1L2-5

学校選択制におけるパレート効率的かつ耐戦略的なメカニズム

Pareto efficient strategy-proof school choice mechanism with minimum quotas and initial endowments

濱田 直斗 Naoto Hamada　倉田 涼史 Ryoji Kurata　許 嘉麟 Chia-Ling Hsu　鈴木 貴晶 Takamasa Suzuki　上田 俊 Suguru Ueda　横尾 真 Makoto Yokoo

九州大学 システム情報科学学府
Graduate School of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University

This paper develops a strategy-proof and Pareto efficient mechanism for a school choice program called Top Trading Cycles among Representatives with Supplementary Seats (TTCR-SS). We consider a setting where minimum quotas are imposed for each school, i.e., a school is required to be assigned at least a certain number of students to operate, and the obtained matching must respect initial endowments, i.e., each student must be assigned to a school that is at least as good as her initial endowment school. Although minimum quotas are relevant in school choice programs and strategy-proofness is important to many policymakers, few existing mechanisms achieve both of them simultaneously. TTCR-SS is based on Top Trading Cycles (TTC) mechanism, while it is significantly extended to handle the supplementary seats of schools while respecting minimum quotas. Our simulation results show TTCR-SS is significantly better than an existing TTC-based mechanism in terms of students' welfare.

1. 序論

公立校への学生の割当は基本的に学生の居住区をもとに行われる．このとき，学生に入学する学校を選択する機会を与える公的な制度として学校選択制が存在する [安田 10]．文献 [Abdulkadiroğlu 03] は学校選択制に関して，不可分財（学校）の持つ容量（シート）をエージェント（学生）に割り当てる問題として形式化することでメカニズムデザインの応用例になると紹介している．

本稿では，学校選択制において**下限制約**を課した問題を考察する．下限制約とは運営の都合上最低限必要な人数の割当を各学校に保証する制約をいう．また，本稿は**初期保有財**に関する制約についても取り扱う．初期保有財とは各学生の居住区にある学校等をいい，学校選択制を用いない場合に各学生が本来割り当てられる学校のことを指す．よって，すべての学生が各々の初期保有財に割り当てられた場合には下限制約は満たされると仮定する．また，割当においてすべての学生は初期保有財と同等かより好む学校に割り当てられる制約が存在する．この初期保有財に関する制約は，学校選択制によって初期保有財より好まない学校に割り当てられる学生が存在しないことを保証する．

下限制約は学校選択制において自然な制約である．また，すべての学生は他の学生の選好順序に依らず自身の選好順序を偽る誘因を持たないという性質である耐戦略性は，学校選択制を実施する側にとって重要な性質である．それにもかかわらず，下限制約が存在する場合に実際に用いられているメカニズムの多くは耐戦略的でない．数少ない例外として，Fragiadakis らは Deferred Acceptance メカニズム [Gale 62] をもとに下限制約を扱う耐戦略的なメカニズムを開発している [Fragiadakis 15]．しかしながら，本稿で扱う設定において，彼らのメカニズムを用いる場合には 2 つの問題が存在する．1 つ目は，彼らのメカニズムが下限制約を満たすマッチングを得ることを保証するために，学生はすべての学校を好む必要があり，初期保有財に関する制約と矛盾することである．2 つ目は，経済学における効率性の基準であるパレート効率性について保証できないということである．

本稿では，Top Trading Cycles (TTC) メカニズム [Shapley 74] をもとにした，耐戦略的である新たなメカニズムを提案する．TTC メカニズムとは，初期保有財に関する制約を満たしつつ学生の満足度を改善する標準的なメカニズムの 1 つである．本稿の設定では，学校は初期保有学生の人数を超える学生を受け入れるためのシート，つまり**余剰シート**を持つ可能性がある．余剰シートに学生を割り当てることは学生の満足度の改善につながりうるが，著者らの知る限りでは，余剰シートを扱いつつ下限制約を満たす，TTC メカニズムをもとにしたメカニズムは既存研究に存在しない．本稿で提案するメカニズム Top Trading Cycles among Representatives with Supplementary Seats (TTCR-SS) は余剰シートを扱いつつ下限制約を満たす．本稿はまず，TTC メカニズムにもとづく単純なメカニズム Top Trading Cycles among Representatives (TTCR) を紹介し，TTCR が余剰シートを扱うことができず，パレート効率的でないことを示す．次に余剰シートを適切に扱う TTCR-SS を提案し，TTCR-SS がパレート効率的かつ耐戦略的であること示す．最後に評価実験により，TTCR-SS が TTCR より学生の満足度の観点で優れていることを示す．

2. モデル

本稿の学校選択制は $(S, C, X, q_C, p_C, \omega, \succ_S)$ の組で定義される．$S = \{s_1, \ldots, s_n\}$ は n 人の学生の集合，$C = \{c_1, \ldots, c_m\}$ は m 個の学校の集合である．$X = S \times C$ は契約の集合であり，契約 $x = (s, c) \in X$ は学生 s が学校 c に割り当てられることを意味する．$X' \subseteq X$ に対して，X'_s は $\{(s, c) \in X' \mid c \in C\}$ を，X'_c は $\{(s, c) \in X' \mid s \in S\}$ を意味する．

$q_C = (q_c)_{c \in C}$ は学校の割当人数に関する上限のベクトル，$p_C = (p_c)_{c \in C}$ は学校の割当人数に関する下限のベクトルである．学生数 n について $\sum_{c \in C} p_c \leq n \leq \sum_{c \in C} q_c$，すなわち，学生数が上下限制約に違反することはないと仮定する．

ω: $S \to C$ は初期保有財の関数である．$\omega(s)$ は学生 s の初期保有財である学校 $c \in C$ を出力する．$\omega(s) = c$ であるとき，

連絡先: 濱田直斗，九州大学大学院システム情報科学府，819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地，(092)802-3576，nhamada@agent.inf.kyushu-u.ac.jp

学校 c は学生 s の**初期保有学校**といい，学生 s は学校 c の**初期保有学生**という．X^* を $\bigcup_{s\in S}\{(s,\omega(s))\}$ とし，各学生とその学生の初期保有学校との契約の集合を示すとする．

$\succ_S = (\succ_s)_{s\in S}$ は学生が持つ選好順序であり，$\succ_s$ は学生 s にとっての X_s 内の契約に対する厳密な選好順序を意味する．たとえば，学生 s が厳密に学校 c' よりも学校 c を好む場合，$(s,c)\succ_s(s,c')$ と表す．契約 (s,c) において $(s,c)\succ_s(s,\omega(s))$ または $c=\omega(s)$ が成り立つならば，(s,c) は学生 s にとって**受け入れ可能**という．本稿では $(s,c)\succ_s(s,c')$ の代わりに $c\succ_s c'$ と表記する場合がある．

ある契約の集合 $X',X''\subseteq X$ に対して，以下の (i), (ii) のどちらか一方が成り立つならば，$X'_s\succ_s X''_s$ とする．(i) 学生 s にとって受け入れ可能な契約 $x',x''\in X_s$ に対して，$X'_s=\{x'\}$ かつ $X''_s=\{x''\}$ かつ $x'\succ_s x''$ である，(ii) 学生 s にとって受け入れ可能な契約 $x'\in X_s$ に対して，$X'_s=\{x'\}$ かつ $X''_s=\emptyset$ である．さらに，$X'_s\succ_s X''_s$ または $X'_s=X''_s$ のどちらか一方が成り立つならば $X'_s\succeq_s X''_s$ と表記する．

ある契約の集合 $X'\subseteq X$ に対して，以下の (i), (ii) の両方が成り立つならば，X' は**実現可能**という．(i) すべての学生 $s\in S$ において $X'_s=\{x\}$ かつ x が学生 s にとって受け入れ可能である，(ii) すべての学校 $c\in C$ おいて $p_c\le|X'_c|\le q_c$ である．実現可能である契約の集合を**マッチング**という．また，すべての学校 $c\in C$ に対して $p_c\le|X^*_c|\le q_c$，すなわち，X^* はマッチングであると仮定する．学生の選好順序を入力としマッチングを出力する関数を**メカニズム**という．

以下，メカニズムに望まれる性質と，グラフに関する用語の定義を示す．

定義 1 (耐戦略性) メカニズムが**耐戦略的**であるとは，どの学生も他の学生の行動に関わらず，自身の選好順序を偽って申告する誘因を持たないことをいう．

定義 2 (パレート効率性) マッチング X',X'' において，すべての学生 $s\in S$ に対して $X'_s\succeq_s X''_s$ であり，かつ，ある学生 $s\in S$ に対して $X'_s\succ_s X''_s$ が成り立つならば，X' は X'' を**パレート支配**するという．あるマッチングが**パレート効率的**であるとは，そのマッチングをパレート支配する他のマッチングが存在しないことをいう．また，メカニズムが常にパレート効率的なマッチングを出力する場合，メカニズムはパレート効率的であるという．

有向グラフ G とは頂点の集合 V と V に含まれる頂点の順序対の集合 $E\subseteq\{(i,j)\mid i,j\in V\}$ の組み合わせ (V,E) をいう．また，順序対 $(i,j)\in E$ を i から j への**有向エッジ**という．有向グラフ上の $k\ge 2$ となる頂点の連鎖 $(i_1,\ldots,i_k)$ において，$i_1=i_k$ かつ $h=1,\ldots,k-1$ に対して $(i_h,i_{h+1})\in E$ が成り立つ場合，この頂点の連鎖を**サイクル**という．

3. Top Trading Cycles among Representatives (TTCR)

新たなメカニズムの提案の前に，TTC メカニズムをもとにした耐戦略的な既存メカニズム TTCR を紹介し，TTCR がパレート効率的でないことを示す．TTCR は文献 [Kesten 06] 内の Algorithm III の特殊例である．TTCR は **Master List (ML)** と呼ばれる学生間の厳密な優先順序 $\succ_{ML}$ を用いる．本稿では一般性を失うことなく $\succ_{ML}$ を以下のように定義する: $s_1\succ_{ML}s_2\succ_{ML}\ldots\succ_{ML}s_n$．このメカニズムは複数回ラウンドを繰り返すことで動作する．ラウンド k において，Y^{k-1} は現在残っている初期保有の契約の集合を，Z は既に決定した契約の集合を表す．TTCR はメカニズム 1 で定義される．

メカニズム 1 Top Trading Cycles among Representatives (TTCR)

初期値 $Y^0=X^*,Z=\emptyset,k=1$

ラウンド k

ステップ 1 以下のように有向グラフ $G^k=(V^k,E^k)$ を構築する:

- V^k は各学校から選択された契約の集合である．詳細には，$Y^{k-1}_c\neq\emptyset$ である各学校 $c\in C$ において，Y^{k-1}_c の中で ML で最も優先度の高い学生 s に関わる契約 (s,c) を選択する．
- E^k は V^k 内の契約間での有向エッジの集合である．c' が V^k に含まれる学校の中で $\succ_s$ で最も好まれる学校ならば，有向エッジ $((s,c),(s',c'))\in E^k$ が存在する．

ステップ 2 $\mathscr{C}^k$ を G^k に含まれるサイクル内の契約の集合とする．$\mathscr{C}^k$ 内の各契約 (s,c) について $((s,c),(s',c'))$ を (s,c) からの有向エッジとしたとき，Z へ (s,c') を加える．さらに，$Y^k\leftarrow Y^{k-1}\setminus\mathscr{C}^k$ とする．

ステップ 3 もし $Y^k=\emptyset$ ならば，Z を出力する．異なる場合，$k\leftarrow k+1$ とし次のラウンドに進む．

直感的には，各学校は自身の初期保有学生の中から ML をもとに代表者を選択する．その後，代表者内で通常の TTC メカニズムが適用される．TTCR によって得られる契約の集合 Z は，すべての $c\in C$ において $|Z_c|=|X^*_c|$ が成り立つため上下限制約を満たす．しかしながら，このメカニズムはパレート効率的ではないことが以下の例で示される．

例 1 $S=\{s_1,s_2,s_3,s_4,s_5,s_6,s_7\}$，$C=\{c_1,c_2,c_3\}$ とし，$\omega(s_1)=\omega(s_2)=\omega(s_3)=c_1$，$\omega(s_4)=\omega(s_5)=\omega(s_6)=c_2$，$\omega(s_7)=c_3$ とする．また，すべての $c\in C$ において $q_c=3$ とし，$p_{c_1}=2$，$p_{c_2}=p_{c_3}=0$ とする．学生の選好は $c_2\succ_{s_1}c_1$，$c_3\succ_{s_2}c_1$，$c_3\succ_{s_3}c_1$，$c_3\succ_{s_4}c_2$，$c_3\succ_{s_5}c_2$，$c_3\succ_{s_6}c_2$，$c_1\succ_{s_7}c_3$ とする．設問より，$Y^0=\{(s_1,c_1),(s_2,c_1),(s_3,c_1),(s_4,c_2),(s_5,c_2),(s_6,c_2),(s_7,c_3)\}$ である．

まずラウンド 1 のステップ 1 を行う．すべての $c\in C$ において $Y^0_c\neq\emptyset$ であるため，すべての $c\in C$ において Y^0_c の中で ML で最も優先度の高い学生が代表者として選択され，(s_1,c_1)，(s_4,c_2)，(s_7,c_3) が V^1 に追加される．選択された各学生 s は $\succ_s$ に従って V^1 に含まれる最も好む学校を指定，つまり，s_1，s_4，s_7 はそれぞれ c_2，c_3，c_1 を指定する．よって $E^1=\{((s_1,c_1),(s_4,c_2)),((s_4,c_2),(s_7,c_3)),((s_7,c_3),(s_1,c_1))\}$ となり，G^1 には $((s_1,c_1),(s_4,c_2),(s_7,c_3),(s_1,c_1))$ という 1 つのサイクルが存在する．ステップ 2 により $\mathscr{C}^1=\{(s_1,c_1),(s_4,c_2),(s_7,c_3)\}$ となり，(s_1,c_2)，(s_4,c_3)，(s_7,c_1) が Z に加えられる．Y^0 から $\mathscr{C}^1$ の契約を除いたものが Y^1 となるため，$Y^1=\{(s_2,c_1),(s_3,c_1),(s_5,c_2),(s_6,c_2)\}$ となる．$Y^1\neq\emptyset$ より，ステップ 3 によりラウンド 2 へ進む．

次にラウンド 2 のステップ 1 を行う．$Y^1_{c_3}=\emptyset$ であることから，c_3 の代表者となる学生は存在しない．メ

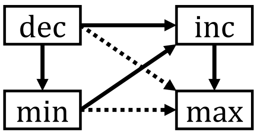

図 1: 学校のカテゴリの遷移図

カニズムは (s_2, c_1)，(s_5, c_2) を V^2 へ追加し，s_2，s_5 はそれぞれ自身の初期保有学校を指定する．よって $E^2 = \{((s_2, c_1), (s_2, c_1)), ((s_5, c_2), (s_5, c_2))\}$ となり，G^2 には 2 つのサイクルが存在する．ゆえにステップ 2 により $Z = \{(s_1, c_2), (s_4, c_3), (s_7, c_1), (s_2, c_1), (s_5, c_2)\}$，$Y^2 = \{(s_3, c_1), (s_6, c_2)\}$ となる．

同様にラウンド 3 を行うと，$Z = \{(s_1, c_2), (s_2, c_1), (s_3, c_1), (s_4, c_3), (s_5, c_2), (s_6, c_2), (s_7, c_1)\}$ となる．$Y^3 = \emptyset$ より，ステップ 3 で Z を出力する．ここで別のマッチング $Z' = \{(s_1, c_2), (s_2, c_3), (s_3, c_1), (s_4, c_3), (s_5, c_3), (s_6, c_2), (s_7, c_1)\}$ を考える．すべての $s \in S$ にとって $Z'_s \succeq_s Z_s$ であり，$s \in \{s_2, s_5\}$ にとって $Z'_s \succ_s Z_s$ が成り立つことから，Z がパレート効率的でないことが分かる．

4. Top Trading Cycles among Representatives with Supplementary Seats (TTCR-SS)

TTCR は例 1 にあるように，学生が初期保有していないシートである余剰シートに学生を割り当てることができない．すなわち，各学校 c の割当人数が $|X^*_c|$ を超え，かつ，q_c 以下となることがない．しかしながら，ある学校の余剰シートに安易に学生を割り当ててしまうと別の学校の下限制約に違反してしまう場合がある．本節では，パレート効率的なメカニズムである TTCR-SS を提案する．このメカニズムは下限制約に違反しないように各学校の余剰シートを扱うための工夫として，ダミー学生というアイディアを用いる．さらに TTCR-SS は，ラウンド k で各学校 c を状態に応じて以下の 4 つのカテゴリに分ける．

min: $|Y^{k-1}_c| > 0$ かつ $|Z_c| + |Y^{k-1}_c| = p_c$ である状態．すなわち，学校 c は初期保有の契約が残っており，既に決定した契約と残っている初期保有の契約の総数が下限と等しい．ゆえに，下限制約を満たすために，学校 c に残っている初期保有学生を別の学校の余剰シートに割り当てられない状態．

dec: $|Y^{k-1}_c| > 0$ かつ $|Z_c| + |Y^{k-1}_c| > p_c$ である状態．すなわち，学校 c は初期保有の契約が残っており，学校 c に残っている初期保有学生を別の学校の余剰シートに割り当てることができる状態．

max: $|Y^{k-1}_c| = 0$ かつ $|Z_c| = q_c$ である状態．すなわち，学校 c は初期保有の契約が残っておらず，既に決定した契約により上限に達している状態．

inc: $|Y^{k-1}_c| = 0$ かつ $|Z_c| < q_c$ である状態．すなわち，学校 c は初期保有の契約が残っておらず，上限制約に違反することなく別の学生を受け入れることができる状態．

ラウンド k で各カテゴリ min, dec, inc に属する学校の集合を C^k_{min}, C^k_{dec}, C^k_{inc} と表す．TTCR-SS はメカニズム 2 として定義される．

メカニズム 2 Top Trading Cycles among Representatives with Supplementary Seats (TTCR-SS)

初期値 $Y^0 = X^*, Z = \emptyset, k = 1$

ラウンド k

ステップ 1 以下のように有向グラフ $G^k = (V^k, E^k)$ を構築する:

- V^k は各学校から選択された契約の集合である．詳細には，$C^k_{\mathrm{min}} \cup C^k_{\mathrm{dec}}$ に含まれる各学校 c において，Y^{k-1}_c の中で ML で最も優先度の高い学生 s に関わる契約 (s, c) を選択する．また，C^k_{inc} に含まれる各学校 c において，$C^k_{\mathrm{dec}} \neq \emptyset$ である限り，ダミー学生 s_d に関わる契約 (s_d, c) を選択する．
- E^k は V^k 内の契約間での有向エッジの集合である．c' が V^k に含まれる学校の中で $\succ_s$ で最も好まれる学校ならば，有向エッジ $((s, c), (s', c')) \in E^k$ が存在する．また，ダミー学生に関わる各契約 (s_d, c) において，C^k_{dec} に含まれる学校から選択された V^k 内の学生のうち ML で最も優先度の高い学生 s' に対して，有向エッジ $((s_d, c), (s', c')) \in E^k$ が存在する．

ステップ 2 $\mathscr{C}^k$ を G^k に含まれるサイクル内の契約の集合とする．$\mathscr{C}^k$ 内の各契約 (s, c) について $((s, c), (s', c'))$ を (s, c) からの有向エッジとしたとき，s がダミー学生でないならば，Z へ (s, c') を加える．さらに，$Y^k \leftarrow Y^{k-1} \setminus \mathscr{C}^k$ とする．

ステップ 3 もし $Y^k = \emptyset$ ならば，Z を出力する．異なる場合，$k \leftarrow k + 1$ とし次のラウンドに進む．

TTCR-SS は TTCR と似ているが，学校 c があるラウンド k までに初期保有学生を出し尽くした状態（すなわち $Y^{k-1}_c = \emptyset$）であっても，余剰シートが残っている（すなわち $|Z_c| < q_c$）限り，学校はダミー学生を代表者として出すという点で異なる．ダミー学生が学校 c のシートを得ることは，学校 c の割当人数が 1 人減ることを意味する．下限制約を保証するために，ダミー学生は $|Z_c| + |Y^{k-1}_c| > p_c$ である学校 c，すなわち，dec に属する学校を選択する．このダミー学生の制御により，TTCR-SS は上下限制約を満たす．

図 1 は学校のカテゴリの遷移を示す．学校 c の初期のカテゴリは，$|X^*_c| = p_c > 0$ である場合は min，$|X^*_c| = 0$ である場合は inc，それら以外の場合は dec である．あるラウンド k で Y^k_c はいずれ空集合となるが，このとき基本的に学校 c のカテゴリは inc に遷移し，ダミー学生が現れる．初期保有学校が dec に属する学生はダミー学生により inc に属する学校のシートを得る可能性がある．ゆえに，dec に属する学校は min に，inc に属する学校は max に遷移しうる．上記の遷移は図 1 の実線で示す．また，図 1 の点線で示すように例外的な遷移が存在する．学校 c において $|X^*_c| = q_c$ であり，学校 c の初期保有学生がダミー学生と一度も交換しない場合，学校 c は inc の状態を経ずに max に遷移する．

紙幅の都合上詳細な証明は割愛するが，TTCR-SS は余剰シートに学生を割り当てることができ，TTCR のようにパレート支配されるマッチングを出力しない．また，ダミー学生は外生的に与えられた ML に従って制御されるため，耐戦略的な TTCR の仕組みを保持しつつダミー学生を加えた TTCR-SS

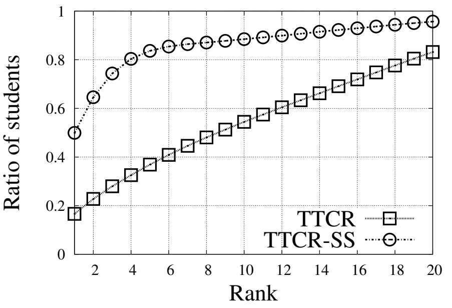

図 2: 学生の満足度に関する累積分布関数

は耐戦略的である．さらに，各ラウンドで少なくとも 1 つのサイクルが生じることと，各ラウンド数の契約数が高々 m であることから，n と m に関する多項式時間で終了する．ゆえに，以下の定理を得る．

定理 1 TTCR-SS はパレート効率的かつ耐戦略的であり，計算時間は $O(|S| \cdot |C|)$ である．

例 2 例 1 と同様の設問を用いて TTCR-SS の動作例を示す．ダミー学生が現れるまで TTCR と同様の動作をするため，ラウンド 1 の結果は例 1 のラウンド 1 の結果と一致する．

ラウンド 2 のステップ 1 を行う．c_1, c_2 は dec, c_3 は inc である．学校 c_1, c_2 の代表者はそれぞれ学生 s_2, s_5 であり，(s_2, c_1), (s_5, c_2) は V^2 に加えられる．dec の学校が存在するため, c_3 にはダミー学生が現れ，(s_d, c_3) が V^2 に加えられる．代表者である s_2, s_5 は c_3 を選択する．一方, ダミー学生 s_d は C^2_{dec} に含まれる学校の代表者の中で ML で最も優先度の高い学生の初期保有学校を選択する．つまり, c_3 の s_d は c_1 を選択する．ゆえに $E^2 = \{((s_2, c_1), (s_d, c_3)), ((s_5, c_2), (s_d, c_3)), ((s_d, c_3), (s_2, c_1))\}$ となり，G^2 には $((s_2, c_1), (s_d, c_3), (s_2, c_1))$ という 1 つのサイクルが存在する．ゆえにステップ 2 より $Z = \{(s_1, c_2), (s_4, c_3), (s_7, c_1), (s_2, c_3)\}$ となる．

同様にラウンド 3 を行う．c_1 は min，c_2 は dec，c_3 は inc であるため，メカニズムは (s_3, c_1), (s_5, c_2), (s_d, c_3) を V^3 に追加する．代表者である s_3, s_5 は c_3 を選択する．s_3 は s_5 よりも ML で優先されるが，s_3 の初期保有学校である c_1 が min であるため，s_d は c_1 ではなく c_2 を選択する．ステップ 2 より $Z = \{(s_1, c_2), (s_4, c_3), (s_7, c_1), (s_2, c_3), (s_5, c_3)\}$ となる．

同様にラウンド 4 を行う．c_1 は min, c_2 は dec, c_3 は max である．メカニズムは (s_3, c_1), (s_6, c_2) を V^4 に追加する．c_3 は max であるため, ダミー学生を出さない．ステップ 2 より $Z = \{(s_1, c_2), (s_4, c_3), (s_7, c_1), (s_2, c_3), (s_5, c_3), (s_3, c_1), (s_6, c_2)\}$ となる．$Y^4 = \emptyset$ より，ステップ 3 でメカニズムは Z を出力する．得られたマッチング Z は，例 1 のパレート効率的なマッチング Z' と等価である．

5. 評価実験

TTCR-SS の評価実験を行う．学生数 $n = 720$, 学校数 $m = 36$ とし，各学校の初期保有学生は 20 人とする．また，各学校の下限，上限をそれぞれ 5, 60 とする．各学生の選好順序 $\succ_s$ については，以下の方法で各学校に対する評価値を生成し，その評価値にもとづいて順序を定める．まず，全学生に共通の評価値のベクトル v を一様ランダムに $[0, 1]^m$ から与え，各学生 s の個人的な評価値のベクトル u_s を同様に一様ランダムに与える．次に，学校に対する学生 s の評価値を，$0.6v + 0.4u_s$ で与える．

v と各学生 s の u_s について異なる 100 問を用意し，結果に関してその平均をとる．ML は $s_1, \ldots, s_n$ の順とする．図 2 は各メカニズムにおいて，選好順序で k 番目またはより好む学校に割り当てられた学生数の平均の累積分布関数を示す．よって値が大きい方が望ましい．TTCR-SS では 50%の学生が第一希望の学校に，65%の学生が第二希望以上の学校に割り当てられるが，TTCR では第一希望の学校に割り当てられる学生は 16%，第二希望以上の学校に割り当てられる学生は 23%しかいない．TTCR-SS が TTCR より学生の満足度が高いことは明らかである．

6. 結論

本稿では，学校選択制において下限制約と初期保有財が存在する場合を扱うことができるメカニズム TTCR-SS を提案した．また，TTCR-SS がパレート効率的かつ耐戦略的であることを示すとともに，余剰シートを用いない TTCR よりも TTCR-SS が優れていることを計算機実験により明らかにした．

今後の課題としては，初期保有財に関する制約が存在する際に，Goto ら [Goto 14] が扱った階層的な制約が存在する問題等を扱うことができるように TTCR-SS の拡張や一般化を行うことが挙げられる．

謝辞

本研究は JSPS 基盤研究 (S) (24220003) および若手研究 (B) (15K16058) の助成を受けました．深く感謝致します．

参考文献

[Abdulkadiroğlu 03] Abdulkadiroğlu, A. and Sönmez, T.: School Choice: A Mechanism Design Approach, *American Economic Review*, Vol. 93, No. 3, pp. 729–747 (2003)

[Fragiadakis 15] Fragiadakis, D., Iwasaki, A., Troyan, P., Ueda, S., and Yokoo, M.: Strategyproof Matching with Minimum Quotas, *ACM Transactions on Economics and Computation*, Vol. 4, No. 1, pp. 6:1–6:40 (2015)

[Gale 62] Gale, D. and Shapley, L. S.: College Admissions and the Stability of Marriage, *The American Mathematical Monthly*, Vol. 69, No. 1, pp. 9–15 (1962)

[Goto 14] Goto, M., Hashimoto, N., Iwasaki, A., Kawasaki, Y., Ueda, S., Yasuda, Y., and Yokoo, M.: Strategy-proof Matching with Regional Minimum Quotas, in *Proceedings of Thirteenth International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS-2014)*, pp. 1225–1232 (2014)

[Kesten 06] Kesten, O.: On Two Competing Mechanisms for Priority-Based Allocation Problems, *Journal of Economic Theory*, Vol. 127, pp. 155 – 171 (2006)

[Shapley 74] Shapley, L. and Scarf, H.: On Cores and Indivisibility, *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 1, pp. 23 – 37 (1974)

[安田 10] 安田洋祐：学校選択制のデザイン-ゲーム理論アプローチ, NTT 出版 (2010)