2D4-5

異なる性質を有する二施設の配置のための架空名義操作不可能なメカニズム

False-name-proof mechanism for locating two heterogeneous facilities

小野 友寛 Tomohiro Ono　富永 優仁 Yuto Tominaga　苑田 尭久 Akihisa Sonoda　東藤 大樹 Taiki Todo　横尾 真 Makoto Yokoo

九州大学 システム情報科学府
Graduate School of Information Science and Electrical Engineering at Kyushu University

In this paper, we consider a mechanism design problem for locating two heterogeneous facilities on a discrete line graph. A mechanism determines facilities' locations according to the requirements of agents. In this setting, several strategy-proof mechanisms have already been proposed. As far as the authors know, however, there was no research on false-name-proof mechanisms in this setting. We found that some mechanisms satisfy false-name-proofness but the others not. We then propose a false-name-proof mechanism that has a better approximation ratio for the maximum cost than the existing false-name-proof mechanisms.

1. 序論

エージェントの要求から施設の配置位置を決定する問題は**施設配置問題**と呼ばれ，幅広く研究されている [Moulin 80, Procaccia 13]．施設の配置位置が社会的にどれほど望ましいかの議論では，**社会コスト**（施設の配置位置と各エージェントの所在地との距離の総和）や**最大コスト**（施設の配置位置とそこから最も離れた地点にいるエージェントとの距離）などが考えられている． 実軸上の施設配置問題では施設の配置位置を決定するメカニズムとして社会コストを最小化する中央値メカニズム [Moulin 80] や最大コストを最小化する中点メカニズムなどが知られている．

メカニズムデザインとはミクロ経済学とゲーム理論の一分野であり，複数のエージェントが行う集団意思決定のためのルールを設計することである [坂井 08]．ルールを設計する際には，各エージェントが不正行為を行っても自身の利益を大きくすることができないなどの望ましい性質を満たすことが求められる．

各エージェントが合理的に行動する環境における施設配置問題では，エージェントが自身の所在地を偽って申告することで自身のコストを小さくすることができるならば，そのエージェントは自身の所在地を偽る．したがって各エージェントが虚偽の申告を行う誘因を持たないようにメカニズムを設計することが求められる．エージェントが自身の所在地について虚偽の申告を行う誘因を持たない性質は**戦略的操作不可能性**と呼ばれ，メカニズムが満たすべき重要な性質とされている [Moulin 80]． 社会コストを最小化する中央値メカニズムは戦略的操作不可能性を満たすが，最大コストを最小化する中点メカニズムは戦略的操作不可能性を満たさないことが知られている [Procaccia 13]．

またエージェントの不正行為に関して，一人のエージェントが架空名義を使って，複数のエージェントとして所在地の申告を行うことも考えられる．各エージェントが架空名義を使って申告を行う誘因を持たない性質は**架空名義操作不可能性**と呼ばれる．架空名義操作不可能性はエージェントが虚偽の申告を行うことに加えて架空名義を使うことも考慮しなくてはならないため，戦略的操作不可能性よりも強い性質である [Todo 11]．近年，インターネットなどを介して一人のエージェントが複数のアカウントを用いることが可能になっているため，架空名義操作不可能性を満たすメカニズムの設計が重要となっている．オークションや電子商取引などの分野では，既に架空名義操作に頑健なメカニズムについて研究が行われている [Yokoo 04]．

戦略的操作不可能性や架空名義操作不可能性を満たすメカニズムは，必ずしも社会コストや最大コストを最小化する施設配置を返さない．そのため，これらのメカニズムが返す施設配置における社会コストや最大コストが，それぞれの最適値と比較してどれほど望ましいかを示す近似率の解析が盛んに行われている [Todo 11, Lu 10, Fotakis 14]．

また二つの施設を配置する問題（二施設配置問題）の研究も行われている．二施設配置問題では，同性質の二施設を配置する問題と異性質の二施設を配置する問題がある．これまでは同性質の二施設配置問題が盛んに研究されていた [Procaccia 13, Lu 10, Fotakis 14]．最近では Serafino と Ventre らが異性質の二施設配置問題の研究を行っている [Serafino 14, Serafino 15]．

異性質の二施設配置問題の現実の応用例としては，クラウドコンピューティングにおけるデータの管理場所の決定などが挙げられる．企業が顧客のデータや社員のデータなどを管理する際，部署によって必要とされるデータが異なるため，それぞれの部署が必要とするデータに素早くアクセスできるようにする必要がある．

文献 [Serafino 14, Serafino 15] では，エージェントの所在地はあらかじめ決まっており，エージェントはどの施設を要求するかのみを申告するというモデルの二施設配置問題を考えている．このようなモデルにおける戦略的操作不可能性を満たす決定性の配置メカニズムとして TwoExtremes が提案され，社会コストと最大コストの最適値に対する近似率解析が行われている． また最大コストの観点から，TwoExtremes よりも望ましい近似率を達成する戦略的操作不可能性を満たす非決定性の配置メカニズムとして，RandAvg が提案されている．しかし異性質の二施設配置問題において，架空名義操作不可能性を満たすメカニズムについては議論されていない．そこで本論文では，まず既存のメカニズムの架空名義操作に対する頑健性について示す．また最大コストの観点から，既存の架空名義操作不可能なメカニズムよりも望ましい近似率を達成する架空名義操作不可能なメカニズムを提案する．さらに提案メカニズ

連絡先: 小野友寛，九州大学大学院システム情報科学府，819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地，(092)802-3576，t-ono@agent.inf.kyushu-u.ac.jp

ムの近似率の解析を行う．

2. モデル

文献 [Serafino 14] に倣い，次のような二施設配置問題のモデルを導入する．グラフ $G(V,E)$ 上のノードに異なる性質をもつ二つの施設を配置する．ここで V はグラフのノードの集合，E は辺の集合である．潜在的なエージェントの集合 $\mathcal{N}=\{1,2,\cdots\}(|\mathcal{N}|\geq 2)$ に対して，$V=\mathcal{N}$ とする．また $E=\{(i,i+1)\mid i\in\{1,2,\cdots,|\mathcal{N}|-1\}\}$ とする．二つの施設を F_0，F_1 とし，施設の集合を $\delta=\{F_0,F_1\}$ とする．これらの施設はグラフのノード上にのみ配置可能であり，同一ノードに二つの施設を配置することはできない．すべてのエージェントが施設の要求を行うのではなく，施設を利用したいと考えているエージェントのみが施設の要求を行う．施設の要求を行うエージェント（参加者）の集合を $N\subseteq\mathcal{N}(|N|\geq 2)$ とする．参加者は二つの施設の中で自分の利用したい施設を要求する．ここでエージェント i が要求する施設の集合を $T_i\subseteq\delta$ と表す．また参加者が要求する施設の集合の組を $\mathcal{T}_N=(T_i\mid i\in N)$ とする．F_k を要求する参加者の集合を $V_k[\mathcal{T}_N]=\{i\in N\mid F_k\in T_i\}$ とする（簡単のため V_k と略記することもある）．また添字 k は 2 を法とする．すなわち $k=0$ のとき $k+1=1$，$k=1$ のとき $k+1=0$ とする．参加者の要求の組から二つの施設の配置位置を決定するメカニズム M は実現可能な施設配置 $M(\mathcal{T}_N)=(F_0,F_1)$ を返す（ただし実現可能な施設配置を表す F_0,F_1 はそれぞれの施設の配置位置を意味し，$F_0,F_1\in V$ かつ $F_0\neq F_1$ とする）．エージェントの施設にアクセスするコストは自身がいるノードと施設が配置されているノードとの距離で定義される．すなわち実現可能な施設配置 $\mathcal{F}=(F_0,F_1)$ に対するエージェント i のコストは $cost_i(\mathcal{F})=\sum_{F_k\in T_i}d(i,F_k)$ と定義する．また $d(x,y)$ はノード x，y 間の距離とする．

参加者は施設の要求に関して虚偽の申告を行うことも可能である．エージェント i の虚偽の要求を $T'_i\subseteq\delta$ とする．またエージェント i 以外のエージェントの要求の組を $\mathcal{T}_{-i}$ とする．参加者は合理的であるため，自身のコストを最小化するように施設の要求を行う．つまり虚偽の申告を行うことで自身のコストを減らすことが可能であるならば，参加者は虚偽の要求を行う．各参加者が虚偽の施設の要求を行っても自身のコストを減らすことができない性質を戦略的操作不可能性という．文献 [Serafino 14] に倣い，本モデルにおける戦略的操作不可能性を次のように定義する．

定義 1 配置メカニズム M が戦略的操作不可能性を満たすとは，$\forall N\subseteq\mathcal{N}$, $\forall\mathcal{T}_N\in(2^\delta)^{|N|}$, $\forall i\in N$, $\forall T'_i\subseteq\delta$, $cost_i(\mathcal{F})\leq cost_i(\mathcal{F}')$ が成り立つことである．ただし $\mathcal{F}=M(\mathcal{T}_N)$, $\mathcal{F}'=M(T'_i,\mathcal{T}_{-i})$ である．

また参加者はメカニズムに参加しない自分以外のエージェントの名義を使って施設の要求を行うことも可能である．参加者 $i\in N$ が扱う名義の集合を $\Phi_i\subseteq\{i\}\cup(\mathcal{N}\setminus N)$ とする．ここで一人の参加者が複数の名義を扱って施設の要求を行っても自身のコストを減らすことができない性質を架空名義操作不可能性という [Todo 11].

定義 2 配置メカニズム M が架空名義操作不可能性を満たすとは，$\forall N\subset\mathcal{N}$, $\forall\mathcal{T}_N\in(2^\delta)^{|N|}$, $\forall i\in N$, $\forall\Phi_i\subseteq\{i\}\cup(\mathcal{N}\setminus N)$, $\forall\mathcal{T}_{\Phi_i}\in(2^\delta)^{|\Phi_i|}$, $cost_i(\mathcal{F})\leq cost_i(\mathcal{F}')$ が成り立つことである．ただし $\mathcal{F}=M(\mathcal{T}_N)$, $\mathcal{F}'=M(\mathcal{T}_{\Phi_i},\mathcal{T}_{-i})$ である．

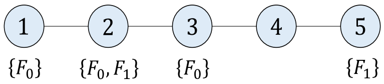

図 1: エージェントの要求の例

3. 決定性メカニズム

初めに決定性の配置メカニズムについて考察する．決定性の配置メカニズムはグラフ $G(V,E)$ と参加者の施設の要求の組 $\mathcal{T}_N$ が与えられたとき，唯一に施設配置 $\mathcal{F}$ を返す．本モデルにおける戦略的操作不可能な決定性の配置メカニズムとして，TwoExtremes が提案されている [Serafino 14]．TwoExtremes では，一方の施設はその施設を要求するエージェントがいるノードの中でノード番号が最小のノードに配置する．また，他方の施設はその施設を要求するエージェントがいるノードの中でノード番号が最大のノードに配置する．ただし，配置位置が重なった場合はどちらかの施設を一つ隣のノードに移動させる．TwoExtremes の動作例を例 1 に示す．

例 1 図 1 のようなエージェントの要求を考える．TwoExtremes では，まず一方の施設（F_0）はその施設を要求するエージェントの中でノード番号が最小の位置に配置する．ここでは $V_0=\{1,2,3\}$ であるため，F_0 は 1 の位置に配置される．また，他方の施設（F_1）はその施設を要求するエージェントの中でノード番号が最大のエージェントの位置に配置する．つまり $V_1=\{2,5\}$ であるため，F_1 は 5 の位置に配置される．

TwoExtremes が戦略的操作不可能性を満たすことは示されているが，架空名義操作に対して頑健であるか否かについては議論されていない．本研究では，まず TwoExtremes が架空名義操作不可能性を満たすメカニズムであることを示した．紙幅の都合上，証明は省略する．

定理 1 TwoExtremes は架空名義操作不可能性を満たす．

3.1 最大コスト

施設の配置位置の適切さを定量的に比較するための指標として，最大コストが考えられている．最大コストとは，要求する施設から最も遠い参加者のコストである．すなわち施設配置 $\mathcal{F}$ に対する最大コストは $mc(\mathcal{F})=\max\{cost_i(\mathcal{F})\mid i\in N\}$ と定義される．ここで最大コストを最小化する施設配置を $\mathcal{F}^*$ とする．

メカニズムに架空名義操作不可能性を要求すると，メカニズムは必ずしも最大コストを最小化するような施設配置を返すことはできない．ある施設配置 $\mathcal{F}$ が最適解と比較してどれほど望ましい配置であるかの比率を近似率と呼ぶ．最大コストに対する近似率 α は $\alpha=\dfrac{mc(\mathcal{F})}{mc(\mathcal{F}^*)}$ と定義する．すなわち，近似率が小さいほど望ましい配置であることを示す．また，あるメカニズム M が任意の要求の組 $\mathcal{T}_N$ に対して $\dfrac{mc(M(\mathcal{T}_N))}{mc(\mathcal{F}^*)}\leq\alpha$ となるとき，M は最大コストに対して近似率 α のメカニズムであるという．

TwoExtremes は最大コストについて近似率 3 のメカニズムであることが示されている．また戦略的操作不可能な決定性メカニズムの達成しうる近似率の下界値は $\frac{3}{2}$ であることも示されている [Serafino 15]．しかし架空名義操作不可能な決定性メカニズムが達成しうる近似率の下界値については議論されて

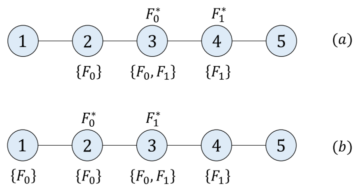

図 2: 定理 2 の証明の例

いない．本研究で架空名義操作不可能な決定性メカニズムが達成可能な最大コストに対する近似率の下界値が 2 であることを示した．

定理 2 架空名義操作不可能性を満たす決定性メカニズムが達成可能な最大コストに対する近似率の下界値は 2 である．

証明 図 2 の (a) のようなエージェントの要求を考える．このとき最適解は $(F_0^*, F_1^*) = (2, 3)$ または $(3, 4)$ で最大コストは 1 となる．他の施設配置は最大コスト 2 以上になる．近似率を 2 より小さくするには最適解を返さなければならない．このとき $(F_0 = 2, F_1 = 3)$ を返せばエージェント 4 のコストは 1 になり，$(F_0 = 3, F_1 = 4)$ を返せばエージェント 2 のコストが 1 となる．まず $(F_0 = 3, F_1 = 4)$ を返すと仮定する．エージェント 2 が 1 の位置に架空名義を追加して施設の要求を行うことで得られる図 2 の (b) のような要求の組を考える．このときの最適解は $(F_0 = 2, F_1 = 3)$ となり最大コストは 1 になる．その他の解は最大コストが 2 以上となる．ここで最適解を返すと，エージェント 2 のコストが 0 となり架空名義操作を行うことでコストが減少する．よって架空名義操作不可能性を満たすには，最適解を返すことはできない．このとき近似率は必ず 2 以上になる．$(F_0 = 2, F_1 = 3)$ を返したときも同様の議論が成り立つ． □

4. 非決定性メカニズム

メカニズムを決定性から非決定性に拡張することで，より望ましい近似率をもつメカニズムを得ることが可能になる．非決定性メカニズムは実現可能な施設配置を確率的に返すメカニズムである．

最大コストについて近似率 $\frac{3}{2}$ の戦略的操作不可能な非決定性メカニズムとして RandAvg が提案されている [Serafino 15]．RandAvg は平均的に F_0，F_1 をそれぞれの施設を要求するエージェントの中間地点に配置する．つまり任意の $k \in \{0, 1\}$ について，F_k を要求するエージェントの中間地点を μ_k としたとき $\mathrm{E}_{(F_0,F_1)\in\mathcal{M}}[F_k] = \mu_k$ となる施設配置の集合 $\mathcal{M}$ からランダムに選ばれた施設配置を返す（ただし $\mathrm{E}_{(F_0,F_1)\in\mathcal{M}}[F_k]$ は $\mathcal{M}$ からランダムに施設配置を返したときに F_k が配置されるノードのノード番号の期待値を表す）．このような実現可能な施設配置の集合が存在しない場合も起こりうるが，その際は決定的に最適解を返す． 動作例を例 2 で示す．

例 2 例 1 と同じ問題を考える．このとき $\mu_0 = 2$，$\mu_1 = 3.5$ となる．F_0，F_1 がそれぞれ平均的にこれらの位置にあるような施設配置の集合を $\mathcal{M}$ とする．このような集合はいくつか存在するが，ここでは一例として $\mathcal{M} = \{(F_0 = 2, F_1 = 3), (F_0 = 2, F_1 = 4)\}$ を考える．RandAvg はこの $\mathcal{M}$ からランダムに一つ施設配置を返す．

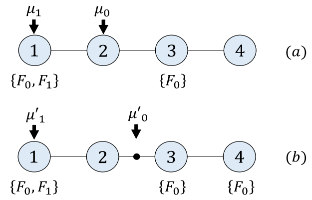

図 3: 定理 3 の証明の例

非決定性メカニズム RandAvg を紹介したが，TwoExtremes と同様に架空名義操作に対する耐性は議論されていない．ここで RandAvg が架空名義操作不可能性を満たさないことを示す．

定理 3 RandAvg は架空名義操作不可能性を満さない．

証明 図 3 の (a) のようなエージェントの要求を考える．このとき F_0 を要求するエージェントの中間地点 $\mu_0 = 2$，F_1 を要求するエージェントの中間地点 $\mu_1 = 1$ となる．ここでエージェント 3 が 4 の位置に架空名義を追加して施設の要求を行うことで得られる図 3 の (b) のようなエージェントの要求の組を考える．このとき F_1 を要求するエージェントの中間地点 $\mu'_0 = 2.5$ となる．エージェント 3 は架空名義を用いることで，F_0 を要求するエージェントの中間地点を自分の位置に近づけることができる．このときエージェント 3 のコストは明らかに減少する．したがって RandAvg は架空名義操作不可能性を満たさない． □

4.1 提案メカニズム

定理 3 より RandAvg は架空名義操作不可能性を満たさない．したがってメカニズムに架空名義操作不可能性を要求したとき TwoExtremes よりもよい近似率を達成するメカニズムはまだ提案されていない．そこで本論文では，最大コストの観点から TwoExtremes よりもよい近似率を達成する架空名義操作不可能な非決定性メカニズムとして Mechanism1 を提案する．Mechanism1 は Procaccia と Tennenholtz[Procaccia 13] らが提案したメカニズム Left-Right-Middle を本研究で扱うモデルに応用したものである．

Mechanism1 の施設配置の決定方法を Algorithm 1 に示す．Mechanism1 で呼び出される関数 ComputeSupport は任意の $k \in \{0, 1\}$ について以下を満たす施設配置の多重集合 $\mathcal{M}$ をランダムに 1 つ返す．ただし $P_{(F_0,F_1)\in\mathcal{M}}(F_k = a)$ は $\mathcal{M}$ からランダムに施設配置を返すとき F_k が a のノードに配置される確率である．

(i) $\max V_k - \min V_k \geq 1$ のとき

- $P_{(F_0,F_1)\in\mathcal{M}}(F_k = \min V_k) = \frac{1}{4}$
- $P_{(F_0,F_1)\in\mathcal{M}}(F_k = \lfloor \mu_k \rfloor) = \frac{1}{4}$
- $P_{(F_0,F_1)\in\mathcal{M}}(F_k = \lceil \mu_k \rceil) = \frac{1}{4}$
- $P_{(F_0,F_1)\in\mathcal{M}}(F_k = \max V_k) = \frac{1}{4}$

(ii) $\max V_k - \min V_k = 0$ のとき

- $P_{(F_0,F_1)\in\mathcal{M}}(F_k = \mu_k) = \frac{1}{2}$
- $P_{(F_0,F_1)\in\mathcal{M}}(F_k = \mu_k - 1) = \frac{1}{2}$ (ただし $\mu_k - 1 \leq 0$ のときは $P_{(F_0,F_1)\in\mathcal{M}}(F_k = \mu_k + 1) = \frac{1}{2}$)

Algorithm 1 MECHANISM1

Input: Line G, facilities $\delta = \{F_0, F_1\}$, declarations $\mathcal{T}_N = (T_1, \dots, T_n)$

Output: $\mathcal{F}(\mathcal{T}_N)$, an allocation for 2-facility location on G

$\mu_0 := \dfrac{\max V_0 + \min V_0}{2}$

$\mu_1 := \dfrac{\max V_1 + \min V_1}{2}$

if $|V_0| = 1$ *and* $|V_1| = 1$ **then**

  return $(F_0 = \mu_0, F_1 = \mu_1)$

$\mathcal{M}$:=COMPUTESUPPORT(V_0, V_1)

return $(F_0, F_1) \in \mathcal{M}$ *with probability* $1/|\mathcal{M}|$

MECHANISM1 は COMPUTESUPPORT が返す施設配置の多重集合 $\mathcal{M}$ からランダムに施設配置を返す．つまりそれぞれの施設について，その施設を要求するエージェントの中で，ノード番号が最小の位置に確率 $\frac{1}{4}$，ノード番号が最大の位置に確率 $\frac{1}{4}$，それらの中間地点に確率 $\frac{1}{2}$ で配置することになる．

MECHANISM1 の動作例を例 3 に示す．

例 3 例 1 と同じ問題を考える．このとき F_0 について 1 の位置にある確率 $\frac{1}{4}$，3 の位置にある確率 $\frac{1}{4}$，2 の位置にある確率 $\frac{1}{2}$ となり，F_1 について 2 の位置にある確率 $\frac{1}{4}$，3 の位置にある確率 $\frac{1}{4}$，4 の位置にある確率 $\frac{1}{4}$，5 の位置にある確率 $\frac{1}{4}$ となるように施設配置の多重集合をつくる．ここでは一例として $\mathcal{M} = \{(F_0 = 1, F_1 = 2), (F_0 = 2, F_1 = 3), (F_0 = 2, F_1 = 4), (F_0 = 3, F_1 = 5)\}$ を考える．この $\mathcal{M}$ の中からランダムに一つ施設配置を返す．

本研究で MECHANISM1 が架空名義操作不可能であることを示した．紙幅の都合上，証明は省略する．

定理 4 MECHANISM1 は架空名義操作不可能性を満たす．

4.2 最大コスト

MECHANISM1 の近似率解析を行い，MECHANISM1 が最大コストについて近似率 2 であることを示した．また架空名義操作不可能性を満たす非決定性のメカニズムが達成しうる近似率の下界値が $\frac{3}{2}$ であることも示した．紙幅の都合上，証明は省略する．

定理 5 MECHANISM1 の最大コストに対する近似率は 2 である．

定理 6 架空名義操作不可能性を満たす非決定性メカニズムが達成可能な最大コストに対する近似率の下界値は $\frac{3}{2}$ である．

5. 結論

本論文では，異性質の二施設配置問題における架空名義操作不可能性を満たすメカニズムについて議論した．初めに文献 [Serafino 14] で提案された決定性メカニズム TWOEXTREMES が架空名義操作不可能性を満たすことを示した． また非決定性メカニズムである RANDAVG が架空名義操作不可能性を満たさないことを示した．架空名義操作不可能性を満たし，かつ最大コストの観点から TWOEXTREMES よりもよい近似率を達成する非決定性メカニズムを提案した．また提案メカニズムの近似率の解析を行い，最大コストに対する近似率を示した．

最大コストについて今回求めた架空名義操作不可能なメカニズムの達成しうる近似率の下界値と提案メカニズムの近似率にはまだギャップが残されている．このギャップを埋めることが一つの課題となっている．また今回求めた提案メカニズムの最大コストに対する近似率は厳密ではない．これは一方の施設の配置位置に対して，他方の施設をどこに配置するかで最大コストが変わるためである．つまり提案メカニズム内で COMPUTESUPPORT が返す多重集合をどのようにとるかによって近似率が異なる．期待最大コストを最小にするような多重集合を求め，提案メカニズムの最大コストに対する厳密な近似率を求めることも今後の課題である．

謝辞

本研究は JSPS 基盤研究 (S) (課題番号 24220003) の助成を受けました．ここに深く感謝いたします．

参考文献

[Fotakis 14] Fotakis, D. and Tzamos, C.: On the power of deterministic mechanisms for facility location games, *ACM Transactions on Economics and Computation*, Vol. 2, No. 4, p. 15 (2014)

[Lu 10] Lu, P., Sun, X., Wang, Y., and Zhu, Z. A.: Asymptotically optimal strategy-proof mechanisms for two-facility games, in *Proceedings of the 11th ACM conference on Electronic commerce*, pp. 315–324 (2010)

[Moulin 80] Moulin, H.: On strategy-proofness and single peakedness, *Public Choice*, Vol. 35, No. 4, pp. 437–455 (1980)

[Procaccia 13] Procaccia, A. D. and Tennenholtz, M.: Approximate mechanism design without money, *ACM Transactions on Economics and Computation*, p. 18 (2013)

[Serafino 14] Serafino, P. and Ventre, C.: Heterogeneous facility location without money on the line, in *Proceedings of the 21st European Conference on Artificial Intelligence*, pp. 807–812 (2014)

[Serafino 15] Serafino, P. and Ventre, C.: Truthful mechanisms without money for non-utilitarian heterogeneous facility location, in *Twenty-Ninth AAAI Conference on Artificial Intelligence*, pp. 1029–1035 (2015)

[Todo 11] Todo, T., Iwasaki, A., and Yokoo, M.: False-name-proof mechanism design without money, in *The 10th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems-Volume 2*, pp. 651–658 (2011)

[Yokoo 04] Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S.: The effect of false-name bids in combinatorial auctions: New fraud in Internet auctions, *Games and Economic Behavior*, Vol. 46, No. 1, pp. 174–188 (2004)

[坂井 08] 坂井豊貴, 藤中裕二, 若山琢磨 : メカニズムデザイン—資源配分制度の設計とインセンティブ (2008)