

カード選択を利用した証明問題解決支援システムの開発 Development of Interactive Environment for Proof Questions by Choosing Cards

倉山 めぐみ*
Megumu Kurayama

* 函館工業高等専門学校
National Institute of Technology, Hakodate College

In this study, we develop an interactive environment for a proof question of congruent triangle by choosing cards. Proof question is said to raise a logical thinking. We intended congruent triangle to form the basis of proof. We analyzed the structure of proof question. In the system, a learner chooses cards writing an assumption and conclusion needed for the proof question. The system judges a learner's answer and feeds back a result to a learner.

1. はじめに

近年、論理的思考力に注目が与えられている[清水 2012]. その理由として、就職や進学における面接の場など、論理的に考え表現する場が増えたことが考えられる. 一方で、その力を育成するための場については変化があるとは言えない. 論理的思考力を育成するものとして、プレゼンテーションや作文などがあげられるが、その中に、証明問題の解決もあげられる. 証明問題は、プレゼンテーションや作文とは異なり、与えられた問題に対して既に分かっている事柄(仮定や条件)から分かりたい事柄(結論)を導くものであり、仮定、条件、結論等がすでに与えられているのである. そのため、他の方法に比べ、論理的思考力を育成しやすいと考えている.

証明問題の出題方式は、最初から最後まですべてを学習者が記述する「記述方式」と証明問題の一部分を空欄にし、その空欄に当てはまる式や文字を記述する「穴埋め方式」があげられる. しかしながら、穴埋め方式を利用していた学習者が、すぐに記述方式を利用し証明するのは、部分だけから全体を考える必要が出てくるため、考える事柄が多くなり、困難が生じると考える. そこで、横山ら[横山 2006]によって提案されている「カード選択方式」を利用することで、部分から構造を考え、証明を学習していくことができると考えた. カード選択方式は、あらかじめ用意されているカードについて、吟味する必要があるため、証明の構造を明確にした上で、システムの構築が必要となる.

本研究では、三角形合同の証明問題の構造について分析を行い、その分析に基づき、カード選択方式を利用した解決支援システムの構築を行った.

2. 証明問題の構造

証明問題は、「仮定」と「結論」から成り立っており、結論を導くための条件とその条件を利用するために必要な要素を見つけ、それらを順序に従い記述していくことで解決している. そこで、証明問題、特に三角形の合同条件を利用した証明について図 1 のように、丸と線を使った表面的な構造について分析を行った. 三角形の合同は、3 つの仮定から 1 つの結論が得られるため、図 2 のように示すこととした. 例えば、図 3 の問題の証明を示すと以下の通りとなる.

証明

△ADB と △AEC において

仮定から $AD = AE$ ……①

仮定から $\angle ADB = \angle AEC$ ……②

共通な角であるから $\angle BAD = \angle CAE$ ……③

①, ②, ③より,

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ADB \equiv \triangle AEC$$

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから

$$AB = AC$$

(終)

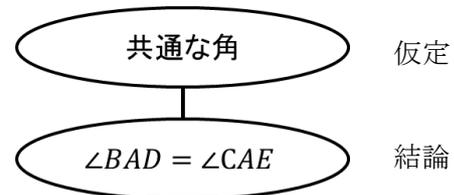


図 1 基本構造

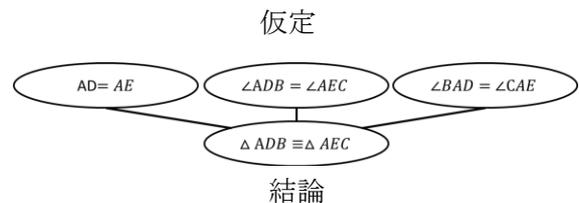


図 2 三角形の合同の基本構造

右の図において、点 D, E をそれぞれ線分 AC, AB 上の点としたとき、 $AD = AE$, $\angle ADB = \angle AEC$ ならば、 $AB = AC$ であることを証明しなさい.

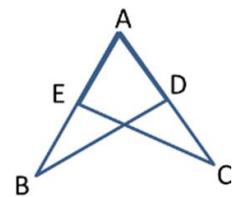


図 3 証明問題の例

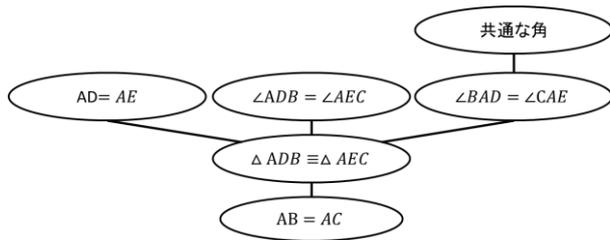


図4 図3の証明の構造

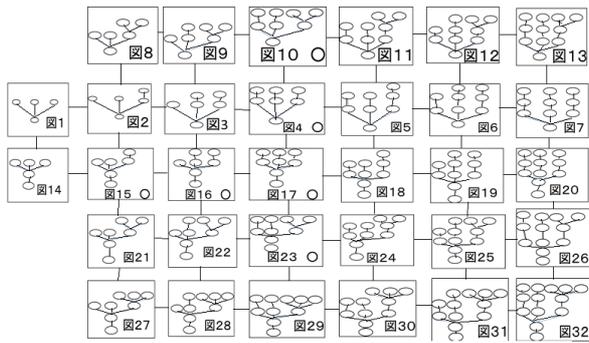


図5 三角形の合同証明の分布図

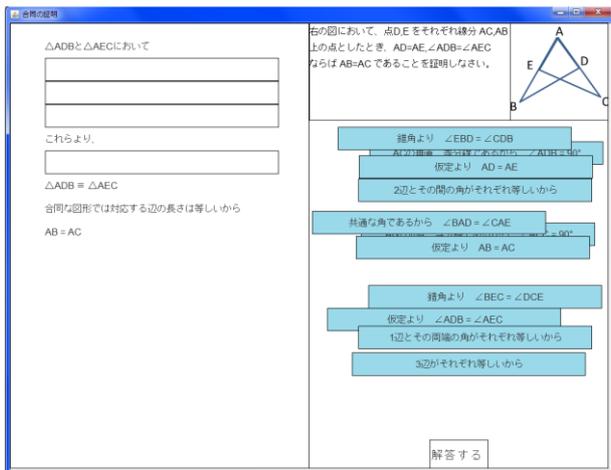


図6 システム画面

この証明を基に、構造化すると、図4のようになる。ただし、問題文中で与えられている仮定については省略している。

この記述方法を使い、三角形の合同条件を利用した証明問題について、教科書と問題集に記載されていた問題54問を基本に、図4の分布図を作成した。この分布図は、三角形の合同の証明の基本である3つの仮定と1つの結論を基本の形とし、1つ仮定を増やすことで分布図の作成を行った。そのため、現在調べた証明問題の中で、分布図と合致する構造を保持しているものについては、図中に○が記されており、合致していないものについては、何も記載されていない。また、表面的な構造のみを扱っているため、1つの階層に収まっているが、三角形の合同条件や仮定として与えられている条件によって、さらに分類する必要がある。そのため、今後も分布図の詳細化を行う予定である。

3. 証明問題解決支援システム

3.1 システムの概要

提案するシステムの画面を図6に示す。右下のカード群から左側の証明の空欄部分にカードをドラッグ&ドロップで移動させ、証明問題を完成させる。すべての空欄にカードが埋まると「解答する」ボタンが押せるようになり、このボタンを学習者が押すことで、システムが正誤判断を行い、正誤の判定を学習者に返す。

3.2 カード群

カード群は8~15枚のカードで構成され、カードの内容には大きく分けて「仮定のカード」と「条件のカード」の2つがある。

仮定のカードは「○○より△△」といった形の単文で作られ、正解となる文の他に誤った内容のカードも含まれている。誤った内容のカードは全く関係の無いものではなく、問題から導出することはできるが証明には利用しない仮定といった内容にすることで学習者がカードの内容について考える過程を作り、より良い学習効果を得られるようにしている。

また、条件のカードは三角形の合同条件である「3辺がそれぞれ等しい」「2辺とその間の角がそれぞれ等しい」「1辺とその両端の角がそれぞれ等しい」の3つ全てのカードが必ず存在するようにしている。

しかしながら、現在のカード群では、あまりにもカードが多くなってしまったため、今後、証明に利用しないダミーカードについて検討する必要がある。

3.3 正誤判定

空欄をすべて埋め、解答ボタンをクリックするとシステムが正誤判定を行う。システムはあらかじめどのカードをどこに入れると正解になるのかという情報を保持している。その情報を利用して正誤判定を行うため、現在はフィードバックの内容として正誤のみを返す。画面上では新しいウィンドウにそれぞれ、正解の場合は「正解です」というメッセージを、不正解の場合は「不正解です○枚目のカードが間違っています」というメッセージを表示する。不正解の場合はウィンドウを閉じて問題も終了せず、カードを選択する場面に戻る。

4. まとめ

本研究では、三角形の合同の証明問題を対象とした証明の構造化を行い、その構造化に基づいた三角形の合同の証明問題の分布図と、解決支援システムの開発を行った。

今後は、表面的な分析から、それぞれの仮定の内容にまで分析を行う予定である。証明問題の構造化を明確化し、システムが自動的に問題を生成し、学習者が作成した証明を診断することができるようになると考えている。また、システムを実際に利用した結果である学習効果についても調査する予定である。

参考文献

[清水 2012] 清水宏幸: 全国学力・学習状況調査の結果にみる中学校数学科の指導上の課題-記述式問題に焦点を当てて-, 日本数学教育学会誌, 第94巻, 第9号, pp.38-41, 2012.
 [横山 2006] 横山琢朗, 平嶋宗, 岡本真彦, 竹内章: 単文統合としての作問を対象とした学習支援システム的设计・開発, 教育システム情報学会誌, Vol.23, No.4, pp.166-175, 2006.