

漸進比較法によるランキング推定

Ranking Estimation with Progressive Comparison

高濱 隆輔 *¹ 神嶌 敏弘 *² 鹿島 久嗣 *¹
 Ryusuke Takahama Toshihiro Kamishima Hisashi Kashima

*¹京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻

Department of Intelligence Science and Technology, Graduate School of Informatics, Kyoto University

*²産業技術総合研究所

National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST)

Ranking of many objects has various applications. It is often determined by aggregating opinions collected from many evaluators to estimate ranking. In this study, we first propose *Progressive Comparison* which is a method to collect opinions with efficiency in the event that the memory of evaluators has a limit and a cost of evaluating objects is very high. Furthermore, we apply the idea of *Active Learning* to Progressive Comparison to collect opinions more efficiently. Then we make experiments to evaluate the efficiency of the proposed methods. Regarding a synthetic dataset and two real datasets, we make sure that Progressive Comparison reaches a high estimation accuracy with a less number of evaluations than Pairwise Comparison and Active Learning of Progressive Comparison achieves further accurate results with less number of evaluations than a method which randomly determines the next object pair.

1. はじめに

多数のオブジェクトのランキングを求める操作には様々な応用がある。例えば、ECサイトにおける商品の推薦システムでは、あるユーザに適した商品のランキングを推定し、順位が高い商品を推薦する。複数のチームが参加して行われるスポーツやゲームの対戦結果では、あるシーズンの試合結果を統合することでランキングを推定し、その勝者を決定する。

ランキングはしばしば多数の比較結果の総意によって決定されるものであるから、これを統合して正しいランキングを推定する必要がある。しかし、多数の比較結果はしばしば互いに矛盾する内容を含む。例えば、チェスにおいて二人のプレイヤーが二度対戦したとき、一度目は一方が勝ち、二度目はもう一方が勝った場合、これらの対戦結果は矛盾する。こういったデータを利用してより高精度にランキングを推定するためには、ランキングの曖昧さを考慮したモデルを用いる必要がある。

ランキングを推定する際、そのために用いる多数の比較結果を収集することが求められる。例えば、人力による映画のレビューや、2つのチーム間でのサッカーの試合結果などを大量に集めなければならない。しかし、データを収集するために必要なコストはしばしば大きいので、ランキングの推定に用いるデータの数は、可能な限り小さくすることが望ましい。

一対比較の結果を統合して多数のオブジェクト間のランキングを推定するにあたり、Keenerは各オブジェクトの比較結果を格納した行列の固有ベクトルを基準にランキングを推定する方法を提案している [Keener 93]。また、BradleyとTerryは一対比較の確率モデルであるBradley-Terryモデルを提案し、最尤推定法を与えた [Bradley 52]。またGlickmanはBradley-Terryモデルの近似的なベイズ推定法を与えている [Glickman 99]。

多数の一対比較結果を統合してオブジェクトのランキングを推定する場合、推定に用いるデータを収集する必要がある。クラウドソーシングは、不特定多数の作業員に対して作業を依頼

し、その結果を受け取るプロセスであり、近年プラットフォームの整備が進んでいる。特にクラウドソーシングを用いて収集された一対比較の結果からオブジェクトのランキングを推定する場合について、ChenとBennettによってBradley-Terryモデルを評価者の能力を考慮するように拡張したモデルであるCrowd-BTが提案されている [Chen 13]。松井らはクラウドソーシングを用いて収集された複数のオブジェクトに関する線形順序データを統合して真の順序を推定する手法を提案している [Matsui 14]。また、Wuらはランキング学習に用いるデータ作成を複数の評価者が担当する際、ラベル付けの信頼性を考慮する手法を提案している [Wu 11]。

本研究では、多数のオブジェクト間のランキング推定問題を扱う。オブジェクトの評価に必要なコストが非常に高いという場合を考え、このようなときに効率良くランキング推定のための意見の収集を行うための手法である**漸進比較法**を提案する。漸進比較法を用いると、決められた回数の比較結果を得るために必要なオブジェクトの評価回数が一対比較法と比べておよそ半分になる。

加えて、漸進比較法でさらに効率よくデータを集めるための手法として、漸進比較法の**能動学習**手法を提案する。これは、次に比較すべきオブジェクトをランダムに決定するのではなく、オブジェクトのペアごとに計算される**効用**を最大化するペアを選ぶことによって、より学習を速く進められると期待されるペアのみを比較していく手法である。我々は、効用の定義として**期待分布変化量**および**期待確率変化量**という2つを提案する。

提案手法の有効性を確認するため、人工データおよび2つの実データセットに対する実験を行う。まず、一対比較法に比べ漸進比較法が少ないオブジェクトの評価回数で高いランキングの推定精度を達成することを示す。続いて、漸進比較法の能動学習手法を用いると、次に選択するオブジェクトをランダムに選択する場合に比べて少ないオブジェクトの評価回数で高いランキングの推定精度に達することを示す。

連絡先: 高濱 隆輔, 京都大学大学院情報学研究科,
 takahama@ml.ist.i.kyoto-u.ac.jp

2. 問題設定

はじめに本論文で扱うランキング推定問題を定義する。ランキング推定問題は、1人もしくは複数の人(評価者と呼ぶ)に対してオブジェクトの比較タスクへの回答を依頼し、その結果を統合することにより正しいランキングを導く問題である。

N 種類のオブジェクト o_1, \dots, o_N を考える。ある評価者によりオブジェクト o_i がオブジェクト o_j より好ましいと判断された場合、それを (o_i, o_j) と表すこととする。

オブジェクト間の好ましさの比較結果を表す多重集合 C が与えられたとき、 C の各要素は互いに矛盾する可能性がある。つまり、ある i, j について、 $(o_i, o_j) \in C$ かつ $(o_j, o_i) \in C$ となる場合があることに注意する。その上で、 C の要素となるべく整合した並び替えを行い、正しいランキングを推定することが我々の目的である。

本論文では**評価**および**比較**という用語を、以下のように使い分ける。**評価**とは、評価者がオブジェクトの情報や内容を確認し、その評価者から見たオブジェクトのスコアを決定することである。これは例えば、画像を見てその美しさを測る、文章を読みその内容の充実度を考える、食べ物を食べその美味しさを考えるといった評価者の行動のことを指す。**比較**とは、2つのオブジェクトに関して、**評価**によって決定されたスコアの大小を元にオブジェクトの優劣を決定することである。

本論文では、評価者の振る舞いについて以下に示す3つの仮定をおく。

- ある評価者からオブジェクト o_i と o_j に関して (o_i, o_j) という結果が収集された場合、その判断の過程は以下に示す2段階に分解されると仮定する。
 - オブジェクト o_i, o_j をそれぞれ**評価**し、そのスコアとして r_i, r_j を得る。
 - $r_i > r_j$ なので、 (o_i, o_j) という**比較**結果を収集する。
- 評価者が記憶できる評価結果のスコアの個数には限界があり、オブジェクトを**評価**して得たスコアを多数記憶しておくことはできないと仮定する。
- オブジェクトの**評価**に必要なコストは2つのオブジェクト間の**比較**に必要なコストに比べて十分大きいと仮定する。これにより、オブジェクト間の好ましさの比較結果の集合 C を得る際に必要なコストを減少させるためには、オブジェクトの**評価**の回数を減らすことが最も重要になる。

3. 漸進比較法によるランキング推定

3.1 漸進比較法

ランキングの推定に際し、推定に利用するデータをどのようにして収集するかを考える必要がある。データの収集法として代表的なものとして、線形順序による収集法と一対比較による収集法がある。

線形順序による収集法は、各評価者は全てのオブジェクト o_1, \dots, o_N を**評価**し、その後 N 個のオブジェクトを好ましさの順に並び替え、それを提出するという方法である。この方法では、評価者はすべてのオブジェクトに関する**評価**を全て記憶する必要があり、2章で述べた評価者の記憶量の仮定より、これは N が大きくなると現実的には著しく困難である。

一対比較による収集法は、各評価者は2つのオブジェクトを**評価**し、その後どちらが好ましいかを提出するという方法である。評価の対象となるオブジェクトが o_i と o_j であるとすると、比較を行う評価者は (o_i, o_j) または (o_j, o_i) のいずれかを比較結果として提出する。この方法では、線形順序による取

集法で挙げた評価者の記憶量に関する問題点は解決されるものの、 K ペアの比較を行うために $2K$ 個のオブジェクトの評価を必要とするため、2章で述べた**評価**のコストが大きいという仮定の下では多数のデータを収集するのが困難になる。

そこで、我々は以下のようなデータの収集法、**漸進比較法**を提案する。漸進比較法では、評価者はまずオブジェクト o_1 および o_2 を**評価**し、 o_1 と o_2 の比較結果を提出する。続いて評価者はオブジェクト o_3 を**評価**し、 o_2 と o_3 の比較結果を提出する。以上の操作を繰り返す手法である。この手法では、 K ペアの比較を行うために $K+1$ 個のオブジェクトの**評価**しか必要としないため、一対比較法と比べ少ない**評価**回数でより多くの比較結果を得ることが出来る。

3.2 ランキングの推定

本研究では、一対比較の確率モデルとしてしばしば用いられる Bradley-Terry モデル [Bradley 52] に基づいてモデルを定義する。Bradley-Terry モデルでは、オブジェクト o_i がオブジェクト o_j より好ましいと判断される確率 $P((o_i, o_j))$ を以下のように定義する。

$$P((o_i, o_j)) = \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \lambda_j}$$

ここで、 $\lambda_i, \lambda_j > 0$ はそれぞれオブジェクト o_i, o_j の価値を表す正のパラメータである。本研究では、Glickman によって与えられた Bradley-Terry モデルの近似ベイズ推定法である Glicko の更新式 [Glickman 99] を用いる。Glickman の論文で用いられている定数をそのまま利用し、 $\lambda_i = 10^{\theta_i/400}$ と再定義する。 θ_i はオブジェクト i のある時点でのスコアを表す実数のパラメータであり、事前分布として平均 μ_i 、分散 σ_i^2 の正規分布をもつ。評価者によるオブジェクト o_i とオブジェクト o_j の比較の結果は、確率 $P((o_i, o_j))$ に基づいて決定されると仮定する。

我々は、オブジェクト間の好ましさの比較結果の集合 C を用いて各 μ_i を更新し、結果的に得られた $\{\mu_1, \dots, \mu_N\}$ を降順に並べることによってオブジェクトのランキングを推定する。

2章で述べた**評価**は、以下のように行われていると仮定する。ある評価者がオブジェクト o_i の**評価**を行う場合、オブジェクト o_i に紐づくパラメータ μ_i, σ_i^2 をそれぞれ平均、分散として持つ正規分布 $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ を考える。**評価**の結果として決定されるスコア θ_i は、 $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ から数値をランダムに1つサンプリングして得られた値であるとする。このサンプリングは**評価**の度に行われる。つまり、あるオブジェクト o_i を複数回**評価**した場合、その結果として決定されるスコアは毎回同じ値になるとは限らない。

4. 漸進比較法の能動学習

4.1 能動学習手法の概要

能動学習 (Active Learning) は、学習アルゴリズムが学習に用いるデータを選択することができる場合において、より効果的に学習できるデータのみを選択することによって学習の効率を高める手法である [Settles 12]。

我々が提案する漸進比較法の能動学習では、まずオブジェクト o_i とオブジェクト o_j を比較することによって得られる効用 u_{ij} を定義し、すべての i, j に対して u_{ij} を計算する。続いて、直前に**評価**したオブジェクトが o_x であったとすると、効用 u_{xy} を最大化するオブジェクト o_y を探し、 o_y を次に**評価**するオブジェクトとして選択する。

本章では、効用を計算する際に、オブジェクト o_i と o_j を

比較した結果として更新した後のパラメータを用いる場合がある。パラメータの更新は、Glicko の更新式 [Glickman 99] に基づき、以下の式 (1) に示す更新式によって行われる。ここで、 μ_i, σ_i^2 はそれぞれ 3.2 節で示したオブジェクト o_i のスコア θ_i の事前分布を決定付ける正規分布の平均および分散であり、 μ_j, σ_j^2 はオブジェクト o_j のものに対応する。 $\mu_i^{(o_i, o_j)}, \sigma_i^{(o_i, o_j)^2}$ はそれぞれオブジェクト o_i が o_j より好ましいと判断された結果として更新された μ_i, σ_i^2 の値である。

$$\begin{aligned} \mu_i^{(o_i, o_j)} &= \mu_i + \frac{q}{1/\sigma_i^2 + 1/\delta^2} g(\sigma_j^2) \{1 - E(\mu_i, \mu_j, \sigma_j^2)\} \\ \sigma_i^{(o_i, o_j)^2} &= \left(\frac{1}{\sigma_i^2} + \frac{1}{\delta^2} \right)^{-1} \\ q &= \log(10)/400 = 0.0057565 \\ g(\sigma^2) &= \frac{1}{\sqrt{1 + 3q^2\sigma^2/\pi^2}} \\ E(\mu_i, \mu_j, \sigma_j^2) &= \frac{1}{1 + 10^{-g(\sigma_j^2)(\mu_i - \mu_j)/400}} \\ \delta^2 &= [q^2 g(\sigma_j^2)^2 E(\mu_i, \mu_j, \sigma_j^2) \{1 - E(\mu_i, \mu_j, \sigma_j^2)\}]^{-1} \end{aligned} \quad (1)$$

我々は、効用 u_{ij} の定義として 4.2 節および 4.3 節に示す 2 つを提案する。

4.2 期待分布変化量に基づく効用の定義

期待分布変化量に基づいて効用を計算する場合、オブジェクト o_i と o_j を比較した前後の分布の変化の期待値として u_{ij} を以下のように定義する。

$$u_{ij} = P((o_i, o_j)) \times \mathcal{F}((o_i, o_j)) + P((o_j, o_i)) \times \mathcal{F}((o_j, o_i))$$

$\mathcal{F}((o_i, o_j))$ はオブジェクト o_i, o_j の比較の結果オブジェクト o_i が o_j より好ましいと判断された場合の分布の変化を表す。分布の変化は、オブジェクト o_i, o_j の比較の結果、パラメータ $\mu_i, \sigma_i^2, \mu_j, \sigma_j^2$ が更新され、それによって 2 つの正規分布 $N(\mu_i, \sigma_i^2), N(\mu_j, \sigma_j^2)$ に生じた変化の和であると定義し、カルバック・ライブラー情報量を用いて測定する。 $\mathcal{F}((o_i, o_j))$ は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} \mathcal{F}((o_i, o_j)) &= D_{KL}(N(\mu_i^{(o_i, o_j)}, \sigma_i^{(o_i, o_j)^2}) || N(\mu_i, \sigma_i^2)) \\ &\quad + D_{KL}(N(\mu_j^{(o_i, o_j)}, \sigma_j^{(o_i, o_j)^2}) || N(\mu_j, \sigma_j^2)) \end{aligned}$$

ここで、 $\mu_i, \sigma_i^2, \mu_j, \sigma_j^2$ はそれぞれオブジェクト o_i, o_j の評価値が従う正規分布の平均および分散を、 $\mu_i^{(o_i, o_j)}, \sigma_i^{(o_i, o_j)^2}, \mu_j^{(o_i, o_j)}, \sigma_j^{(o_i, o_j)^2}$ はそれぞれオブジェクト o_i, o_j の比較の結果オブジェクト o_i が o_j より好ましいと判断されたと仮定してパラメータの更新を行った後に、オブジェクト o_i, o_j の評価値が従う正規分布の平均および分散を表す。

連続確率分布 P, Q に対し、 $D_{KL}(P||Q)$ は P の Q に対するカルバック・ライブラー情報量を表し、 p, q をそれぞれ P, Q の確率密度関数とするとき、以下のように定義される。

$$D_{KL}(P||Q) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log \frac{p(x)}{q(x)} dx$$

$P((o_i, o_j))$ はオブジェクト o_i, o_j の比較の結果オブジェクト o_i が o_j より好ましいと判断される確率であり、以下のよう求められることができる [Mackay 82]。

$$\Phi \left(\frac{\mu_i - \mu_j}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}} \right)$$

ここで、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の累積密度関数を表す。

4.3 期待勝率変化量に基づく効用の定義

期待勝率変化量に基づいて効用を計算する場合、オブジェクト o_i と o_j を比較した前後の勝率行列の変化の期待値として u_{ij} を以下のように定義する。

$$u_{ij} = P((o_i, o_j)) \times \mathcal{G}((o_i, o_j)) + P((o_j, o_i)) \times \mathcal{G}((o_j, o_i))$$

ここで、 $\mathcal{G}((o_i, o_j))$ はオブジェクト o_i, o_j の比較の結果オブジェクト o_i が o_j より好ましいと判断された場合の勝率の変化の総和である。勝率をベルヌーイ分布のパラメータ p であるとみなして求めたそれらの KL ダイバージェンスを、比較の前後でのペア (x, y) の勝率の変化として用いる。 $\mathcal{G}((o_i, o_j))$ は以下のように定義される。

$$\mathcal{G}((o_i, o_j)) = \sum_{(x, y) \in S_{ij}} D_{KL}(B(k; p_{xy}^{(o_i, o_j)}) || B(k; p_{xy}))$$

ここで、 p_{xy} は、オブジェクト o_x が o_y より好ましいと判断される確率である。また、 $p_{xy}^{(o_i, o_j)}$ もオブジェクト o_x が o_y より好ましいと判断される確率を表すが、これはオブジェクト o_i, o_j の比較の結果、オブジェクト o_i が o_j より好ましいと判断されたと仮定して更新されたパラメータに基づいて計算される値であり、 p_{xy} とは異なることがある。 $p_{xy}, p_{xy}^{(o_i, o_j)}$ はそれぞれ以下のように求めることができる。

$$p_{xy} = \Phi \left(\frac{\mu_x - \mu_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \right), p_{xy}^{(o_i, o_j)} = \Phi \left(\frac{\mu_x^{(o_i, o_j)} - \mu_y^{(o_i, o_j)}}{\sqrt{\sigma_x^{(o_i, o_j)^2} + \sigma_y^{(o_i, o_j)^2}} \right)$$

$B(k; p)$ はベルヌーイ分布の確率質量関数であり、以下のように定義される。

$$B(k; p) = p^k (1-p)^{1-k}, k \in \{0, 1\}$$

S_{ij} はオブジェクト o_i と o_j を比較した結果として起きるパラメータの更新により勝率が変化するオブジェクトの組の集合を表す。

5. 実験

提案手法の有効性を検証するため、人工データおよび 2 つの実データセットに対する実験を行う。

3.1 節に述べた一対比較法と漸進比較法について、人工データに対する実験によってそれぞれ推定されたランキングの精度がどのように変化するかを確かめる。評価回数に対するランキングの推定精度の変化を図 1 に示す。

一対比較法は K 回の評価で $K/2$ 回分の比較結果しか得られないのに対し、漸進比較法は $K-1$ 回の比較結果を得ることができる。図 1 より、期待分布変化量に基づいて効用を定義した能動学習手法、期待勝率変化量に基づいて効用を定義した能動学習手法、ランダムに比較するペアを決定する手法の全てについて、一対比較法と漸進比較法を比較すると、後者の方が比較回数に対する推定精度の向上が速いことが確認できる。

続いて、4 章で述べた漸進比較法の能動学習法について、次に比較するペアをランダムに決定する手法、4.2 節に示した期待分布変化量に基づいて効用を定義した能動学習手法、4.3 節に示した期待勝率変化量に基づいて効用を定義した能動学習手法の 3 つの手法について、2 つの実データを用いて性能を評価する。クラウドソーシングサービス Lancers*1 を使い、画像の比較タスクと Wikipedia 記事の比較タスクを行った結果を収集した。図 2 では、複数回実験を行った平均を実線または破線で、標準偏差を色の付いた領域で示している。図 2(a)

*1 <http://www.lancers.jp/>

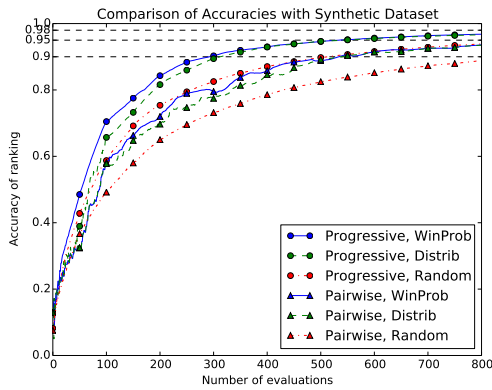
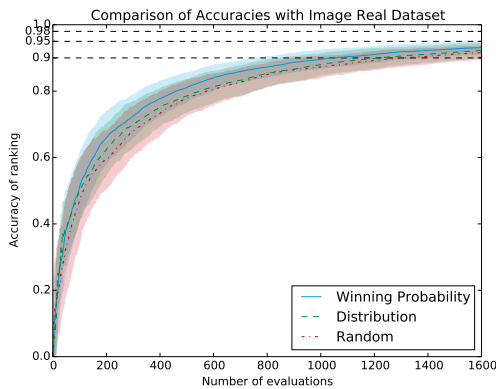
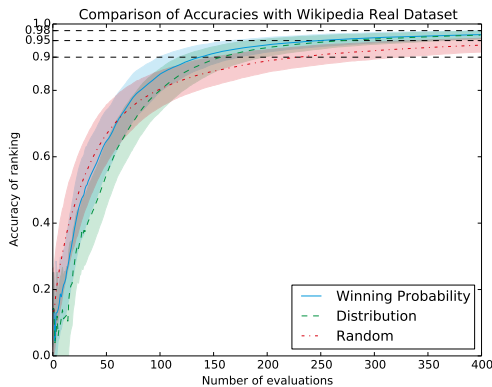


図 1: 人工データに対する一対比較法と漸進比較法の比較の実験結果。横軸はオブジェクトの評価回数を、縦軸は推定されたランキングの精度を表す。凡例は、Progressive は漸進比較法を、Pairwise は一対比較法を、WinProb は期待勝率変化量による能動学習手法を、Distrib は期待分布変化量による能動学習手法を、Random は能動学習手法を用いずランダムに学習する手法を、それぞれ表す。同じオブジェクトの評価回数に対して得られる比較結果の数が大きいため、期待分布変化量に基づいて効用を定義した能動学習手法、期待勝率変化量に基づいて効用を定義した能動学習手法、ランダムに比較するペアを決定する手法の全てについて、一対比較法に比べ漸進比較法の方が推定精度の向上が速いことが読み取れる。



(a) 画像の比較タスク



(b) Wikipedia の記事の比較タスク

図 2: 2 つの実データに対する漸進比較法の能動学習手法の性能の実験結果。横軸はオブジェクトの評価回数を、縦軸は推定されたランキングの精度を表す。凡例は、Winning Probability は期待勝率変化量による能動学習手法を、Distribution は期待分布変化量による能動学習手法を、Random は能動学習手法を用いずランダムに学習する手法を、それぞれ表す。いずれのデータセットに対しても、能動学習に基づく手法はランダムにペアを決定する手法より平均的に早く収束しており、さらに Wikipedia の記事の比較タスクから得られた実データに関しては、評価回数が 200 回を上回ると標準偏差を表す領域にもほとんど重なりが見られず、提案手法が優れた性能を示していることが読み取れる。また、特に評価回数が少ない段階において、期待勝率変化量に基づく手法は期待分布変化量に基づく手法よりも高い精度を実現していることもわかる。

および図 2(b) より、いずれのデータセットに対しても、能動学習に基づく手法はランダムにペアを決定する手法より平均的に早く予測精度が向上していることが読み取れ、提案手法の有効性が確認される。また、図 2(a) と図 2(b) を比較すると、画像の比較タスクから得られたデータに比べ Wikipedia 記事の比較タスクから得られたデータの方が提案手法が有効であることが読み取れ、実データの特徴によって提案手法の有効性に差が生じることを示唆している。

6. 結論

本研究では、多数のオブジェクトのランキングを推定するために用いるオブジェクトの比較結果を集める際に、オブジェクトの評価回数を減らすための手法である漸進比較法を提案した。また、漸進比較法でさらにデータを効率良く集めるための手法として、漸進比較法の能動学習手法を提案した。提案手法の有効性を示すために、人工データおよび 2 つの実データに対する実験を行った。この結果、漸進比較法が一対比較法に比べて少ない評価回数で高いランキングの推定精度を実現できること、漸進比較法の能動学習手法はランダムに学習する手法と比べてランキングの高い推定精度に辿り着くまでに必要なオブジェクトの評価回数が有意に小さくなることを示した。

参考文献

- [Bradley 52] Bradley, R. A. and Terry, M. E.: Rank Analysis of Incomplete Block Designs: I. The Method of Paired Comparisons, in *Biometrika*, Vol. 39, Biometrika Trust (1952)
- [Chen 13] Chen, X. and Bennett, P. N.: Pairwise Ranking Aggregation in a Crowdsourced Setting, in *Proceedings of the sixth ACM International Conference on Web Search and Data Mining*, pp. 193–202 (2013)
- [Glickman 99] Glickman, M. E.: *Parameter Estimation in Large Dynamic Paired Comparison Experiments*, Vol. 48, pp. 377–394, Royal Statistical Society (1999)
- [Keener 93] Keener, J. P.: The Perron-Frobenius Theorem and the Ranking of Football Teams, in *SIAM Review*, Vol. 35, pp. 80–93, Society for Industrial and Applied Mathematics (1993)
- [Mackay 82] Mackay, D. B. and Chaiy, S.: Parameter Estimation for the Thurstone Case III Model, in *Psychometrika*, Vol. 47, The Psychometric Society (1982)
- [Matsui 14] Matsui, T., Baba, Y., Kamishima, T., and Kashima, H.: Crowddordering, in *Advances Knowledge Discovery and Data Mining*, pp. 336–347, Springer International Publishing (2014)
- [Settles 12] Settles, B.: *Active Learning*, Synthesis Lectures on Artificial Intelligence and Machine Learning, Morgan & Claypool (2012)
- [Wu 11] Wu, O., Hu, W., and Gao, J.: Learning to Rank under Multiple Annotators, in *Proceedings of the Twenty-Second International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Vol. 22, p. 1571 (2011)