、R3 と R4 どちらの homogeneous な領域でもランダムな状態であるが、これらが入り混じると休止状態に至る。これは、2 種類の液体を混ぜると凝固するような反応である。さらに B4S1234R1 と R2 では、ランダムな R1 に対して、休止状態に至る R2 のセルを混ぜることで、図 6-c のような縞模様が得られる。ここでは 2 種類のセルしか混合していないが、さらに多くの種類のセルの混合や初期配位を調整することで、多彩なパターンが得られると期待される。



(a) B3S23R1 ⇔ R2 (b) B23S234R3 ⇔ R4 (c) B4S1234R1 ⇔ R2

図 6 異なる  $R$  値のセルを混合したパターン形成。混合比は左 1:0 から右 0:1 に変化。(c) のみ初期配位の live セルの割合 0.2, その他は 0.5。

### 4. おわりに

ここで議論した拡張では、CA のルールに対する解釈を変更して、近傍の状態を推定する過程を追加することで、ルールで規定される近傍と、各セルが周囲のセルの状態を知覚できる領

<sup>1</sup>  $R = 6$  で遷移時間が長いのは移動物体の存在による [Kayama 2016]。

域とを分離し、ルールの近傍とは別に知覚領域を導入して、各セルの個体差を表現できるモデルへと拡張した。近傍セルの状態を推定するアルゴリズムを再帰的近傍推定と呼び、基本の CA ルールとは異なるアーキテクチャを導入することなく定式化され、基本 CA は、拡張 CA の知覚領域のサイズを指定する半径  $R$  の値を指標とするルール系列の初項として含まれる。結果的に、ここでの拡張 CA とは基本 CA よりも大きな近傍半径を持つ標準 CA への外挿法に他ならない。しかしそれが、パラメータ  $R$  だけで定式化でき、各セルが保持する情報量を表す指標となることが重要である。また第 3 章で見たように、拡張 CA によるパターンの多様性は、新たな CA の応用分野を開拓する可能性を持つ。シマウマや魚、貝の表面のパターン形成については多くの研究が行われているが、各セルが持つ情報量の違いから様々なパターン形成をシミュレートできるならば、拡張 CA もまた、有用な選択肢の1つとなるであろう。さらに、異なる  $R$  値を持つセルの混合とともに進化計算を導入してパターン形成を論じるなら、Boids が要素間の相互作用と進化計算の導入により Swarm Chemistry として重要な発展を遂げたように[Sayama 2007, 2009, 2010], "CA Chemistry"のような理論の構築が可能ではないかと期待される。

## 参考文献

- [Banks 2007] Banks, A., Vincent, J., and Anyakoha, C.: A review of particle swarm optimization. part i: background and development. *Natural Computing*, 6.4:467–484.
- [Berlekamp 1982] Berlekamp, E. R., Conway, J. H., and Guy, R. K.: *Winning Ways for Your Mathematical Plays*. Academic, New York.
- [Eppstein 2010] Eppstein, D.: Growth and decay in life-like cellular automata. In Adamatzky, A., editor, *Game of Life Cellular Automata*, pages 71–98. Springer.
- [Gardner 1970] Gardner, M.: *Mathematical games*. *Scientific American*, 223:102–123.
- [Kayama 2011] Kayama, Y.: Network representation of cellular automata. In 2011 IEEE Symposium on Artificial Life (IEEE ALIFE 2011) at SSCI 2011, pages 194–202.
- [Kayama 2016] Kayama, Y.: Extension of cellular automata by introducing an algorithm of recursive estimation of neighbors. In *Proceedings of the 21-st International Symposium on Artificial Life and Robotics*, pages 73–77.
- [Li 1990] Li, W. and Packard, N.: The structure of the elementary cellular automata rule space. *Complex Systems*, 4:281–297.
- [Neumann 1996] Neumann, J. von: The theory of self-reproducing automata. In Burks, A. W., editor, *Essays on Cellular Automata*. University of Illinois Press.
- [Reynolds 1987] Reynolds, C. W.: Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model. *ACM Siggraph Computer Graphics*, 21.4:25–34.
- [Sayama 2007] Sayama, H.: Decentralized control and interactive design methods for large-scale heterogeneous self-organizing swarms. *Advances in Artificial Life*, 15(1):105–114.
- [Sayama 2009] Sayama, H.: Swarm chemistry. *Artificial Life*, 15.1:105–114.
- [Sayama 2010] Sayama, H.: Robust morphogenesis of robotic swarms. *Computational Intelligence Magazine, IEEE*, 5(3):43–49.
- [Wolfram 1983] Wolfram, S. (1983). *Statistical mechanics of cellular automata*. *Rev. Mod. Phys.*, 55:601–644.
- [Wolfram 1984] Wolfram, S. (1984). *Universality and complexity in cellular automata*. *Physica D*, 10:1–35.
- [Wolfram 1986] Wolfram, S. (1986). *Theory and Applications of Cellular Automata*. World Scientific, Singapore.
- [Wolfram 2002] Wolfram, S. (2002). *A New Kind of Science*. Wolfram Media, Inc.