

# 事例ベースアプローチによる非線形構造解析の収束性向上の試み

## Convergence Improvement of Non-Linear Structural Analysis by Case-Based Approach

鈴木 琢也<sup>\*1</sup> 荒井 幸代<sup>\*2</sup> 中村 尚弘<sup>\*1</sup> 中村 壮志<sup>\*1</sup> 東城 峻樹<sup>\*1</sup>  
 Takuya Suzuki Sachiyo Arai Naohiro Nakamura Soushi Nakamura Takaki Tojo

<sup>\*1</sup> 竹中工務店  
 Takenaka Corp.

<sup>\*2</sup> 千葉大学  
 Chiba Univ.

By an appearance of a high-performance computer, the nonlinear structural analysis of a large and complex model is starting to be performed. However, there is a problem that these analyses need much number of convergent times in calculation. In this paper, the method to reduce calculating time is examined. First, the method of convergence improvement of non-linear structural analysis by using a case-based approach is proposed. In proposed method, by referring a database of past analysis results, it becomes possible to predict highly precise convergent solution at convergent calculation. Secondly, the effect of proposed method is confirmed by some seismic analyses of one node simple model. It is confirmed that by applying a case-based approach to convergent calculation algorithm, the convergence improves.

### 1. はじめに

近年の計算機能力の発達に伴い、構造解析分野における要素・節点数の多い大規模な解析モデル(図 1)を用いたより高精度な数値シミュレーションが可能になっている例<sup>例</sup>(Shigeno 2014)。この大規模解析は、対象とする構造物が線形モデルに留まる場合においては、既に実用化レベルに達している。しかし、構造物に線形性を仮定することは限界があり、今後は、非線形状態に至るまでの解析が求められるようになっていくと考えられる。現状では、大規模モデルの非線形解析を陰解法によって行う場合、非常に大きな計算時間が必要となり、実用化に向けた大きな課題のひとつとなっている。

一般に陰解法に基づく非線形構造解析における解は、外力等の時々刻々の条件から、Try & Error の収束計算によって求められる。収束計算には、初期剛性法(修正 Newton 法)、接線剛性法(Newton 法)、BFGS 法、ラインサーチ法など様々なものがある[野口 1995]が、いずれも大規模モデルの収束計算には多くの計算時間を要し、効率的に収束解を得るためのアルゴリズムとはいえない。

本研究では、この課題に対して、過去に実施した類似問題の事例に基づいて、現在の問題の解の導出に活かすという、「事例ベース推論(Case-Based Reasoning, 以降 CBR)」という人工知能分野での知見に着目している。これは、建築士が以前に設計したことのある、似たような設計例を思い出しつつ、新たな設計を行うという行為・思考に対応する。実際に建築の構造設計に適用した事例は少ないものの、構造設計への適用を検討した事例[Maier 1995], 建築計画への適用を検討した事例[曹 1997]などがある。この事例ベース推論という考え方は、与えられた条件から理論的に解を得る演繹的なアプローチに対し、過去の経験に基づき解を得る帰納的なアプローチである。従来の構造解析における収束計算アルゴリズムでは用いられていない考え方であるが、構造解析では、過去の収束解導出事例は無数に存在し、現在の解析において、これらを適切に利用することで、より効率的に収束解を得るための方法として期待できる。

そこで、本研究では、この事例ベース推論のアプローチを、構造解析の収束計算アルゴリズムに導入することによって、計

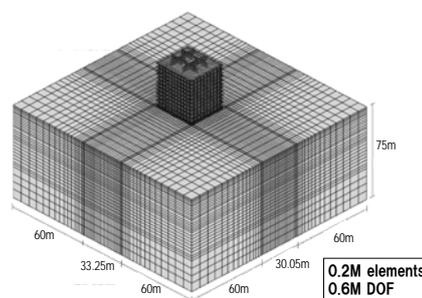


図 1 大規模解析モデルの一例[Shigeno 2014]

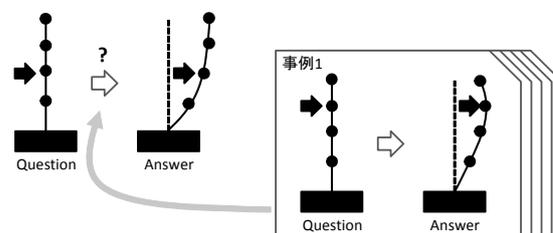


図 2 事例ベースアプローチによる求解

算時間の低減を図る方法を検討する。具体的には、過去の収束解算出事例のデータベースを作成、利用することで、収束回数の低減を図る方法を提案し、簡易モデルでの計算により、その効果の検証を行う。

### 2. 検討対象問題

図 3 には今回検討対象とする解析モデルを示す。今回は最も簡単な例として、1 質点 1 自由度系の地震応答解析を対象とする。非線形特性は移動硬化型のノーマルバイリニア(図 3(b)), および、硬化型の非線形弾性バイリニア(図 3(c))の 2 種とする。

このモデルに図 4(a)に示す地震動 A を入力した地震応答解析を実施し、このときに必要な Iteration 回数を、別途実施した地震動 B の応答解析結果を利用して、低減する方法を検討する。なお、地震動には一般の建築設計で用いられる地震動(告示波極稀)から選定している。

時間積分には Newmark- $\beta$ 法( $\beta=0.25$ )を用い、計算時間刻みは 0.01 秒としている。また、提案法と比較対象とする収束ア

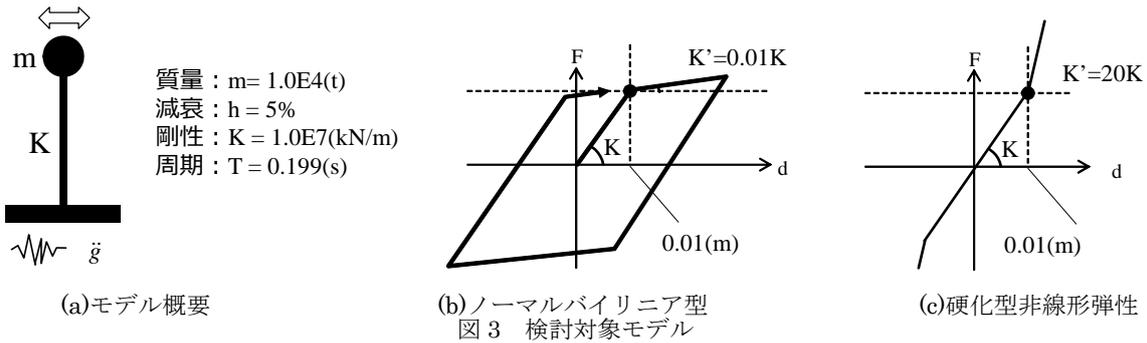


図3 検討対象モデル

ルゴリズムには大規模モデルにおいても安定的に収束解を得られる修正 Newton 法(初期剛性法)を用いる。

### 3. 収束計算アルゴリズムへの事例ベースの適用

#### 3.1 収束計算アルゴリズムの改良方針

図 5(a)には、Predictor-Corrector 法を適用した修正 Newton 法の一般的な収束計算アルゴリズムを示す。図に示すように、一般的な収束計算においては、各ステップにおいて、まず Predictor により仮の解(変形)を計算する。続いて、この初期予測解が正解かどうかを判定するために、内力計算を行い、外力との比較を行う。もし、内力と外力の差(いわゆる残差力)が予め設定した許容範囲以内であれば、収束したものととして、次のステップの計算に進み、許容範囲に収まっていなければ、残差力に応じて Corrector により解の修正を行う。この後、修正解の残差力の確認、再修正が、残差力が許容範囲内に収まるまで繰り返される。大規模なモデルや複雑な非線形挙動を呈する問題では、この解の修正に多くの回数(Iteration)を要し、計算時間の負担となってしまう。

これに対し、この修正解の精度を向上させ Iteration 回数を減らすことを目的として、図 5(b)に示すように、過去の解析事例をデータベースとして格納し、修正解の計算に利用するアルゴリズムを提案する。具体的には、修正解を計算する際に、過去の計算事例の中から状態がよく似た事例を検索し、その時の解を参照することで、より適切な修正解を得ることを図る。

なお、提案のアルゴリズムでは、データベースを参照するのは、2回目の Corrector 起動時のみとし、3回目以降は、通常通り修正 Newton 法のアルゴリズムにより修正を行い、修正

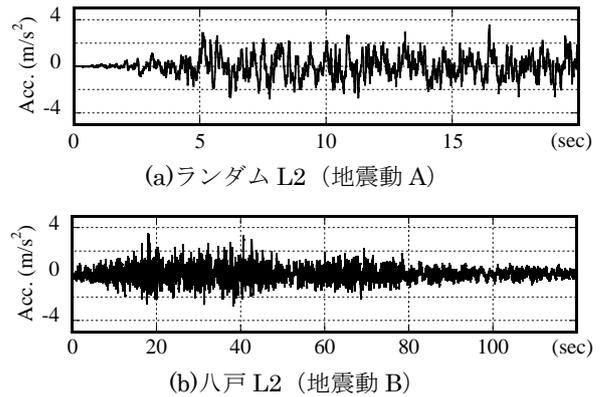


図4 入力地震動

Newton 法の持つ安定的に収束解を得る特徴を活かす。なお、初期解計算時や、1回目の Corrector 起動時からデータベースを参照しないのは、最も数多く発生するであろう、従来法で1度の Predictor-Corrector で済むケース(線形範囲)を従来通り1回で収束させるとともに、これらのケースをデータベースに保存せず、その容量を節約することを図るためである。

#### 3.2 各機能の詳細

図 5(b)には、事例ベース推論の4つのプロセスである「記憶」「検索」「修正」「再利用」の機能の対応箇所についても併せて示している。ここでは、各機能の詳細について個別に説明する。

##### (1) 記憶

事例ベース推論において、事例は、「問題」とそれに対する

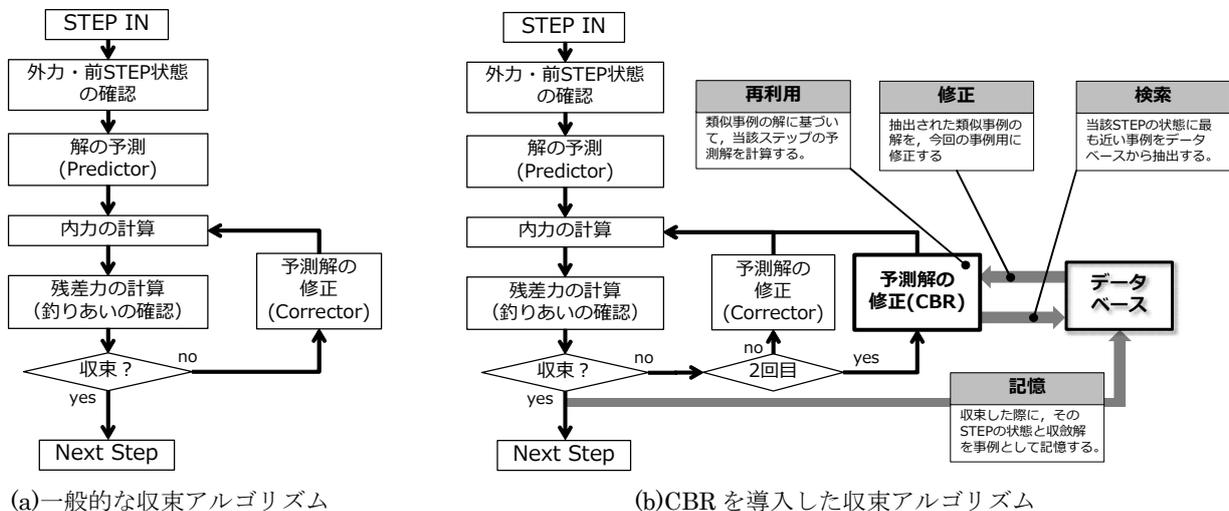


図5 提案する収束アルゴリズム

「解答」により構成される。今回検討対象とする構造解析において、「問題」は「計算で用いられている与条件」であり、前ステップの状態や外力条件が、「解答」には収斂した解がそれぞれ対応する。

今回は「問題」として、表 1 に示す、6 つの状態値を記憶する。なお、これらの値は今回の検討対象において解を得るために用いられるすべての変数である。

また、「解答」として記憶すべきものは、解として得られる変位、速度、加速度などいくつか候補が考えられるが、今回は、収斂変位解  $u_{last}$  そのものを記憶する手法 A、および、収斂変位倍率  $\alpha$  を記憶する手法 B の 2 種類について検討する(図 6 参照)。

結果として、1 つの事例は以下のようなベクトルとして、収斂時にデータベースに保存される。

$$\{u_{old} \quad v_{old} \quad a_{old} \quad \ddot{g} \quad d_{old} \quad P_{old} \quad u_{last}\} \dots \dots \dots (1)$$

$$\{u_{old} \quad v_{old} \quad a_{old} \quad \ddot{g} \quad d_{old} \quad P_{old} \quad \alpha\} \dots \dots \dots (2)$$

ただし、図 5(b)のアルゴリズムの設定方針において説明したように、1 回の Corrector で収束した事例については、必要がないため記憶しない。

なお、図 5(b)のアルゴリズムにおいては、各ステップの収斂時にデータベースに保存され、次ステップ以降の解にも影響を与えるように設定されているが、ここでは現象の把握を容易にするため、データベースの構築は地震動 B の結果のみから行い、地震動 A の結果はデータベースに格納しないこととする。

(2) 検索

図 5(b)に示すように、検索は 2 回目の Corrector 起動時に行われる。当該ステップの状態として、式(1)あるいは(2)の「問題」部分(表 1)を取り出し、データベースの中から最も似た状態にある事例を抽出する。ここでは、以下の式で表される当該ステップの状態を表すベクトルとの差分を表すベクトルのノルムをデータベースに格納された全事例について計算し、最も小さいノルムとなるものを、該当する事例として抽出する。ここで添字  $db$  はデータベース内のデータを指す。

$$\left\{ \begin{array}{cccccccc} u_{old} - u_{old}^{db} & v_{old} - v_{old}^{db} & a_{old} - a_{old}^{db} & P_{old} - P_{old}^{db} & d_{old} - d_{old}^{db} & a_g - a_g^{db} \\ u_{old} & v_{old} & a_{old} & P_{old} & d_{old} & a_g \end{array} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

なお、式(3)のノルムが 1 を超える場合には、該当する事例はないものとして、通常通りのアルゴリズムで収斂計算を行うこととしている。

(3) 修正

一般的に、データベースの中に現在の解きたい事例と全く同一の事例が存在することはない。そのため、事例ベース推論のプロセスの中には、現在の事例と、(2)で抽出した事例との差異を確認し、その差異に応じて抽出した事例における「解答」を現在の事例に適合するように、修正する「修正」というプロセスがある。しかしながら、今回のアルゴリズムにおいては、この修正作業は行わず、最も類似した事例における解答そのものを抽出して、現在の事例に利用する。

(4) 再利用

データベースから抽出した最も類似した事例における解答を用いて、現在の解を推定する。すなわち、データベースに格納された  $u_{last}$  (手法 A)もしくは  $\alpha$  (手法 B)から、現在の状態における解を予測する。具体的な手法を図 7 に示す。手法 A においては、データベースから抽出した類似事例における収斂解  $u_{last}$  を現在の状態の 2 回目の予測解とする。一方、手法 B においては、データベースから抽出した類似事例から  $\alpha$  を抽出し、従来

表 1 与条件として記憶する要素

$u_{old}$ : 前ステップ変位	$d_{old}$ : 前ステップ要素変位
$v_{old}$ : 前ステップ速度	$P_{old}$ : 前ステップ要素反力
$a_{old}$ : 前ステップ加速度	$g$ : 現ステップ入力加速度

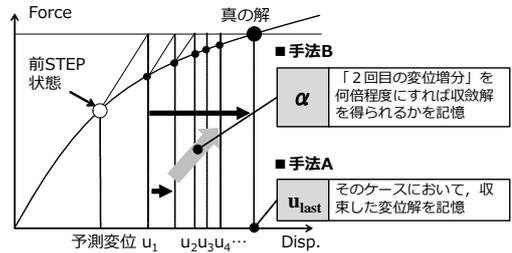


図 6 解としてデータベースに記憶する情報

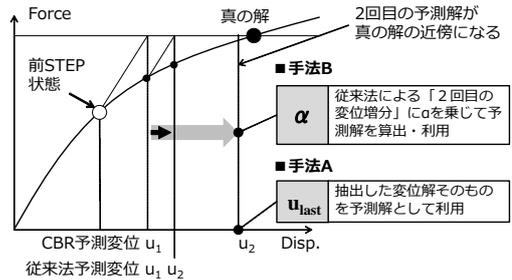


図 7 データベースの利用による解の予測

の修正 Newton 法で求められる 1 次予測点からの修正変位増分に乘じて予測解を算出する。

4. 簡易モデルによる効果の確認

4.1 データベースの利用による収束回数の低減効果

図 8, 図 9 には、地震動 A の応答解析を実施する際に各時刻ステップにおける収斂計算にかかった iteration 回数を、データベースを参照しない従来型、データベースを参照する方法(A,B)のそれぞれについて示す。図 8 はノーマルバイリニアモデルの、図 9 は硬化型非線形弾性モデルの結果である。前述したようにデータベースには地震動 B の応答結果を格納している。表 2 には、計算にかかった全 iteration 回数をまとめて示す。

図および表より、いずれのモデルにおいても、手法 A ではデータベースを参照することで収束回数が 1.5 倍以上増えてしまっており、収束性向上は認められなかった。一方、手法 B では従来法に比べて、収束回数を 2~5 割程度に低減することができており、一定の収束性向上が確認された。

4.2 事例の増加が収束性に与える影響

収束性向上が認められた手法 B について、データベースを充実させることによって更なる収束性向上が見込めるかどうかを確認する。図 10 には、データベースに格納する解析ケースを増やしていった時の、総 iteration 回数、計算時間、データベースに格納された事例の数を示す。なお、データベースに格納する解析結果は、前節までの地震動 B の結果に加え、入力を 1.1, 1.2, 1.3...倍と 0.1 倍ずつ増やしていった場合の結果を追加する。したがって、図中横軸の解析ケース数「10」は、1.0 倍から 1.9 倍までの 10 ケース分から得られた事例が格納されていることになる。

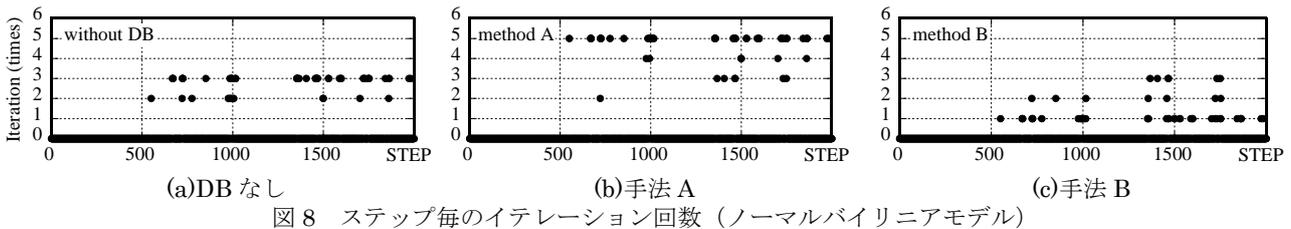


図 8 ステップ毎のイテレーション回数 (ノーマルバイリニアモデル)

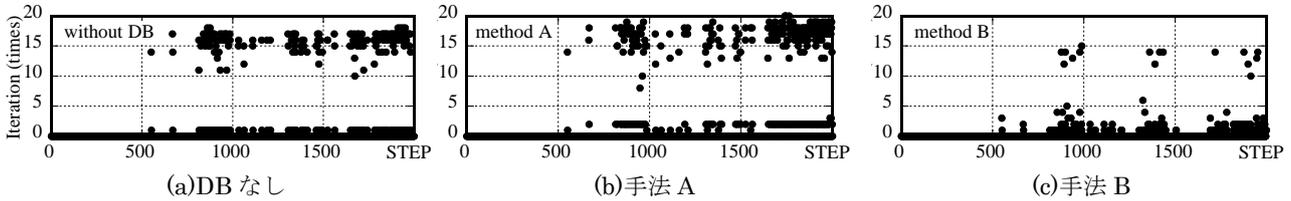
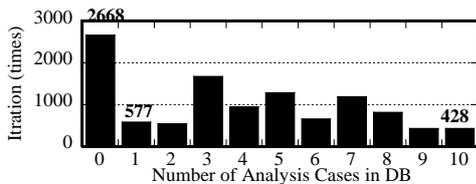


図 9 ステップ毎のイテレーション回数 (硬化型非線形弾性)

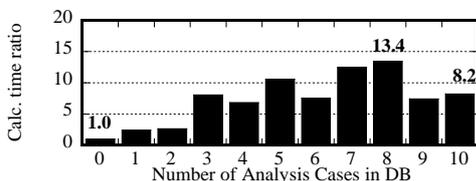
表 2 総イテレーション数

	DB なし	手法 A	手法 B
ノーマル バイリニア	178	292 (1.64)	85 (0.48)
硬化型 非線形弾性	2668	4027 (1.51)	577 (0.22)

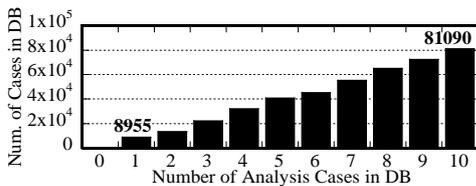
※括弧内は「DBなし」との比率



(a)収束計算回数



(b)計算時間



(c)データベースに格納されるケース数

図 10 解析事例の増加が計算効率に与える影響 (硬化型非線形弾性, 手法 B)

図 10(a)より, データベースを充実させることによって, iteration 回数は減少していくものの, 単調に減少するわけではなく, 場合によってはデータを増やすことで収束性が悪くなる場合があることがわかる。この理由として, 「検索」のプロセスにおいて, 各パラメータに重み等を設けておらず重要度の低いパラメータに引っ張られ適切な類似事例を検索できていないことが考えられる。また, 「修正」のプロセスを行っていないことも理由として挙げられる。対策として, 「検索」時における重みづけの導

入, 「修正」のプロセスにおける複数のデータからの補間の導入などが考えられる。

図 10(b)には, データベースを利用しない場合に対する解析時間の比率を示す。データベースを参照することで収束回数は減るものの, 総解析時間は増加してしまっている。最も時間がかかるケースでデータベースを参照しない場合の約 13 倍(8 ケース格納の場合)の時間がかかった。これは, 図 10(c)に示すように, データを充実させることでデータベースの件数が増えいき, 「検索」に多くの時間がかかるためと考えられる。対策として, データの汎化により「記憶」するデータを省くこと, 「検索」により高度なルーチンを導入することが考えられる。

## 5. まとめ

本研究においては, 事例ベース推論のアプローチを構造解析の収束計算アルゴリズムに適用することで, 計算時間の低減を図る方法の検討を行った。得られた知見を以下に示す。

- 過去の収束計算事例のデータベースを作成, 利用することで, 収束回数の低減を図る方法を提案し, その効果の検証を行った。その結果, 1 質点の簡単なモデルにおいて過去の事例を用いることにより収束回数を低減できることが確認された。
- データベースに格納するケースを増やすことで, 収束回数が逆に増えてしまう場合が確認された。一方, 計算時間はデータ件数の増加に伴い, 検索に必要な時間が増大し, 解析時間はデータベースを使わない場合に比べて大きく増大した。
- 今後は, より複雑な質点要素数の大きなモデルへの適用性, より複雑な非線形挙動を有するモデルへの適用性の検討を進めていく。併せて, 実用化に向けた更なる高速化のために, 検索方法の高速化, データベースの軽量化(汎化), データの再修正手法の導入についても検討していきたい。

## 参考文献

[Shigeno 2014] Shigeno, Y., Hamada, J., Nakamura, N.: Hybrid parallelization of earthquake response analysis using K computer, Proceeding of 14thIACMAG, 2014.

[野口 1995] 野口裕久, 久田俊明:非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 1995.

[Maher 1995] M. L. Maher, M. B. Balacandran, D. M. Zhang: Case-based Reasoning in Design, Lawrence Erlbaum Assoc. Inc., 1995.

[曹 1997] 曹波, 渡辺仁史: 事例ベース推論による設計初期段階における思考過程の支援システムに関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No.496, pp.255-261, 1997.