

分散制約充足問題：大域的な決定に影響を及ぼすエージェントの特定に関する一検討

A Study for Identifying Influential Agents in Distributed Constraint Satisfaction Problem

浦地 勇人^Υ
Hayato Uraji

沖本 天太^Υ
Tenda Okimoto

シュウィン ド ニコラ*
Nicolas Schwind

平山 勝敏^Υ
Katsutoshi Hirayama

井上 克巳**
Katsumi Inoue

^Υ 神戸大学大学院海事科学研究科
Graduate School of Maritime Sciences, Kobe University

* 産業技術総合研究所
AIST

** 国立情報学研究所
NII

A Distributed Constraint Satisfaction Problem (DisCSP) is a constraint satisfaction problem (CSP) in which variables and constraints are distributed among multiple agents. In this problem, agents assign values to variables, attempting to generate a locally consistent assignment that is also consistent with all the constraints between agents. In general, the decision of each agent has the different influence on the result (i.e. satisfiability or unsatisfiability). However, as far as the authors are aware, there exists few works on the identifying such influential agents. In this paper, the focus is laid on whose decision has the significant influence on the result, i.e., who is the key person that can control the result. An influential agent is first defined. The decision problem for identifying influential agents is pointed out and its computational complexity is discussed. Some interesting further works are also provided.

1. はじめに

分散制約充足問題 (Distributed Constraint Satisfaction Problem, DisCSP) [14, 17, 18] とは, マルチエージェントシステムにおける協調問題解決の基本的な枠組みであり, 代表的な応用例にセンサネットワーク [8] や会議スケジューリング [11] を含む分散資源割当問題がある. DisCSP は制約充足問題 (Constraint Satisfaction Problem, CSP) [9] における変数及び制約が, 複数のエージェントと呼ばれる自律的な主体 (例えば, 知的なプログラム, 自治体, 人間等) に分散された問題である. CSP とは, 有限で離散的な領域から値をとる複数の変数に, 制約を満たす値を割当てて問題であり, 人工知能で扱われる問題の多くは CSP として定式化可能である. DisCSP では, 各エージェントは自身のもつ変数への値を決定しようとするが, 異なるエージェントのもつ変数間に制約が存在し, すべてのエージェントの変数への値の割当てが, すべての制約を満たす必要がある. DisCSP の代表的な解法に非同期バックトラッキング [14] や分散ブレイクアウト [5] 等がある. DisCSP は変数をノードに, 制約をノード間のエッジに対応させることにより, 制約グラフと呼ばれるグラフを用いて表現可能である.

Backbone [3, 7, 12] とは, 充足可能性問題 (Satisfiability problem, SAT) [13, 16] において, 充足可能となるすべての解で同じ変数値をもつ変数を指す^{*1}. SAT とは, 与えられた命題論理式を真にするような変数への割当が存在するかを判定する問題であり, NP-完全であることが最初に証明された [1] 問題である. 一般に, SAT, CSP/DisCSP ソルバーは, 充足可能となる変数への割当をみつけた, または, そのような割当が存在しないとわかった時点で終了する. しかし, Backbone を特定する問題では, すべての充足可能となる解を列挙し, そのすべてにおいて同じ割当をもつ変数を探索する必要がある. Backbone は相転移現象に関する研究で広く用いられており [4, 6, 15], Backbone の特定問題は Unique SAT 問題 (充足可能となる変数への割当が唯一となる SAT 問題の特定) と密接に関連しており, その計算複雑度は co-NP-完全 として知られている [2].

本論文では, DisCSP における大域的な決定 (すなわち, 充足可能または充足不可能) に影響を及ぼすエージェント Influential Agent (IA) を定義する. さらに, IA を特定する決定問題を紹介し, その計算複雑度について議論する. IA とは, DisCSP において, 充足可能となる変数への割当を少なくとも1つもち, かつ, 他のエージェントが変数への割当を変更しても, 充足可能な解が存在しなくなるような変数への割当をもつエージェントを指す^{*2}. すなわち, IA は充足可能な問題を, 自身の変更により, 充足不可能にすることができることを意味している.

IA の最も分かりやすい説明として, 国際連合における常任理事国がある. 国際連合の採決は, 常任理事国 5 カ国と非常任理事国 10 カ国との合同での採択により決定されるが, 常任理事国は拒否権をもっており, 常任理事国のいずれかが拒否権を発動した場合, 採決は全て否決される. すなわち, 常任理事国は可決案を否決することが可能であるため IA と言える.

IA の存在の有無は, 与えられた問題の簡略化にもつながら, IA が分かっている問題では, IA への割当を先に決定する事で, 元の問題が高速に求解可能となることが予想される. これと類似した概念に Backdoor [7] と呼ばれるものがある. Backdoor とは, Backbone に類似した概念であり, その値さえ決定すれば, 残りの問題が多項式時間内に求解可能となる変数を指す.

その他にも, IA はエージェント間の公平性を考える上で重要であり, 例えば, IA が存在しないような状況は, サプライチェーン・マネジメントのような公平・公正な取引に基づく企業間の相互信頼関係を重視する場において, 重要であると考えられる. また IA は, あるシステムにおいて, 一部の誤った決定により, システム全体が機能しなくなるような状況を選ばず, システムの安定性等の検証に役立つ概念でもあると考える.

最後に, IA は Backbone の概念に類似しているが, 大きな違いとして, Backbone は, すべての充足可能となる解で同じ割当をもつが, IA は必ずしも同じ割当をもつ必要はない. すなわち, IA は Backbone を包括するが, その逆は成立しない^{*3}.

*2 DisCSP が充足不可能な場合は IA は存在しない.

*3 IA は充足可能解を充足不可能にするような割当に着目しているのに対し, Backbone は充足可能解における割当に着目している. Backbone が充足可能となる変数の値以外を取った場合, 問題は充足不可能となるため, IA は Backbone を包括していると言える.

連絡先: 沖本 天太, 神戸大学大学院海事科学研究科, 神戸市東灘区深江南町 5-1-1, tenda@maritime.kobe-u.ac.jp

*1 問題が充足不可能な場合, Backbone は存在しない.

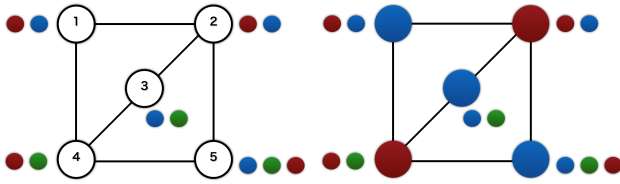


図 1: 色塗り問題の例 .

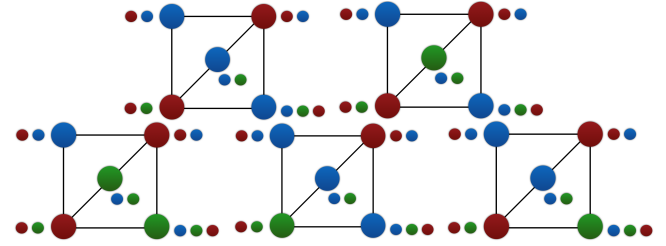


図 2: 例 1 の色塗り問題において充足可能となるすべての解 .

2. 準備

本章では、準備として、制約充足問題及び、分散制約充足問題について概説し、Backbone と呼ばれる変数を紹介する .

制約充足問題

制約充足問題 (Constraint Satisfaction Problem, CSP) [9] とは、有限で離散的な領域から値をとる複数の変数に、制約を満たす値を割当てて問題である . CSP は、 $X = \{x_1, \dots, x_m\}$ を変数の集合、 $D = \{D_1, \dots, D_m\}$ を変数値の集合、 C を制約の集合とし、 $\langle X, D, C \rangle$ の組により定義される . 制約は述語論理により内包的に定義されるとする . すなわち、制約 $p_k(x_{k_1}, \dots, x_{k_j})$ は、直積 $D_{k_1} \times \dots \times D_{k_j}$ に対して定義され、これらの変数値が互いに整合のとれている場合に真となる . CSP を解くとは、すべての制約を満たす変数値の組を求めることである . 人工知能の多くの問題が CSP として定式化可能であり、代表的な例に色塗り問題や n クイーン問題等が挙げられる . また、CSP は NP-完全 な問題として知られている . CSP は変数をノード、制約をノード間のエッジに対応させることにより、グラフ (制約グラフと呼ばれている) を用いて表現可能である .

分散制約充足問題

分散制約充足問題 (Distributed Constraint Satisfaction Problem, DisCSP) [14, 17, 18] とは、CSP における変数及び制約が複数のエージェントに分散された問題である . DisCSP は、 $S = \{1, \dots, m\}$ をエージェントの集合とし、CSP に S を加えた $\langle S, X, D, C \rangle$ の組により定義される . 各エージェントは自分のもつ変数の値を決定しようとするが、異なるエージェントのもつ変数間に制約があり、すべてのエージェントの変数への値の割当てが、すべての制約を満たす必要がある . 形式的には、各変数 x_j に対して、その属するエージェント i が定義される ($belongs(x_j, i)$ と書く) . 制約に関する情報も同様にエージェント間に分散される . エージェント l が制約 p_k を知っていることを $know(p_k, l)$ と書く . 次の場合に、DisCSP が解けたという . すべてのエージェント i において、 $\forall x_j \in S, belongs(x_j, i)$ について、 x_j の値が d_j に決定される . そして、すべてのエージェント l について、 $\forall p_k \in C, know(p_k, l)$ となる制約が、 $x_1 = d_1, \dots, x_n = d_n$ のもとで真となる . マルチエージェントシステムの多くの問題が DisCSP として定式化可能であり、代表的な例にセンサネットワーク [8] や会議スケジューリング問題 [11] 等を含む分散資源割当て問題が挙げられる . DisCSP は NP-完全 な問題として知られており、今までに非同期バックトラッキング [14] や分散ブレイクアウト [5] 等の多くの解法が提案されている .

以下の議論では、問題の簡単化のため、各エージェントのもつ変数は唯一であるとする . この仮定の一般化は容易であり、分散制約充足問題に関する多くの既存研究で用いられている . また、各変数における変数値の集合のサイズは 2 以上とする .

例 1. 図 1 に 5 つエージェント / 変数からなる色塗り問題の例を示す . 図中のノードはエージェントを表し、ノード間のエッジは制約を表す . 各エージェントは赤、青、緑からなる集合の

部分集合の要素を変数値として取る . 例えば、エージェント 1 は赤または青の変数値を取り、エージェント 5 は赤または青または緑の変数値を取る . この問題の解、すなわち、制約グラフ内のエッジでつながったノード同士が異なる色をもつような割当ては $\{(1, 青), (2, 赤), (3, 青), (4, 赤), (5, 青)\}$ となる (右図) .

Backbone

Backbone [3, 7, 12] とは、充足可能性問題 (Satisfiability problem, SAT) [13, 16] において、充足可能となるすべての解で同じ割当てをもつ変数を指す . SAT とは、与えられた命題論理式を真にするような変数への割当てが存在するかを判定する問題である . 一般に、Backbone を特定する問題は co-NP-完全な問題として知られている [2] . 本論文では、Backbone をもつエージェントを Backbone Agent と呼び、BA と記述する .

例 2. 図 2. に例 1 の色塗り問題における、充足可能となるすべての解を示す . ここで、エージェント 1 及び 2 に着目する . 両エージェントは、すべての解において同じ変数値 (エージェント 1 は青、エージェント 2 は赤) をもつため BA である . 例えば、エージェント 3 は、自身の変数値である青を取っても、緑を取っても充足可能解が導きだされるため、BA ではない . 同様に、エージェント 4 及び 5 は充足可能解となる変数値を 2 つもつ、すなわち、エージェント 4 は (4, 赤) 及び (4, 緑)、エージェント 5 は (5, 青) 及び (5, 緑) をもつため、BA ではない .

3. IA の定義と問題の定式化

本章では、分散制約充足問題において、大域的な決定に影響を及ぼすエージェント (Influential Agent : IA) の定義を与える . また、IA 探索に関する決定問題について議論する .

分散制約充足問題において、すべての制約を満たす解集合を A^{sat} 、それ以外の解集合を A^{unsat} と記述する . ある解 $A \in A^{sat} \cup A^{unsat}$ に関して、エージェント j の変数 x_j の変数値を d_j とし、 j の割当て (x_j, d_j) を含む解を $A_{(x_j, d_j)}$ と記述する .

定義 1 (Influential Agent). 分散制約充足問題におけるエージェント j 及び j のもつ変数 x_j の変数値の集合 D_j に関して、以下が成立するとき、 j を Influential Agent (IA) と呼ぶ .

- $\exists d_j \in D_j : A_{(x_j, d_j)} \in A^{sat}$, かつ,
- $\exists d'_j \in D_j : A_{(x_j, d'_j)} \notin A^{sat}, (d_j \neq d'_j)$

定義 1 は、エージェント j が変数値 d_j を選ぶ場合、解集合 A^{sat} に含まれる解が存在するが、 j が変数値 d'_j を選んだ場合、他のエージェントがどのように変数値を変えても、すべての制約を満たすような解が存在しなくなることを意味する .

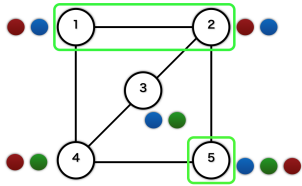


図 3: 例 1 の色塗り問題における Influential Agent (IA) . 図中の枠で囲まれたエージェント 1, 2, 5 が IA となる .

例 3. 例 1 の色塗り問題及び、充足可能となるすべての解 (図 2.) を用いて IA を説明する . あるエージェントが IA であるためには、(i) 少なくとも充足可能となる変数値を 1 つもつ、かつ、(ii) 少なくとも充足不可能となる変数値を 1 つもつという条件を満たす必要がある . エージェント 1 から 5 は、図 2. より、(i) を満たしている . エージェント 1 及び 2 は BA であり、エージェント 1 が赤、エージェント 2 が青を取る場合は充足不可能となる . したがって、両エージェントは IA である . エージェント 3 の変数値は青と緑であり、どちらを取っても充足可能となっているので (ii) を満たさない . 同様に、エージェント 4 の変数値は赤と緑であり、どちらを取っても充足可能となっているので (ii) を満たさない . よって、エージェント 3 及び 4 は IA ではない . エージェント 5 が赤を取ったときの割当 (5, 赤) を考える . まず、エッジで隣接するエージェント 2 及び 4 は異なる色を取る必要があり、その割当は (2, 青) 及び (4, 緑) となる . このとき、エージェント 2 及び 4 とエッジで隣接するエージェント 3 が制約をみたすためには、青と緑とは異なる色を取らなければならない . しかし、エージェント 3 の変数値は青と緑なので、そのどちらをとっても制約を満たす事は出来ない、すなわち、この問題は充足不可能となる . よって、エージェント 5 は (ii) を満たすので IA である . 以上より、この問題における IA はエージェント 1, 2, 5 となる (図 3.) .

IA と Backbone の大きな違いとして、Backbone は、すべての充足可能となる解で同じ割当をもつが、IA は必ずしも同じ割当をもつ必要はない . すなわち、IA は Backbone を包括するが、その逆は成立しないことから、以下の定理が導かれる .

定理 1. BA と IA 間に以下が成立する .

1. $BA \Rightarrow IA$
2. $BA \not\Leftarrow IA$

Proof. \Rightarrow : あるエージェント j を Backbone Agent とする . j の変数 x_j を Backbone とし、 x_j の変数値の集合を $D_j = \{d_{j_1}, \dots, d_{j_m}\}$ とする . Backbone の定義より、 x_j は充足可能となるすべての解において同じ変数値をもつ . その変数値を d_{j_i} とする . このとき $\exists d_{j_i} \in D_j : A_{(x_j, d_{j_i})} \in A^{sat}$ が成り立つ . また、 x_j が d_{j_i} 以外の変数値をとる場合は充足不可能となるため、 $\exists d_{j_i} \in D_j \setminus \{d_{j_i}\} : d_{j_i} \neq d_{j_i}, A_{(x_j, d_{j_i})} \notin A^{sat}$ が成り立つ . したがって、定義 1 より、 j は IA となる .

\Leftarrow : 例 1 の色塗り問題を用いて反例を示す . 具体的には、エージェント 5 は IA であるが BA ではないことを示す . 例 3 より、エージェント 5 は IA である . 図 2. より、エージェント 5 は充足可能となる解を 2 つもつ、すなわち、エージェント 5 が青または赤を取る時、この問題は充足可能となる . BA は充足可能となるすべての解で同じ変数値をもつため、エージェント 5 は BA ではない . 以上より、 $BA \Leftarrow IA$ が成立する . \square

分散制約充足問題における IA の特定問題を以下に定義する .

定義 2 (決定問題 : DP^{IA}).

- **Input:** 分散制約充足問題 $DisCSP = \langle S, V, D, C, \phi \rangle$, エージェント $s \in S$,
- **Question:** s は IA か ?

定理 2. DP^{IA} は co-NP-完全 である .

Proof. 証明の詳細は割愛し、ここでは概説にとどめる . まず DP^{IA} が co-NP であることを示す . この証明は DP^{IA} に関して、多項式時間内に IA となるようなエージェントが存在しない解を推測すれば充分である . DP^{IA} が co-NP-完全 であることに関しては、 DP^{IA} が NP-完全 である CSP からの多項式時間還元を考えることにより証明される . \square

4. おわりに

本論文は、分散制約充足問題における大域的な決定 (充足可能または充足不可能) に影響を及ぼすエージェントに着目し、その第一歩として、Influential Agent (IA) を定義した . IA とは、DisCSP において、充足可能となる変数への割当を少なくとも 1 つもち、かつ、他のエージェントが変数への割当を変更しても、充足可能な解が存在しなくなるような変数への割当をもつエージェントを指す . さらに、分散制約充足問題における、あるエージェントが IA であるかという IA の特定問題 (決定問題) を定義し、この問題が co-NP-完全 であることを示した . 今後の課題として、以下を挙げる .

- IA を探索する効率的な解法の開発 :
IA の特定には、まず問題が充足可能かを判定する必要がある、その結果、問題が充足可能な場合は、各エージェント / 変数ごとに充足不可能となるような変数値をもつかをチェックする必要がある . 既存の DisCSP の完全解法は、充足可能な解が見つかった、または、そのような解が存在しないとわかった時点で終了する . そのため、既存の解法をそのまま適用するのは困難であり、何らかの知的な処理を含む解法の開発が必要であると考えられる .
- 制約グラフのトポロジーと IA 数間の関係性の調査 :
IA の存在の有無がグラフ構造に関係するかという問題は、本研究の重要な課題の 1 つと考える . 例えば、完全グラフ、ランダムグラフ、スケールフリー等の異なるグラフ構造 (トポロジー) をもつ制約グラフにおける、IA の存在の有無や、IA の個数の調査を行う必要がある .
- IA 同士の比較 :
本研究では、IA は充足可能となるような解及び、充足不可能となるような解を最低 1 つもつことを前提としているが、例えば、充足不可能となるような解を 2 つもつ IA と 5 つもつ IA との影響力の違いについては触れていない . そこで、IA の度合いを定義する事により、単に、あるエージェントが IA であるか否かの二値問題ではなく、IA 同士が比較可能となるような拡張問題を今後は考える .
- 実問題への適用 :
本研究の応用例として、ナース・リスケジューリング問題 [10, 19] を挙げる . この問題は、看護師の急な欠勤 (本人または家族の事故や急病等) により、既存の勤務シフ

トを再編成する動的なナース・スケジューリング問題である。ナース・リスケジューリング問題を解くとは、すべての制約を満たし、かつ、勤務割当変更数を最小化するような解を求めることであるが、その際、IA となる看護師を特定することで、高速かつ効率的に代替案の作成が可能になると考える。

参考文献

- [1] S. Cook. The complexity of theorem-proving procedures. In *Proceedings of the 3rd Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC '71)*, pages 151–158, 1971.
- [2] R. de Haan, I. Kanj, and S. Szeider. Small unsatisfiable subsets in constraint satisfaction. In *Proceedings of the 26th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI '14)*, pages 429–436, 2014.
- [3] O. Dubois and G. Dequen. A backbone-search heuristic for efficient solving of hard 3-sat formulae. In *Proceedings of the 17th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI '01)*, pages 248–253, 2001.
- [4] C. Gomes, B. Selman, N. Crato, and H. Kautz. Heavy-tailed phenomena in satisfiability and constraint satisfaction problems. *Journal of Automated Reasoning*, 24(1/2):67–100, 2000.
- [5] K. Hirayama and M. Yokoo. The distributed breakout algorithms. *Artificial Intelligence*, 161(1-2):89–115, 2005.
- [6] B. Huberman and T. Hogg. Phase transitions in artificial intelligence systems. *Artificial Intelligence*, 33(2):155–171, 1987.
- [7] P. Kilby, J. Slaney, S. Thiébaux, and T. Walsh. Backbones and backdoors in satisfiability. In *Proceedings of the 20th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI '05)*, pages 1368–1373, 2005.
- [8] V. Lesser, C. Ortiz, and M. Tambe, editors. *Distributed Sensor Networks: A Multiagent Perspective (Edited book)*, volume 9. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [9] A. Mackworth. Constraint satisfaction. In *Encyclopedia of Artificial Intelligence*, pages 285–293, 1992.
- [10] B. Maenhout and M. Vanhoucke. An evolutionary approach for the nurse rostering problem. *Computers & OR*, 38(10):1400–1411, 2011.
- [11] R. Maheswaran, M. Tambe, E. Bowring, J. Pearce, and P. Varakantham. Taking DCOP to the real world: efficient complete solutions for distributed multi-event scheduling. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS '04)*, pages 310–317, 2004.
- [12] R. Monasson, R. Zecchina, S. Kirkpatrick, B. Selman, and L. Troyansky. Determining computational complexity for characteristic phase transitions. *Nature*, 400:133–137, 1998.
- [13] N. Tamura, A. Taga, S. Kitagawa, and M. Banbara. Compiling finite linear CSP into SAT. *Constraints*, 14(2):254–272, 2009.
- [14] M. Yokoo and K. Hirayama. Algorithms for distributed constraint satisfaction: A review. *Journal of Autonomous Agents and Multi-agent Systems*, 3(2):189–211, 2000.
- [15] W. Zhang. Phase transitions and backbones of 3-SAT and maximum 3-SAT. In *Proceedings of the 7th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP '01)*, pages 153–167, 2001.
- [16] 井上克巳 and 田村直之. SAT ソルバーの基礎 (特集:最近の SAT 技術の発展). *人工知能学会論文誌*, 25(1):57–67, 2010.
- [17] 横尾真, エドモンドダークフィ, 石田亨, and 桑原和宏. 分散制約充足による分散協調問題解決の定式化とその解法. *電子情報通信学会論文誌*, J75-D-I(8):704–713, 1992.
- [18] 沖本天太, 岩崎敦, and 横尾真. 分散制約充足問題: 特定の制約網に特化した変数順序付けヒューリスティックの提案. *情報処理学会論文誌*, 52(11):3018–3029, 2011.
- [19] 北田学 and 森澤和子. 急な欠勤発生に伴う動的ナース・スケジューリング問題のヒューリスティック解法. *日本経営工学会論文誌*, 65(1):29–38, 2014.