

## 不確実性を許容する人間の三値論理における真理値表

## Truth Table for Conditionals in Three-Valued Logic with Uncertainty

並木 尚也 \*1

Namiki Naoya

田中 洸樹 \*2

Tanaka Kouki

大用 庫智 \*1

Oyo Kuratomo

高橋 達二 \*2

Takahashi Tatsuji

\*1 東京電機大学大学院

Graduate School of Tokyo Denki University

\*2 東京電機大学理工学部

School of Science and Technology, Tokyo Denki University

According to the new paradigm psychology of reasoning, the logic at work in the way humans think cannot be classical, bivalent one; uncertainty is at the core of human higher cognition. The truth table for a conditional "if P then Q" should be not only allowed to have the third value of uncertainty but also extended to  $3 \times 3$ . We study how people construct  $3 \times 3$  truth tables for various kinds of conditionals.

## 1. はじめに

人間は既知の情報から不確実な未来を予測することや、原因と結果の事象間の推定を繰返しながら環境への適応を試みている。例えば「咳が出たならば、風邪を引いている」というような判断を行う事がある。このような「PならばQ」という形式を条件文とよび、論理学では条件文に対する解釈を実質含意(material implication)として規定している。実質含意は、前件(P)が真であり、後件(Q)が偽である場合に条件文を偽、それ以外の場合はすべて条件文に対して真の真理値をとる。しかしながら、このような形式論理と実際に人間が条件文に対して行う解釈の間には隔たりがあると考えられている[服部 08]。特に前件が偽の場合に後件の真理値に関わらず条件文の真理値が真になるということは、人間の直感に反すると考えられる(先の例で言えば、「咳が出ていないならば、風邪を引いている」「咳が出ていないならば、風邪を引いていない」の両方ともを真とするということである)。

新パラダイム推論心理学によると、そのような人間の論理をより正確に記述するためには、真偽のみを許す二値論理では不十分であり、不確実性を許容する体系が必要であるとされている。特に「PならばQ」といった条件文は、「PでないかQ」という実質含意ではなく、条件付き事象に対応する(Pが偽なら真でも偽でもない)と考えられている。先行研究では、真理値表を不確実性を考慮した形式に拡張、つまり、真・偽の真理値に加えて「不定」という新たな真理値を加え、実際に人間が条件文に対してどのような解釈を行うか、実験を行った。その結果、多くの人間は条件文に対し実質含意のような解釈をせず、新たな真理値である「不定」を含んだ解釈のパターンが多い事が明らかになった[横川 14]。ただし、この研究で用いられていた条件文は事前知識が影響しないような単純なものであった(e.g., 前件が色、後件が形など)。

本研究では、真理値「不定」を含んだ三値論理の枠組みで事前知識が影響しない形式的な条件文だけでなく、日常的に用いられるような条件文を含めた、様々な種類の条件文に対して $3 \times 3$ の真理値表を構築させる実験を行い、新パラダイムの適用範囲の拡張を試みる。

2.  $3 \times 3$ の真理値表

古典的な論理学では、真理値が真・偽の二つのみで構成される二値原理(principle of bivalence)によるアプローチがなされている。それに対して、de Finettiが提唱したような欠陥真理値表とよばれる、従来の二値の真理値(真・偽)に新たに「不定」という真理値を加え拡張したアプローチが存在する。このような真理値表システムは新パラダイム推論心理学により記述的妥当性が示されている[Over 09, Politzer 10]。そして、「PならばQ」といった条件文に対し、条件付き事象(conditional event)と呼ばれる新たな解釈が提唱されている。

条件付き事象とは、前件が真、後件が真の場合は真、前件が真、後件が偽の場合は偽、前件が偽の場合は、後件がいかなる真理値であっても不定とするものである。つまり、前件が真の場合は実質含意と同じ真理値をとり、前件が偽の場合には不定という真理値をとり、その部分が実質含意とは異なる。先行研究においては、条件文に対する人間の解釈をより正確に形式化しているという示唆を得ている。以下の表1にいくつかの解釈のそれぞれの真理値表を示す。表中のTは真、Fは偽、Uは不定をそれぞれ意味している。また図1に従来の $2 \times 2$ の真理値表と、 $3 \times 3$ の真理値表のサンプルを示す。図中のPは前件、Qは後件を意味している。

表 1: それぞれの真理値表

		実質含意		条件付き事象	双条件付き事象	
P	Q	P	Q	Q   P	Q	P
T	T	T	T	T		T
T	F	F	F	F		F
F	T	T	T	U		F
F	F	T	T	U		U

## 3. 様々な条件文の種類

条件文には、様々な種類がある。条件文を構成する前件と後件の間の関係性や、前件あるいは後件が持っている性質などによって、条件文の性質が異なるのである。この節では、[Gauffroy 09]で実験に用いられていた条件文を紹介する。また、以下に紹介する条件文は本実験でも用いたものである。

		Q	
		T	F
P	T	T	F
	F	F	T

		Q		
		T	U	F
P	T	T	U	F
	U	U	U	U
	F	F	U	T

図 1: 2 × 2 の真理値表 (左) と 3 × 3 の真理値表 (右) のサンプル

### 3.1 基本条件文

基本条件文 (Basic Conditionals) とは, 事前知識を必要とせず, 前件と後件の間に何らかの関係性がない条件文のことである。例えば, 「もし写真に写ったチップが丸いならば, 赤色である」のような前件が形, 後件が色といったような条件文は基本条件文にあたる。基本条件文は主に”二値条件文 (BB conditionals)”と”非二値条件文 (NN conditionals)”の二種類に分けられる。

#### 3.1.1 二値条件文

二値条件文とは, 前件と後件のそれぞれバイナリ的な値をとる条件文のことである。つまり, 前件と後件がそれぞれ, ある値の否定が一意に定まるような性質を持っているということである。例えば性別やスイッチの ON/OFF などがそれにあたる (e.g., ON,  $\neg$  ON=OFF)。

#### 3.1.2 非二値条件文

非二値条件文とは, 二値条件文とは異なり, 前件と後件の両方ともにバイナリ的な値をとらない条件文のことである。つまり, 前件と後件がそれぞれ, ある値の否定が一意に定まらない性質を持っているということである。例えば色や形などがそれにあたる (e.g., 黄色,  $\neg$  黄色=赤, 青, 緑)。

### 3.2 因果条件文

因果条件文 (Causal conditionals) とは, 前件と後件の間に因果関係のあるような条件文のことである。例えば, 「もし金属が熱されたら, 膨張する」といったような条件文が因果条件文にあたる。因果条件文も基本条件文と同様に, ”強い因果条件文 (Strong causal conditionals)”と”弱い因果条件文 (Weak causal conditionals)”という 2 種類が存在する。これら 2 つの性質の違いは前件と後件の因果関係の強さの違いである。因果関係の強さは後件を引き起こす原因が, 前件以外にも考えやすいかどうかという点に基づいている。

#### 3.2.1 強い因果条件文

強い因果条件文とは, 前件と後件の因果関係が強い条件文である。後件が引き起こされる要因が前件以外に考えにくいような条件文である。例えば, 「もしボタン 3 が押されている状態ならば, 黒板のライトが点いている」という条件文があったとする。黒板のライトが点いているという状態を引き起こす原因は, あるボタン 3 が押された状態以外には考え難い。このよう

に強い因果条件文は前件と後件の因果関係が強く, 事前知識によって前件以外の代替原因が考え難い性質を持つ。

#### 3.2.2 弱い因果条件文

弱い因果条件文とは, 前件と後件の因果関係が弱い条件文である。後件が引き起こされる要因が前件以外に考えやすい条件文である。例えば, 「もし F 5 キーが押されたら, コンピュータ画面が黒くなる」という条件文があったとする。コンピュータの画面が黒くなるという要因は, F5 キーを押す以外にもコンピュータの電源を落とすなどの代替原因を考えることは比較的容易である。例で挙げた条件文のように, 事前知識によって後件を引き起こす前件の代替が想起されやすいという性質を持つ。

### 3.3 誘因文

誘因文 (Inducements) とは, その条件文の裏を誘因しやすい条件文である。例えば, 「芝刈りをしたら, 5 ユー口あげる」という条件文があったとする。その条件文に対し「芝刈りをしなかったら, 5 ユー口もらえない」というような裏が想起されやすいという特徴を持つ。誘因文には ”約束文 (Promises)”や ”脅迫文 (Threats)”がある。

#### 3.3.1 約束文

約束文とは, 約束の意味を持った条件文である。例えば, 「もし部屋を掃除したら, TV を見ていいよ」というような条件文が約束文にあたる。

#### 3.3.2 脅迫文

脅迫文とは, 脅しの意味を持った条件文である。例えば, 「もし壺を壊したら, ボールを取り上げる」というような条件文が脅迫文にあたる。

## 4. 本研究の目的

先行研究では, 様々な種類の条件文に対する真理値表を構築する実験を行っている。この研究では, 様々な年齢層 (10 歳 ~ 大人まで) の参加者に対し実験を行い, 発達過程における真理値表の構築に関する変化を調査している [Gaufrroy 09]。その結果, 二値条件文, 非二値条件文, 強い因果条件文, 弱い因果条件文の 4 種類の条件文に対しては年齢が低い段階では連言的な解釈が多いが, 年齢層が高くなるにつれて不定を含む条件付き事象, あるいは双条件付き事象的な解釈が多くなることがわかった。二値条件文と強い因果条件文に関しては条件付き事象が, 非二値条件文と弱い因果条件文に関しては双条件付き事象が最も多かった。また, 約束文と脅迫文に関しては年齢層を問わず, 論理的同値的な解釈が最も多く割合を占めていた。それ以外の解釈に着目すると, 前述した 4 種類の条件文における結果の傾向と同様に年齢が低い段階で連言, 年齢が高くなるにつれて条件付き事象的な解釈が増えていることが確認できる。ただし, この研究では 2 × 2 の真理値表を構成させる実験であり, 回答にのみ不定の真理値が含まれていた。

他方では, 条件文や双条件文に対して 3 × 3 の真理値表を実験参加者に構成させる実験を行った研究がある [横川 14]。この研究では, 条件文に対して条件付き事象, 双条件文に対しては双条件付き解釈が最も多く割合を占めるという結果であった。また, 条件文の表現や前件が前提だという認識を明確することなどにより, 結果に変化が出たということが示唆されている。ただし, この研究で用いられた条件文は二値条件文にあたるようなもののみであった。

本研究では, この二つの研究を統合し, 横川らの 3 × 3 の真理値表を構築させる実験に, Gaufrroy らの研究で用いられて

いた6種類の条件文を加えて、結果にどのような変化が起こるのかを確かめる。

### 5. 実験

本実験は、参加者に様々な種類の条件文を確認してもらい、その後様々な事例を確認してもらい、その事例が条件文に対して3つのいずれかの真理値であるかを参加者に答えてもらう枠組みである。真理値は真、偽、不定の三値である。この手順により参加者の真理値表が構築でき、参加者が条件文をどのように解釈しているのかを確認することができる。

#### 5.1 実験内容

本実験は、参加者に実験用紙を配り、その用紙に記入してもらう形で実施した。図2に実験用紙の一部を示す。参加者は東京電機大学の学生12名である。

参加者が取り組むタスクは6つある。6つのタスクの違いは条件文の種類の違いである。そして1タスクにつき9個のケース(前件後件: TT, TU, TF, UT, UU, UF, FT, FU, FF)があり、それぞれについて質問がある。参加者は各ケースにおいて、三値の真理値の中から条件文に対して適切だと思うものを選択して実験用紙に丸を付ける。用意した条件文はそれぞれ以下の表2に示すとおりである。

各ケースは形式的な表現とそれに対応した図で表現した。例えば、「男の子なら、帽子をかぶっている」という条件文に対するFUのケースの表現は「男の子でない & 帽子なし」とい

「男の子ならば、帽子をかぶっている」

以下のようなケースについて、上記の文の真偽を判断してください。

それぞれのケースに対して、「真になる」、「偽になる」、「真か偽か分からない」のうち、1つを選び、丸を付けてください。

図2: 実験用紙のサンプル (BB)

表2: 使用した条件文

条件文の種類	使用した条件文
BB	男の子なら、帽子をかぶっている
NN	チップの色が赤いなら、丸い
Strong	プレートが移動したら、地震が起きる
Weak	風邪を引いていれば、鼻水が出る
Promises	掃除したら、500円もらえる
Threats	遅刻したら、罰金を科される

うように設定した。ケースの表現を文ではなく形式的に設定した理由は、文での表現が困難であるためである。先の例の条件文についてUFのケースを考えた時、文章で表現すると「男の子かどうか分からず、帽子をかぶっていない」、あるいは「男の子かどうか分からないが、帽子をかぶっていない」など、前件と後件の間をつなぐ表現の微妙な違いにより、判断が変化してしまう可能性が考えられる。Fのケース表現については、単純に条件文に用いられている単語の否定形で表現している。つまり先の例で言うと、前件の否定は「女の子」ではなく、「男の子でない」という表現になる。

#### 5.2 実験結果

ここでは、従来の2x2の真理値表での枠組みにおける解釈との比較を行う。つまり、実験参加者の構成した3x3の真理値表の4隅(TT, TF, FT, FF)の真理値を抽出する。比較する解釈のパターンは連言(TFFF)、選言(TTTF)、実質含意(TFTT)、同値(TFFT)、条件付き事象(TFUU)、双条件付き事象(TFFU)、マッチングパターン(TUUF)である。このいずれにも当てはまらないものは、otherとして扱う。

実験結果を図3に示す。図3の縦軸は分類した解釈の割合、横軸は条件文の種類を表している。図2より、強い因果条件文と脅迫文以外の条件文においては、最も多い解釈のパターンは条件付き事象であった。強い因果条件文と脅迫文については、最も多かった解釈のパターンは同値であった。約束文については、解釈のパターンとして同値と条件付き事象が同率で最も多かった。

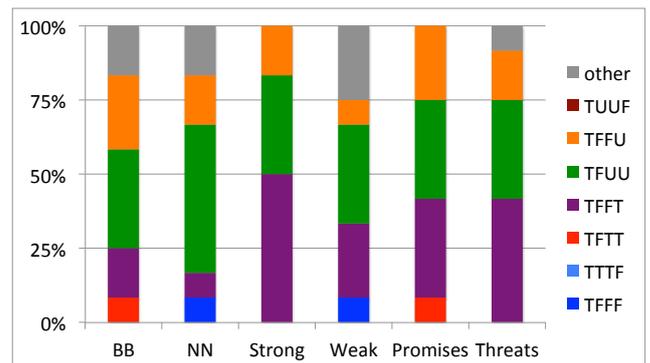


図3: 2x2真理値表の枠組みにおける実験結果

### 6. 議論

図3より、3x3の真理値表を構築させ、真理値表から2x2の真理値表にあたる部分を抽出して解釈のパターンに当てはめると、主に条件付き事象、双条件付き事象、同値の3つのパ

BB

ターンが出現していることが確認できる。そして古典論理学で規定されている実質含意的な解釈のパターンはほとんど出現しなかった。従って、本実験において用いた6つのそれぞれに異なる性質を持った条件文に対する解釈のパターンとしてはほとんどがこの3つのうちのいずれかの解釈であることが考えられる。様々な条件文に対しては、やはり実質含意的な解釈と人間の解釈には大きく乖離があるように考えられる。少なくともこの6つの種類の条件文については、実質含意が人間と合うことは考えづらい。

それぞれの条件文について、解釈のパターンの割合から人間がどのように条件文を捉えているかを考察する。まず二つの基本条件文(BB, NN)において最も多い解釈のパターンは条件付き事象であった。Gauffroyらの研究結果では、BBでは双条件付き事象、NNでは条件付き事象が最も多かった。先行研究とは異なるが、本研究でもBBにおいてNNよりも双条件付き事象的な解釈が増える傾向は確認できる。BBよりもNNにおいて条件付き事象が多いことから、前件や後件が二値ではなく多数の値を持つ性質を備えている場合には、人間は前件が偽のケースにおいて条件文を不定と判断する傾向があると考えられる。

因果条件文においては、Strongについては同値、Weakについては条件付き事象が最も多い解釈であった。Gauffroyらの研究結果では、Strongでは双条件付き事象、Weakでは条件付き事象が最も多かった。こちらも先行研究とは結果が異なる。特にどちらの条件文に関しても同値の解釈が多く見られるという点が大きな相違点である。その原因として、一人の実験参加者につき、6つのすべてのタスクを行わせたために、他の条件文に対する解釈を引きずって、同値の解釈が多くなったという可能性も考えられる。StrongとWeakを比較すると解釈の割合の比はBBとNNと似通っていて、StrongはBB、WeakはNNと似ている。その性質から、因果条件文については前件と後件の結びつきが弱く、後件を引き起こす原因が想起されやすいものほど、条件付き事象的な解釈が増える傾向があることが考えられる。

誘因文については、先行研究と同じく最も多い解釈は同値的解釈であった。同値的な解釈は双条件文( $p$ ならば $q$ であり、かつ、 $q$ ならば $p$ である)に対する真理値であるため、人間は誘因文に対しては条件文を双条件文として捉える傾向があると考えられる。

全体としてみると、条件付き事象的な解釈が多いことがわかる。つまり、前提となる前件が偽である場合には、条件文を不定として捉える傾向があるということである。そして、基本条件文のような形式的な条件文については条件付き事象のような解釈をし、因果条件文や誘因文のような日常的に使用される条件文については条件付き事象のような解釈も多いが、同値的な解釈が基本条件文と比較して割合が多くなっていることがわかる。従って、日常的な条件文に対しては、条件文を双条件文として捉えやすい傾向がある可能性がある。

## 7. 結論

本研究では様々な種類の条件文に対し、不確定情報を含んだ $3 \times 3$ に拡張した真理値表を構築させる実験を行った。その結果ほとんどの条件文において、論理学で規定されている実質含意のような解釈ではなく、新パラダイム推論心理学で提唱されている条件付き事象や双条件付き事象の割合が多かった。このことから、二値条件文のような因果関係を持たない、あるいは事前知識の影響のないような抽象的な条件文以外の、日常的に

使用されるような条件文においても新パラダイム推論心理学により提唱されている解釈が人間の論理をより正確に記述していることが考えられる。

## 参考文献

- [Gauffroy 09] Gauffroy, C., & Barrouillet, P.: Heuristic and analytic processes in mental models for conditionals: An integrative developmental theory, *Developmental Review*, 29, 249-282, (2009).
- [服部 08] 服部雅史: 推論と判断の等確率性仮説: 思考の対称性とその適応的意味, 『認知科学』, 15(3), 408-427, (2008).
- [Over 09] Over, D. E.: New paradigm psychology of reasoning, *Thinking & Reasoning*, 15(4), 431-438, (2009).
- [Politzer 10] Politzer, G., Over, D. E., & Baratgin, J.: Betting on conditionals, *Thinking & Reasoning*, 16(3), 172-197, (2010).
- [横川 14] 横川純貴, 高橋達二: 不確定情報の下での条件文と双条件文の $3 \times 3$ 真理値表, 情報処理学会第76回全国大会講演論文集, 1T-5, 2-505-506.(2014).