

# 銘柄別期間全列挙に基づく季節性アノマリーのマイニング

Mining a seasonal anomaly based on all periods enumeration

岡田 克彦<sup>\*2</sup>      羽室 行信<sup>\*1</sup>      Stephane Cheung<sup>\*3</sup>  
Katsuhiko OKADA      Yukinobu HAMURO      Stephane CHEUNG

<sup>\*1\*</sup><sup>2\*</sup><sup>3\*</sup> 関西学院大学 経営戦略研究科

Institute of Business and Accounting, Kwansei Gakuin University

The stock market performs better in the first half of the year than the latter. This fact is well known to investors, but remains intact for decades. The reason is because the seasonal anomaly over a long period (6 months) is difficult to arbitrage away. We present a model to exploit seasonal anomaly to enhance returns. Our model, period mining model, selects stocks that have a high probability to outperform the market based on their past seasonal history. We demonstrate the period mining model generates superior returns after controlling for market, size and the book-to-market ratio.

## 1. はじめに

株価に季節性があることは、広く知られている。「1月効果」<sup>1</sup>、「週末効果」<sup>2</sup>、「月曜効果」<sup>3</sup>、「休日前効果」<sup>4</sup>、「ハロウィーン効果」<sup>5</sup>、「デカンショ節効果」<sup>6</sup>など多くの異なる季節性（カレンダーアノマリー）が報告されているが、その全てが安定的に観察されるものばかりではない。ある特定の売買パターンに依拠するだけで利益が継続的に得られる、と一般に認識された瞬間、そのパターンを実行しようとする投資家が数多く出現し、そうしたアノマリーは消滅してしまう。短期的な季節性アノマリーを利用するような投資を実行することは容易なため、こうした現象は認知度の高まりと共に消滅する。しかし、裁定取引が困難な長期の季節性アノマリーである「ハロウィーン効果」<sup>5</sup>、「デカンショ節効果」<sup>6</sup>については、消えることがない [Andrade 13]。本稿では、株価指数レベルで存在している季節性を、TOPIX500銘柄を対象に個別銘柄で探索し、個別銘柄の季節性に合わせたポートフォリオ構築の可能性について検証する。

## 2. 手法

本稿では、個別株における季節性アノマリの認められる期間を、一年の中で安定的かつ定期的収益性が高くなる期間と定義する。以下では、そのような期間をいかに抽出するかについて詳述する。

ある年における日  $s$  から  $d$  日間の期間を  $(s, d)$  で表す。そして一年の営業日における全ての期間  $P = \{(s, d) | s = 1, 2, \dots, N, d = 1, 2, \dots, N - s + 1\}$  を全列挙する。ここで  $N$  は一年間の営業日数であり、本稿では  $N = 250$  と固定している。

このように列挙された期間全てについて、収益性 (profitability)、定常性 (stationarity)、安定性 (stability) を計算する。収益性としては市場全体の収益率との差分である超過収益率の過去  $k$  年間の平均により定義し、また定常性としては毎年同じ時期に収益性が高ければ定常性が高いと考え、過去  $k$  年間の収益性の分散により定義する。また安定性は、期間内での収益性に乱高下が少なければ安定していると考え、期間内の日々の収益性の分散により定義する。年  $y$  から過去  $k$  年間の期間

$(s, d)$  の収益性  $prof_{y,k}(s, d)$  を式 (1) に、定常性  $stat_{y,k}(s, d)$  を式 (2) に、そして安定性  $stab_{y,k}(s, d)$  を式 (3) 示す。ここで、 $r_y(s, d)$  は、年  $y$  における期間  $(s, d)$  の超過収益率を表している。超過収益率は、 $R_{s+d}^e/R_s^e - R_{s+d}^i/R_s^i$  で定義される。ここで、 $R_t^e$  は個別株の日  $t$  における終値を、 $R_t^i$  は市場インデックス（本稿では TOPIX を利用）の終値である。また、 $\bar{r}_y(s, d)$  は日々の収益率平均で  $\frac{1}{d} \sum_{i=s}^{s+d-1} r_y(i, 1)$  である。

$$prof_{y,k}(s, d) = \frac{1}{k} \sum_{i=y-k+1}^y r_i(s, d) \quad (1)$$

$$stat_{y,k}(s, d) = \frac{1}{k-1} \sum_{i=y-k+1}^y (r_i(s, d) - prof_{y,k}(s, d))^2 \quad (2)$$

$$stab_{y,k}(s, d) = \frac{1}{k(d-2)} \sum_{i=y-k+1}^y \sum_{j=s}^{s+d-2} (r_i(j, 1) - \bar{r}_i(s, d))^2 \quad (3)$$

以上の方法により列挙された全期間の中からいかにして信頼性の高い季節性アノマリを抽出するかについて、本稿では以下に示す 2 つの方法を比較検討した。

### 2.1 one 法

収益性と定常性のみ注目し、年  $y$  において過去  $k$  年の定常性が高くかつ収益性の高い期間を季節性アノマリとして定義する。具体的には、式 (4) に示される目的関数が最大となるような期間  $(s', d')_{y,k}$  を一つ選択する。ただし、短すぎる期間は季節アノマリとして相応しくないと考え、 $d \geq 20$  の制約条件を加える。また、収益性がマイナスの期間も対象としない。条件にマッチする期間がない場合は解なしとする。

$$(s', d')_{y,k} = \operatorname{argmax}_{(s,d) \in P} \frac{prof_{y,k}(s, d)}{stat_{y,k}(s, d)} \quad (4)$$

$$\text{subject to } d \geq 20 \quad (5)$$

$$prof_{y,k}(s, d) \geq 0 \quad (6)$$

連絡先: 岡田克彦, 関西学院大学, 西宮市上ヶ原一番町 1-155, TEL:0798-54-6572, hamuro@kwansei.ac.jp

## 2.2 opt 法

one 法では、季節性アノマリとして相応しくない期間 (収益性や定常性が非常に低いような期間) が選択される可能性がある。そこで、目的関数については one 方と同様に式 (4) を用いるが、収益性、定常性、安定性、保有期間、それぞれに閾値  $\theta, \pi, \tau, \sigma$  を設け、それらの条件を満たす期間の中から目的関数が最大となる期間を選択する (式 (7))。条件にマッチする期間がない場合は解なしとする。

$$(s', d')_{y,k} = \operatorname{argmax}_{(s,d) \in P} \frac{\operatorname{prof}_{y,k}(s,d)}{\operatorname{stat}_{y,k}(s,d)} \quad (7)$$

$$\text{subject to } d \geq \theta, \quad (8)$$

$$\operatorname{prof}_{y,k}(s,d) \geq \pi, \quad (9)$$

$$\operatorname{stat}_{y,k}(s,d) \leq \tau, \quad (10)$$

$$\operatorname{stab}_{y,k}(s,d) \leq \sigma \quad (11)$$

4つの閾値の最適な組み合わせは、ベイズ的最適化によって求めた。過去  $k$  年を、最初の  $k-1$  年間 (訓練データ) と最後の1年間 (テストデータ) に分割し、与えられた4つの閾値による制約条件のもと目的関数最大となる期間を選び、テストデータ上での同期間の目的関数を評価値とする。ベイズ的最適化では、パラメータ (閾値) を説明変数、そしてそれらのパラメータに対する目的関数を目的変数としたガウス過程回帰モデルを構築する。そして、そのモデルに基づいて効率的に探索パラメータをサンプリングすることで、少ない回数で目的関数を最大化するようなパラメータセットを探索することが可能となる。パラメータのサンプリング方法には EI (expected improvement) 法を用いた\*1。

## 2.3 評価

one 法および opt 法による季節性アノマリの列挙手法の有効性を確認するために、本稿では、カレンダーポートフォリオを構成した後に、Sharpe 比および Lyon らの推奨する Fama-French Three Factor Model [Lyon 99] によって評価する。Sharpe 比は、年あたりの収益率平均を収益率標準偏差で除した値として定義される。また Three Factor Model では、以下の推定式が用いられる。

$$R_t^p - R_t^f = \alpha_i + \beta_i(R_t^m - R_t^f) + s_i(S_t) + h_i(H_t) + \epsilon_{i,t} \quad (12)$$

ここで  $R_t^p$  は時点  $t$  のカレンダータイム・ポートフォリオの単純平均収益率、 $R_t^f$  は10年新発国債の利回り、 $R_t^m$  は東京証券取引所第1部、第2部の金融を含む全上場企業の時価総額加重平均リターン、 $S_t$  は小型株と大型株の時価総額加重平均収益率の差、 $H_t$  は成長株とバリュー株の時価総額加重平均リターンの差である。これらの重回帰結果として、 $\alpha_i, \beta_i, s_i, h_i$  の推計値が求められる。季節性ポートフォリオの選択する銘柄が、小型株や割安株への偏りをコントロールした後も超過リターンを示すかを検証する。

## 3. 実験

対象銘柄を東京証券取引所一部上場銘柄のうち、2015年8月の時点で市場価値の上位500銘柄を選択した。データは2001年から2014年までの14年間のデータを用い、データ年数については  $k=3, 4, 5, 6$  として実験を行った。

\*1 統計パッケージ R の tgm ライブラリを用いた。

表 1: 過去参照年数  $k$  別 one 法と opt 法の結果比較

$k$	平均銘柄数		Sharpe		$\alpha$ p-value	
	one	opt	one	opt	one	opt
3	150	112	0.122	0.116	0.151	0.104
4	130	96	0.114	0.130	0.0158*	0.170
5	120	84	0.111	0.144	0.3716	0.175
6	113	75	0.108	0.129	0.0509	0.340

表 2: Three Factor Model による評価

	one( $b=4$ )		opt( $b=4$ )	
	Coeff.	p-value	Coeff.	p-value
$\alpha$	0.000182	0.0158*	0.000129	0.170
$\beta$	0.974	0.0000***	0.911	0.000***
$s$	0.115	0.0000***	0.140	0.000***
$h$	0.0955	0.0000***	0.185	0.000***
修正 $R^2$	0.919		0.8497	

カレンダータイムポートフォリオを構成するために、以下の手順に従いポートフォリオを構成した。 $k=3$  とすると、2001年から2003年の3年間のデータを用い、前節で論じた方法 (one 法もしくは opt 法) に従って、ある銘柄の季節性期間 ( $s', d'$ ) を求める。得られた期間を翌年2004年のデータに当てはめ、対象銘柄を日  $s'$  の終値で購入し、日  $s' + d'$  の終値で売却する。そしてこの手順を一年ずつずらしながら2014年まで実施する。そして以上の手順を500銘柄について実施することで2004年~2014年の11年間のカレンダータイムポートフォリオが構成される。このポートフォリオを前節で論じた Sharpe 比と Three Factor Model により評価する。

## 4. 結果と考察

表1に、過去の年数  $k$  別に one 法と opt 法の結果を比較している。opt 法は one 法に比べて制約条件が厳しくなる分、平均銘柄数は少なくなっている。Sharpe 比で見ると、one 法に比べ opt 法の成績が概ね優れている。しかし一方で Three Factor Model における  $\alpha$  では opt 法に有意な結果はなく、one 法の  $k=4$  において有意な結果が認められる。一貫して有意にプラスの  $\alpha$  が認められないのは、opt 法で選択する銘柄が、小型株効果、バリュー株効果を楽しむ銘柄群が多く、それらの効果と独立した良いパフォーマンスが出せていないことを意味する。一方、one 法の  $k=4$  において有意な結果が認められる点については、4年間を1クールと見た場合に、小型株効果、バリュー株効果からは独立して季節性効果が存在することを示唆する。季節性のサイクルが4年である可能性を示唆しているのかもしれない。

表2に  $k=4$  における Three Factor Model の結果を示す。ここから明らかなように、季節性ポートフォリオは、小型株のパフォーマンスが大型株に比較して高いときに、良いパフォーマンスを示し、バリュー株のパフォーマンスが成長株に比べて高いときに良いパフォーマンスを示している。これは選択銘柄が小型バリュー株に偏っていることを示唆するが、その効果をコントロールしても one 法のポートフォリオは有意にプラスの  $\alpha$  が出ている。

最後に、one 法で  $k=4$  のモデルで季節性アノマリが比較的確に確認された (株) オリエンタルランドの結果を図1に示す。横軸が日、縦軸が年を表しており、灰色の横棒で選択された期間が示されている。色が濃いほど収益率が高く、薄いほ

ど低かったことを示している。2008年から5年間は年初に季節性アノマリが認められ、それ以外の年では6月のアノマリが認められる。このように一つの企業であっても、年によって季節性が変化することが観察され、その変化を捉えることのできる本手法の有効性は高いと考える。

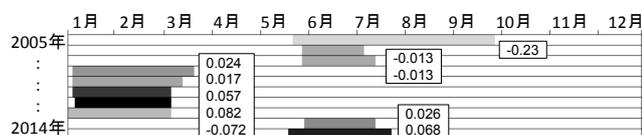


図 1: (株) オリエンタルランドの季節性アノマリ

## 5. おわりに

比較的に流動性の高い TOPIX500 の構成銘柄全てについて、カレンダー単位で 1 年間の保有可能パターンを全列挙し、過去のデータに基づいてそれぞれの超過リターンを計測することによって、銘柄別季節性発現期間の特定を試みた。銘柄別に抽出された季節性に準拠して、カレンダータイムポートフォリオを構築した結果、一部の条件において統計的に有意な  $\alpha$  を得た。これは、個別銘柄レベルにおいても、過去において繰り返された季節性変動パターンが、将来においても繰り返されていることを示唆すると考えられる。

## 謝辞

本研究は、JST CREST、科研費基盤研究 (B) 25285127、及び、統計数理研究所平成 27 年度公募型共同研究「一般研究 1-27-共研-1031」の研究助成を受けている。

## 参考文献

- [Andrade 13] Andrade, S. C., V. Chhaochharia and M.E. Fuerst, “Sell in May and Go Away ” Just Don ’t Go Away”, *Financial Analyst Journal*, 69, 4, pp. 940-105, 2013.
- [Lyon 99] Lyon, J., D., Brad M. Barber, Chih-Ling Tsai, “Improved Methods for Tests of Long-Run Abnormal Stock Returns”, *The Journal of Finance*, 54, 1, pp. 165-201,1999.