

# 乱択アルゴリズムによる道路ネットワーク耐震化問題の解法

## A Randomized Algorithm for Solving The Anti-seismic Reinforcement Problem

\*<sup>1</sup>武井伸生  
Nobuo Takei

\*<sup>1</sup>長江剛志  
Takeshi Nagae

\*<sup>1</sup>東北大学大学院 工学研究科  
Graduate School of Engineering, Tohoku University

This study develop an quantitative method for analysing the anti-seismic reinforcement (ASR) problem of urban road network against large-scale earthquakes. Since the Great Hanshin-Awaji earthquake (1995), Japanese road networks have experienced severe damage from large-scale earthquakes. In each earthquake, the road network in the affected area was partly severed since multiple transportation facilities were simultaneously disabled, which caused huge social losses. Such social impact from large-scale earthquakes could be reduced by an ASR of transportation facilities. However, it is not feasible to reinforce all transportation facilities because it costs a lot. We thus need to find the optimum ASR strategy among many alternatives, taking into account the cost-effect balance. This study develop an optimization method with a randomized algorithm to find better ASR strategies. Finally, we examine the efficiently and optimality of the optimization method in a moderately sized transportation network.

### 1. はじめに

近年の大規模震災 (e.g. 東日本大震災 (2011)) では、複数の交通施設が同時に利用不可能となり、甚大な社会的不便益 (e.g. 経路途絶によるトリップ機会損失) が発生した。その社会的不便益を減少させるための事前対策として道路施設の耐震化が考えられる。しかし、全ての道路施設を一様に耐震化することは非効率であり、費用対効果を考量する必要がある。つまりは、耐震化費用に見合うだけの効果を得るために、一部の道路施設のみを重点的に耐震化する選択と集中の戦略が必要不可欠である。

そこで、本研究では、一部の交通施設を重点的に耐震化する戦略を求めめるための方法論を構築し、その方法の有効性を検証する。

### 2. 道路ネットワーク耐震化問題

本研究では、先行研究 [1] で提案されているモデルをもとに簡略化したモデルを使用して解決手法の開発を行う。

対象道路ネットワークの位相構造を、ノードとリンクの集合で表現する有向グラフとして取り扱う。対象とするネットワークのリンク集合は  $\mathcal{A}$  とする。また対象とするネットワーク上に道路施設 (i.e. 橋梁, トンネル) が存在すると仮定し、その集合を  $\mathcal{B}$  とする。本研究では、各リンクの被災状況を二つの被災度で判断する。リンク  $a \in \mathcal{A}$  が通行可能 (被災なし) なら  $y_a = 0$ , 通行不可能 (被災あり) なら  $y_a = 1$  とし、被災パターン  $y := \{y_a : a \in \mathcal{A}\}$  を表現し、被災パターン  $y$  での経済損失は交通不便益  $\tau(y)$  で表す。

ここで、震災が起きたときの社会損失を道路施設の耐震補強によって減らすことを考えたい。道路施設  $b \in \mathcal{B}$  が耐震化されていない状態のときは  $x_b = 0$ , 耐震化されている状態のときは  $x_b = 1$  と定義し、耐震化戦略  $x := \{x_b : b \in \mathcal{B}\}$  を表現する。また耐震化戦略  $x$  に必要な耐震化コストを  $K(x)$ , 戦略  $x$  のもとでの被災パターン  $y$  の生起確率を  $p(y|x)$  とする。社会損失を  $Z(x)$  と表現すると、耐震補強問題を以下のように定式

化できる。

$$\min_{x \in \Omega_x} Z(x) := \bar{\tau}(x) + K(x) := \lambda \sum_{y \in \Omega_y} \tau(y)p(y|x) + K(x) \quad (1)$$

ここで、 $\Omega_x := \{0, 1\}^{\mathcal{B}}$  と  $\Omega_y := \{0, 1\}^{\mathcal{A}}$  はそれぞれ耐震補強戦略と被災パターンの集合、 $\lambda$  は地震の年間生起確率である (本計算では地震シナリオが一つしかないと仮定する)。

この問題を解くには以下の二つの問題点がある。

- (1) 大規模ネットワークにおいて、被災パターンと耐震化戦略の総数はそれぞれ莫大な数字になり、数え上げによる厳密評価が困難である (e.g. リンク数が 100 のとき、被災パターン数は  $2^{100} \approx 1.0 \times 10^{30}$ )。
- (2) 本研究の耐震化問題は非凸 0-1 整数計画問題であり、大域的最適解を求めめる多項式オーダーのアルゴリズムが存在しない (NP 困難)。

これらの問題の解決手法として本研究では乱択アルゴリズムを用いる。

### 3. 提案手法

乱択アルゴリズムを用いた最適戦略の探索方法について考える。本研究では cross-entropy (CE) 法 [4] と Gibbs cloner (GC) 法 [3] を提案する。これらは稀少事象の確率推計問題や組み合わせ最適化問題に広く適用可能な方法である。二つの手法の共通する特徴は以下の二つのステップを交互に繰り返すことで、確率密度列  $\pi^{(1)}, \pi^{(2)}, \dots, \pi^{(l)}, \dots$  を生成し、最適戦略を求めることである。

**Step1(戦略生成)** 確率密度  $\pi^{(l)}$  を与件として、 $N$  個の標本戦略を生成する。

**Step2(確率密度更新)** 標本戦略のうち、社会的損失の小さい上位  $\rho N$  個の戦略がより高い確率で生成されるように次の確率密度  $\pi^{(k+1)}$  を決定する。

CE法とGC法の異なる点として大きく次の二つが挙げられる。一つ目は耐震化戦略を生成する確率密度の表現の違いである。CE法はパラメトリックな確率密度を用いるのに対し、GC法は非パラメトリックな密度を用いる。二つ目は戦略の生成法の違いである。CE法はモンテカルロ法を用いるのに対し、GC法はマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いる。

また、CE法はその特徴から、交通不便益の期待値推計手法としても適用できると考えられ、先行研究 [2] で、中規模ネットワークにおける有効性を示した。そこで、本論文では、生成された戦略  $x$  の目的関数を厳密評価により求め、最適化手法としてのCE法とGC法の効率性と最適性を検証する。

#### 4. 数値例

提案手法の有効性の評価として Sioux Falls のネットワークを用いる。このネットワークには 20 個の交通施設があるとし、その場所を図 1 に示す。二つの手法の各ステージでの標本戦略数は  $N = 200$  とし、計算を行う。

それぞれの手法で生成された戦略について求めた社会的損失をプロットした結果を図 2,3 に示す。まず、二つの手法の計算効率性について評価する。どちらの手法も 4 回目のステージ (約 800 個の標本戦略) で最適戦略 (best solution) を求められている。これは、テストネットワークの総耐震化戦略数  $2^{20} = 1,0485,576$  のわずか 0.1% 以下の数であり、どちらの手法でも同程度の非常に効率的な計算を行うことができていることがわかる。

次に、二つの手法の最適性について評価する。CE法の best solution は 3,888,473、GC法の best solution は 3,818,091 であった。GC法では大域的最適戦略を求められているが、CE法では局所的な最適戦略しか求められなかった。これは二つの手法の特徴の違いによるのではないかと考えられる。CE法ではパラメトリックな確率密度により戦略を生成するため、初期ステージで生成される戦略の種類とその数によっては局所的な最適解に吸い込まれる可能性がある。それに対し、GC法では非パラメトリックな確率密度により戦略を生成するため、各局所で生成される戦略数によらず、大域的最適解を求められるのではないかと考えられる。これらの結果より、GC法はCE法よりも有効な最適化手法として適用できるのではないかと考えられる。

△ : Transportation facility

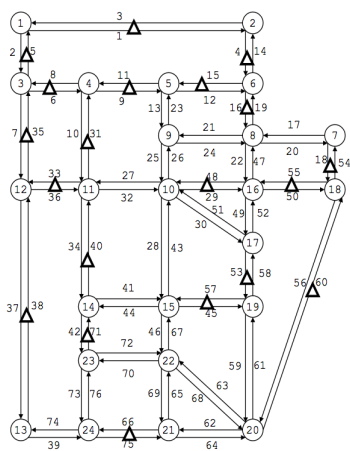


図 1: 交通施設の配置

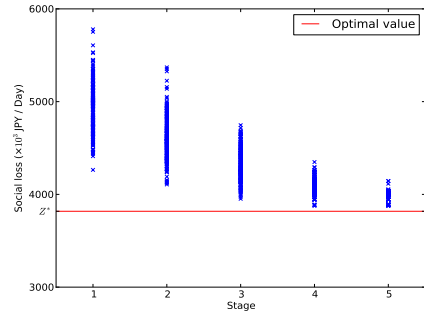


図 2: 生成された標本戦略の社会的損失の分布 (CE 法)  
best solution における目的関数値 = 3,888,473

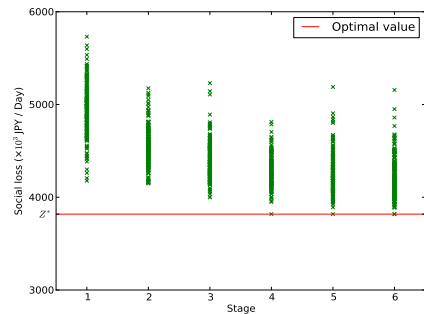


図 3: 生成された標本戦略の社会的損失の分布 (GC 法)  
best solution における目的関数値 = 3,818,091

#### 5. おわりに

本論文では、乱択アルゴリズムを用いた最適化手法を道路ネットワーク耐震化問題に適用した。Croos-entropy法とGibbs cloner法を提案し、中規模ネットワークでそれらの手法の効率性と最適性を検証した。二つの手法はほぼ同程度の計算効率性を持ち、GC法はCE法より高い最適性を有することが明らかになった。

#### 参考文献

- [1] Takeshi Nagae, Tomo Fujihara, and Yasuo Asakura. Anti-seismic reinforcement strategy for an urban road network. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 46, No. 5, pp. 813–827, June 2012.
- [2] Takeshi Nagae and Nobuo Takei. An anti-seismic reinforcement strategy for an urban road network: A cross-entropy approach. 2015. Submitted to the 6th International Symposium on Transportation Network Reliability (INSTR).
- [3] Reuven Rubinstein. The Gibbs Cloner for Combinatorial Optimization, Counting and Sampling. *Methodology and Computing in Applied Probability*, Vol. 11, No. 4, pp. 491–549, October 2008.
- [4] Reuven Y Rubinstein and Dirk P Kroese. *The cross-entropy method: a unified approach to combinatorial optimization, Monte-Carlo simulation and machine learning*. Springer Science & Business Media, 2004.