

モード依存の Tonal Pitch Space

Tonal Pitch Space depending on a mode

小玉 昂史*¹
Takafumi Kodama

東条 敏*¹
Satoshi Tojo

*¹ 北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科
School of Information Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology

Because it is thought that music has a grammar, we may regard that harmony also has a grammar. To find the grammar, we focus on regularity of chords. A cadence is an important regularity of harmony theory which explains whether a harmony is natural or not. To find cadences, we have to find a chord with a dominant function. Because harmony occurs based on a scale or a mode, we propose a harmony analysis system depending on a mode (scale). It is specialized to find the dominant function and is based on Tonal Pitch Space (TPS) which is proposed to complement Generative Theory of Tonal Music (GTTM). The system is a method to find cadence in GTTM, so we evaluate the system with the help of grouping analysis in GTTM.

1. はじめに

音楽には言語と同様に文法が存在すると考えられていることから、音楽を構成する要素の一つである和声単体においても文法が存在すると考えることは自然である。和声における文法発見のためには、和音をシンボル列と見え、ここにおける規則性を発見することが重要である。和声における規則性の中でも特に重要なものはカデンツであり、この中でも特に終止と呼ばれるカデンツは、楽曲の和声構造の遠隔関係をとらえる際に非常に重要なものになる。そのため、文法発見のために終止部発見を可能にする和声の解析手法が必要である。終止は「楽曲が区切れるような感じ」や、「楽曲が終わるような感じ」がする和声のことであり、その基本的なものである完全終止および偽終止は、和音記号を用いて、 $V - I$ および $V - vi$ のように表現される。これらに共通した和音記号における V の和音は、その機能から、ドミナントという種類に分類され、他のドミナントの機能を持つものによる代用が可能である [Shimaoka 1964].

また、和声解析の手法としては、Tonal Pitch Space (TPS) [Lerdahl 2001] を用いた手法が坂本らにより [Sakamoto 2009] で提案されている。しかし、この手法ではドミナントの機能によって置き換えられた終止部を発見することは難しく、また、TPS を用いた際には、扱う音階が定められていないことなどの問題があるため、終止部発見のためには、この手法の改良が必要である。さらに、和声は音階(モード)に依存して発生すると考えられている。そこで本研究ではモードに依存した TPS の提案、実装、考察を行う。

2. Tonal Pitch Space (TPS)

TPS は F. Lerdahl (2001) によって提案された音楽理論であり、和声解析を定量的に行うことを目的としている。また、TPS は A Generative Theory of Tonal Music (GTTM) [Lerdahl 1983] を補完するために提案されているが、GTTM とは独立な理論である。この理論では、音程間、和音間、調間に定量的な距離を定め、この距離の和が近ければ近いほどその部分は安定し、心地よく響く。逆に距離が長いほど不自然で違和感のある進行とされる。

連絡先: 小玉 昂史, 北陸先端科学技術大学院大学, 石川県能美市旭台 1-1, kodama_t@jaist.ac.jp

2.1 pitch class (ピッチクラス)

TPS では、ピッチクラスと呼ばれる概念を導入している。ピッチクラスとは新たな音名の概念である。通常の音楽理論では、 $C^{\#4}$ (ピアノのおおよそ中央にある $D^{\#}$ の音) と、 $D^{\flat 4}$ ($C^{\#4}$ の異名同音音程) と、 $C^{\#3}$ ($C^{\#4}$ のオクターヴ下の音) の音を区別することが多いが、TPS ではこれらを区別せず、表 1 のように、それぞれの音を 0~11 の数字で表すとしている。TPS の目的は和声解析であり、和声解析においては、和音を構成する音(構成音)こそが重要なため、オクターヴの違いは考慮しない。また、構成音を知る際に、十二平均律(オクターヴを 12 等分して音律を作る方法)で各音を考える方が、単純でわかりやすい解析が可能となる。これらの背景から、TPS ではピッチクラス概念を導入している。以降、本稿ではピッチクラスの表現には p を頭に付けて、 $p1, p2$ のように表現する。

表 1 音名とピッチクラス

音名 (米国式)	C	$C^{\#}/D^{\flat}$	D	$D^{\#}/E^{\flat}$	E	F	$F^{\#}/G^{\flat}$	G	$G^{\#}/A^{\flat}$	A	$A^{\#}/B^{\flat}$	B
ピッチクラス	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

2.2 近親調における和音間距離

TPS では、和音間距離を近親調(属調, 下屬調, 並行調, 属並行調, 下屬並行調, 同主調)の場合と遠隔調(近親調以外の調)の場合で分けて算出している。このうち、近親調における和音間距離 δ は、遠隔調における和音間距離 Δ を導出するための基礎となる。近親調における和音間距離 δ は、 x を対象となる手前の和音、 y を次の和音、 i を調間距離、 j を和音の五度圏距離、 k をベーシックスペース距離として、以下の式で表される。

$$\delta(x, y) = i(x, y) + j(x, y) + k(x, y) \quad (1)$$

以降、これらの値について、簡単にその計算方法を説明する。

$i(x, y)$ の返す値は、調の五度圏上で、 x の調から y の調へ到達するための最短ステップ数である。例えばハ長調 (C) からロ短調 (h) への計算は、ハ長調から右に 2 ステップ移動させるとロ短調になるので、調間距離 i の値は 2 となる。

また、 $j(x, y)$ の返す値は図 1 で示される和音の五度圏上で、 x の和音のルート音から y の和音のルート音へ到達するための最短ステップ数である。例えばハ長調 (C) の I である「ドミソ」の和

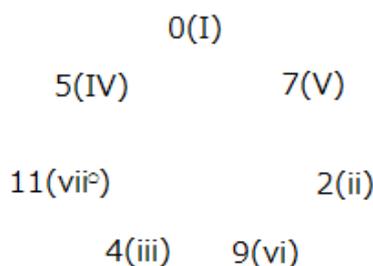


図1 和音の五度圏の例

(a)	level a (root)	0																			
	level b (fifth)	0																			7
	level c (triadic)	0			4																7
	level d (diatonic)	0		2	4	5															7
	level e (chromatic)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11								11
(b)	level a (root)																				<u>4</u>
	level b (fifth)																				<u>11</u>
	level c (triadic)																				<u>11</u>
	level d (diatonic)			<u>1</u>	2		4		<u>6</u>	7		9									11
	level e (chromatic)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11								11

図2 ベーシックスペースの例

音から、ロ短調(h)のivである「ミソシ」の和音への計算は、「ドミソ」の和音のルート音が p0, 「ミソシ」の和音のルート音が p4 なので、調間距離 j の値は 3 となる。

さらに、k(x,y)の返す値はベーシックスペース距離を表している。ベーシックスペースとは、図2で示されるようなTPSで定義されている各ピッチクラスへの重みづけの表である。この表では、level a が根音 (root) を、level b が五度音 (fifth space) を、level c が和音の構成音 (triadic space) を、level d がこの調の音階の構成音 (diatonic space) を、level e がすべての音 (chromatic space) をそれぞれ表していて、これらに対応する回数が多いほど重要な音となる。

続いて、ベーシックスペース距離 k(x,y)の計算方法について述べる。ベーシックスペース距離は、和音 x のベーシックスペース内のピッチクラスと比較したときの和音 y 特有のピッチクラスの数である。例として、図2の(a)から(b)へのベーシックスペース距離(I/C, iv/h)を計算すると、図3の(a)と(b)を比較したとき、(a)のベーシックスペースにない(b)のベーシックスペースのピッチクラスは、p1が1つ、p4が2つ、p6が1つ、p11が2つとなる(下線部)。これらの数を合計すると、1+2+1+2で6が得られ、これがベーシックスペース距離 k の値となる。

2.3 遠隔調における和音間距離の導出

以上が近親調における和音間距離δの説明であるが、(1)式を遠隔調の関係にある調同士で行うと、それらの値は小さくなってしまい、和声学との矛盾が生じてしまう。そこで、遠隔調における和音間距離の計算は以下の別の式Δによって計算を行う。

$$\Delta(I, R) = \sum_{k=1}^{n-1} [\delta_k(P_k, P_{k+1})] + [\delta_n(P_n, R)] \quad (2)$$

ここで、Δ(I, R)はある調 I から、目標とする調 R への距離、P₁ ~ P_nは各調の近親調である経路調を表す。また、δは式(1)で示される式で、トニック (I, i) を用いてその計算を行う。

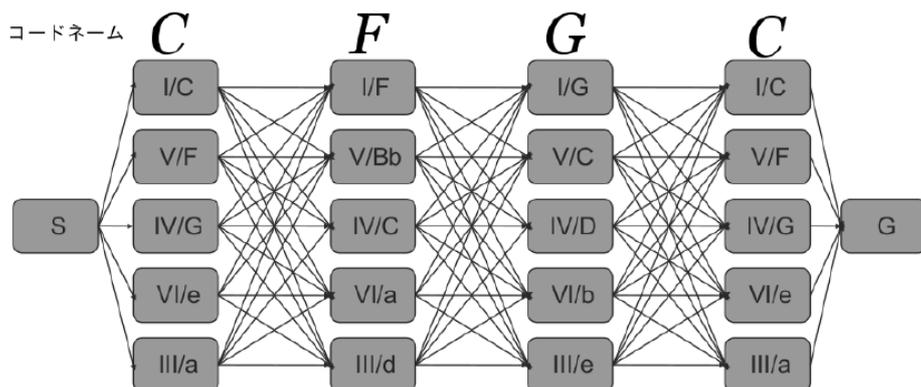


図3 和声解析手法 ([Sakamoto 2009]より転載)

なお、この式の値は経路調にどの調を選択するかによって変化し、一意に定まらない。そこで、この経路は距離が最短になるように選択を行うとする。

調間距離は以上のもので計算が可能であるが、これはトニックからトニックへの計算という極めて特殊な例である。そのため、通常のと和音間距離の計算は以下の和音/調間距離ルール(式)を用いて計算される。

$$\Delta(C_1/R_1, C_2/R_2) = [\delta_1(C_1/R_1, I/P_1)] + \sum_{k=2}^n [\delta_k(P_{k-1}, P_k)] + [\delta_{n+1}(I/P_n, C_2/R_2)] \quad (3)$$

ここで注意が必要なのは、式(3)の右辺第一項と最後の項での計算は同主調を除くものにはしか適用できないということである。つまり、Δ(V/C → III/c)の計算を行う際には、以下のような計算式を用いる必要がある。

$$\Delta(V/C, III/c) = [\delta_1(V/C, I/C)] + [\delta_2(C, c)] + [\delta_3(i/c, III/c)] \quad (4)$$

さらに、Δ(I/C, vi/h)のような例では、中間の調間距離ルールを省き、以下のような式で計算が行われる。

$$\Delta(I/C, vi/h) = [\delta_1(I/C, i/e)] + [\delta_2(i/e, vi/h)] \quad (5)$$

3. TPSを用いた和声解析手法

TPSは、一般的な和声学の感覚と近似しており、人間の音楽認知との近似が見られ、また、距離を定量的に計算することができ、いかなる和音間の距離をも計算が可能であり、なおかつシンプルな設計になっている。これらのメリットから、坂本らは[Sakamoto 2009]でTPSを和声解析に用いた。

具体的な手法としては、大まかには以下のような手順で和声解析が行われる。

1. 入力としてコードネームの配列を受け取る
2. 各コードネームの解釈として可能性のある和音記号をノードとして作成する
3. 各ノードを連結しパスを作成、図3のようなグラフを生成する
4. ノード間をつなぐパスの距離をTPSによって計算する
5. 楽曲の始まり(S)から終わり(G)までで、最短距離をとるようなノードを選択し、そのノードに記されている和音記号を和声解析結果として出力する

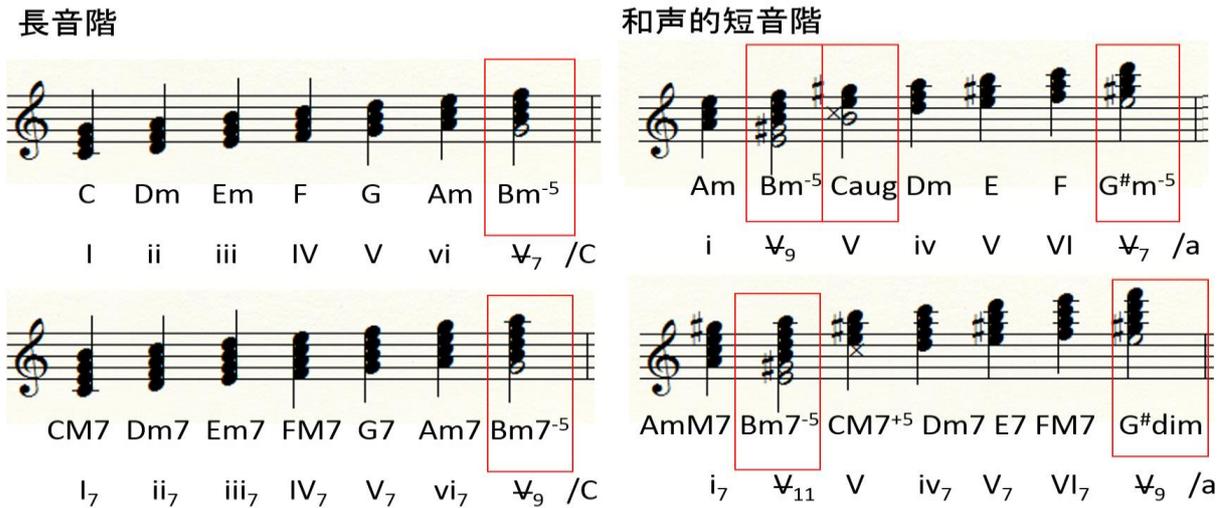


図4 音階から発生するコードとその和音記号の解釈

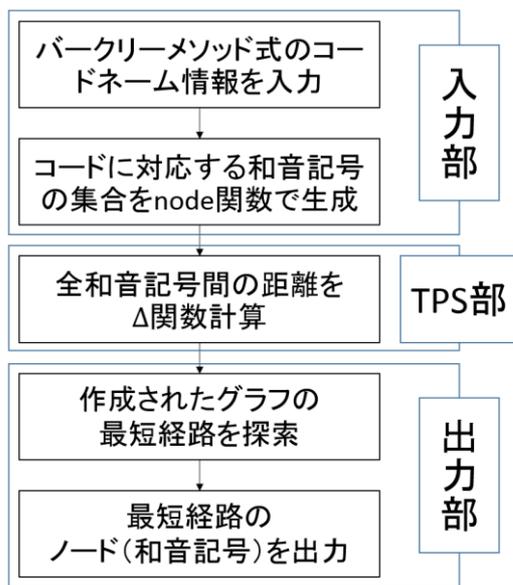


図5 実装システム概要

これにより、もっとも自然な解釈と思われる和音記号がコードネームに割り当てられ、和声解析が行われる。また、坂本らの作成したシステムでは、CなどのメジャーコードとCmなどのマイナーコードのみに、解析の範囲を限定している。

4. モード依存の Tonal Pitch Space

本稿では、TPS を終止部のドミナントを発見することに特化させ、[Sakamoto 2009]で示されるような和声解析を行うために、以下のような基本方針のもとに TPS 理論の変更を行った。

- 本手法は、ドミナントを発見するためのものであり、一般的な和声理論とは多少違う部分があるが、基本的には和声理論に準ずる形で理論を再構成する。
- 上記の方針より、V (ドミナント) の解釈ができる可能性のあるものをVであるとして解析する
- TPS や[Sakamoto 2009]では明記されていなかったが、本理論は音階をもとに和声が発生するという考えのもと理論を構成する。
- コードにはバークリーメソッドを用い、sus4 と 7sus4 以外の基本的な3和音と4和音に限定する。つまり、テンションコード(もとのコードに、ある音を付加したコード)は用いない。

- sus4 や 7sus4 はその前後の関係から、別の基本的な和音に置き換えて解析を行う。
- 用いる和音は長音階と和声的短音階に限定する。
- 7th 以上のコードで、ルート音と五度の音に属す音以外は、すべて TPS のベーシックスペースでは level c に属すると仮定する。
- 解析するコードは松山の[Matsuyama 2001]を用いる。

4.1 和声理論との対応

TPS において、ベーシックスペース距離を計算する際には、和音によって音階の種類を変更しており、どの音階を用いるかで計算される距離が変わってしまう。このため、本理論では使用する音階の選択を行わなくてもよいこと、そして解釈として生成する和音記号をはっきりとさせることを目的に、使用する音階を長調と短調でそれぞれ一種類ずつのみに限定することにした。つまり、扱う和音は調と音階により発生するもののみを使用することになる。使用する音階は、長調については通常の調性音楽で基本とされる長音階を用い、短調については和声的短音階(和声的に正しい導音を短調に設けるために作られた音階)を用いることとする。

図4は、これらの音階の上に、3和音および4和音を黒玉で並べ、それを和声学での解釈に当てはまるように白玉を付加したものである。また、和声外の音であると判断したものについてはxで記した。この図を見てみると、赤で囲った部分は和声学には登場しない音であるが、和声学ではドミナントであると解釈される和音でもある。そのため、これをV (ルート音が省略されたVの和音)と解釈することで和声学との一致をはかり、かつ、終止部のドミナントの可能性のある音として認識するようにした。また、この方法により表れた各コードを見てみると、sus4と7sus4以外のすべての基本的なコードが表れていることがわかる。これもこの方法を用いる利点であり、これにより、バークリーメソッドで表記された和音からそのまま和声解析を行うことが可能となる。

このように、音階を基準として発生する和音を作成し、全調でこれを行うことで、各コードから生成される和音記号の集合が得られる。例えば、Cのコードから生成される和音記号の解釈は、V/F、I/C、IV/G、V/f、VI/eの5つとなる。

また、楽曲によっては教会旋法を用いているものもあるが、そのような楽曲に関しては、使用されている旋法を基準とした和音の選択を行う必要がある。

図6 解析結果の例

(Mozart, Wolfgang Amadeus, Symphony No.40 in G minor, K.550 より)

4.2 和声解析システム

実装には C++ 言語を用いて行った。大まかな構成は図5のようなものである。

まず、入力部で、パークリーメソッド式で記述されたコードの列をデータとして入力し、パーサーによって解析を行う。このパーサーでは、図の二段目に示すようにコードに対応する和音記号の集合を、node 関数を用いて生成し、各ノードを繋ぐ経路の設定を行っている。次に TPS 部で、TPS を用いて各ノード間の距離を設定する。最後に出力部で、作成されたグラフの最短経路を Viterbi アルゴリズムにより探索し、最短経路の和音記号を出力することで和声解析が完了する。

また、TPS 部において、計算の効率を上げるために、一度計算を行った値は記録しておき、同じ和音記号同士への計算が行われる際にはそれを使用した。

4.3 実験結果とその考察

前節で説明を行った実装システムを用いて、[Matsuyama 2001] からいくつかの曲を選曲して解析を行った。この際、選出された楽曲の解析結果は、音楽的直観に即しており、主観的には違和感がないように思われた。しかし、この解析方法は、実際の和声理論とは異なっており、その客観的な評価は難しい。そこで、本稿では GTTM [Ledahl 1983] の解析結果と本システムの解析結果を併用することで、完全終止と偽終止の終止部の発見が可能となるかどうかを考察することとした。ここでは、モーツァルトのト短調のシンフォニーの第一楽章前半部分の解析結果をもとに考察を行う。この際、GTTM による解析は手作業によって行った。

解析の結果、全体的に前半部分では g (ト短調) と解析されている和音が多いのに対し、後半部分では B (変ロ長調) と解析されているものが多くなっていった。このことから、本解析手法によって楽譜に書かれていない転調が発見できているといえる。また、パークリーメソッド式の表記では、属和音の関係になっている部分であっても、同じ調の V と I の和音にはならない部分が発見できた。このような部分に関しては終止部ではないと判断すべきであるが、GTTM においても終止部ではないと判断することが妥当な部分であったため、終止部の判断が正確にできていることがわかる。また、このほかにも、GTTM における以下の解析ルール TSRPR7 (iii) (表記に際し、ここでは簡略化したものを示す) を用いて、終止部と判定することができる部分を見つけた。

TSRPR7 (iii) : 終止と判断される進行が、構造の終わりとして機能するための、タイムスパン T を含むより大きなグループ G が存在するとき、これを終止部と判断する。

図6は、その解析結果の例である。この解析結果を見てみると、3小節目と4小節目において、V7/B と I/B が存在するため、この部分は終止部である可能性があると言える。これに加え、TSRPR7 (iii) より、これらの和音を含むグループを見てみると、

そのグループは3小節目のグループと4小節目のグループであることがわかる。これらの上位レベルのグループは3~4小節目のグループであり、この終端は I/B のグループの終端と一致している。このような場合には、この部分を終止部と判定することが、TSRPR7 (iii) の示すところであり、この部分はこれらことから終止部であると判断することができる。また、同様に2小節目の1拍目と2拍目、および3拍目と4拍目にも終止部のように見える和声解析結果が存在しているが、これらを含むグループである1~2小節目のグループの上位レベルのグループである1~4小節目のグループの終端は一致しておらず、この部分は終止部ではないと判断できることがわかる。これらのことから、GTTM において、本解析結果と TSRPR7 (iii) を用いることで、完全終止と偽終止についてはその発見が可能になるということがわかる。

5. まとめ

本稿では、完全終止と偽終止のドミナントを発見するために、TPS 理論をモード(音階)に依存させたものに変更し、[Sakamoto 2009]で提案されている手法をもとに、和声解析を行った。このシステムによる解析結果は、通常のと違うものであるため、その単体での評価は難しいが、GTTM において終止部を発見する際に、TSRPR7 (iii) のルールと併用することで、本システムが非常に有用なものになることを確認した。今後は、この判断の方法を計算機上に実装し、実際にいくつかの楽譜を用いて終止部が発見できるかどうかの検証を行う必要があると考えられる。また、今回は利用できる音階を長音階と和声的短音階に限定したが、楽曲によっては教会旋法を用いた楽曲も存在する。このような楽曲の場合には、使用する和音はその基本となっている音階を用いて解釈となる和音記号を決定すべきであるが、現在の提案手法では、この使用する音階の判断は主観的に行っており、今後、音階選択の基準を設け、自動化するべきと考えられる。

参考文献

- [Shimaoka 1964] 島岡譲 他、『和声』、東京、株式会社 音楽之友社、1964、166p. (理論と実習、I).
- [Lerdahl 2001] F. Lerdahl, *Tonal Pitch Space*, New York, Oxford University Press, 2001、411p.
- [Sakamoto 2009] 坂本鐘期, 東条敏: 「Tonal Pitch Space を用いた楽曲の和声解析」, 情報処理学会研究報告 (IPSJ2009), Vol.2009-MUS-80 No.9, May 2009.
- [Lerdahl 1983] Ray Jackendoff, *A Generative Theory of Tonal Music*, The Massachusetts Institute of Technology, 1983、368p.
- [Matsuyama 2001] 松山祐士, 『プロフェッショナル・ユース コード付 クラシック・メロディ・ファイル』, 東京, 株式会社ドレミ楽譜出版社, 2001.