

# 動的な近傍切り替えモデルを用いた 群れのスケールフリー相関の調整

Varying scale-free correlation with a neighborhood-switching flocking model

坂本 佑樹 \*1  
Sakamoto Yuki

高橋 達二 \*2  
Tatsuji Takahashi

\*1 東京電機大学大学院  
Graduate School of Tokyo Denki University

\*2 東京電機大学  
Tokyo Denki University

Scale-free correlation and phase transition is found in the observation of real animal flocks. Based on the MTI (metric-topological interaction) model of flocking behavior that switches between the two types of neighborhoods, we propose a way to vary the proportion that the size of and the correlation length in a flock in simulation.

## 1. はじめに

自然界では様々な生物によって群れが形成され、一つの意思を持った生命体のような振る舞いを見せる。この現象は人々の心を惹きつけ、群れの観察や調査は盛んにされてきた。そして Reynolds によって Boids モデルが提唱されて以来、さらに様々な角度から群れに関する研究が行われてきた [Reynolds 87]。

本研究では、近年発見されたスケールフリー相関に焦点をあてる。撮影技術の向上により自然界の群れの中に群れ全体の平均的な動きとは異なり、群れの中の群れと呼ばれる固有の動きをする領域が発見された。また、群れ全体の大きさと群れの中の群れが相関関係にあり、この相関関係が一定で表れる現象をスケールフリー相関と言う [Cavagna 10]。

Boids モデルや、それを基としたより最近のモデルでは、分離、整列、結合の簡単な三つのルールが用いられている。この三つのルールを適用または適宜変更することにより、様々な群れの動作を表現している [Reynolds 87]。この三つのルールは近傍の定義を変更することで異なる動作をすることが確認されており、近傍は群れモデルにとって重要な要素の一つである。近傍の定義は 2 種類に分けられ、ある個体の近くの一一定範囲 ( $r$ ) 内に存在する全個体を対象とする Metric 近傍と、ある個体に最も近い個体から  $n$  番目までを対象とする Topological 近傍がある。この異なった二つの近傍の切り替えを可能とした Metric-Topological Interaction モデル (MTI モデル) が 2011 年に新里によって考案された [Niizato 11]。この MTI モデルにおいてスケールフリー相関の発現が確認できている。

しかしながら、MTI モデルは二種の異なった近傍を使い分けるといった複雑な定義を持ち、スケールフリー相関の発現がどのような要素から影響を受けているのかが不明瞭であった。MTI モデルにおける各近傍がスケールフリー相関にどのような影響があるか調べる必要がある。本研究では MTI モデルにおいて近傍の切り替えに用いられている閾値パラメータを変化させることでスケールフリー相関にどのように変化が見られるのか検証を行い、また再現に必要な条件の考察を行った。

## 2. スケールフリー相関と群れモデル

群れモデルとスケールフリー相関にどのような関係性があるのか、群れモデルにおいてスケールフリー相関が確認できるこ

とにどのような意義があるのかを述べる。スケールフリー相関とは Cavagna らによって定義されたものである [Cavagna 10]。

スケールフリー相関とは群れ内部における個々の速度ゆらぎが広範囲で群れに影響を与える相関関係を持っており、群れ全体の大きさ  $L$  に対して、「群れの中の群れ」と呼ばれる速度ゆらぎが他と大きく異なり相関している領域 (個体の集合) の大きさ  $L_c$  の割合 ( $L : L_c$ ) が、群れのスケールに依存しないというものである [Cavagna 10]。最初に速度ゆらぎ  $u_i$  を定義する。

$$u_i = V_i - \frac{1}{N} \sum_{K=1}^N V_K \quad (1)$$

$N$  は群れの全個体数である。 $i$  は個体のインデックス番号を意味し、 $u_i$  は個々の速度ゆらぎ、 $V_i$  は個々の速度ベクトルを表わしている。つまり、速度ゆらぎは個々の速度ベクトルから群れ全体の平均速度ベクトルを引いたもので定義される。次に速度ゆらぎにおける相関関数  $C_{(r)}$  を定義する。

$$C_{(r)} = \frac{\sum_{ij} u_i \cdot u_j \delta(r - r_{ij})}{\sum_{ij} \delta(r - r_{ij})} \quad (2)$$

各個体の距離は  $r_{ij}$  で表わされる。 $i, j$  は個体のインデックス番号を意味している。 $\delta$  関数が  $r - r_{ij} = 0$  の場合は 1 を、 $r - r_{ij} \neq 0$  の場合は 0 の値を返すものである。つまり各距離 ( $r$ ) において該当する距離に存在する個体同士の内積を取り、距離ごとの内積の和を存在する該当距離関係にある個体総数で割ることで、各距離に応じた速度ゆらぎの平均を求めている。 $C_{(r)}$  が正の値で 1 に近いほど個体同士が同じ向きであることを表わし、 $C_{(r)}$  が負の値で 0 に近いほど逆向きであることが表わされる。個体間の距離が大きくなるほど相関が弱くなり、 $C_{(r)}$  は減少していく。 $C_{(r=\xi)} = 0$  の条件を満たす個体間の距離 ( $\xi$ ) を相関長と定義する。相関長を計算することにより、速度ゆらぎの相関領域を求めることができる。Cavagna らは群れの大きさにこの相関長が比例することを実証した。群れの大きさを  $L$  とした時、相関長と群れの大きさの関係を式で表わす。

$$\xi = \alpha L \quad (3)$$

$\alpha$  は比例定数を表わしており、現実のムクドリ群れにおける比例定数の値は  $0.353 \pm 0.022$  である [Cavagna 10]。これまで群れのダイナミクスであると明確に定義できる指標という

連絡先: 高橋達二, 東京電機大学, 350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂, 049-296-5416, tatsujit@mail.dendai.ac.jp

べきものが殆ど無かった中で、このスケールフリー相関は群れであることに対する実証的な研究も可能とする。

## 2.1 Boids モデル

Boids モデルは分離・整列・結合の三つの単純な相互作用を各個体に設定することで、群れとしての動きを再現することを可能としたモデルであり、群れモデルの基本となっている [Reynolds 87]。本研究で扱う MTI モデルにも以下のルールが応用されている。

- 分離 (separation) : 接触しないように分離範囲内の個体から離れようとする。
- 整列 (alignment) : 近傍範囲内の個体と向きや速度を合わせようとする
- 結合 (cohesion) : 近傍範囲内にある他の個体の中心方向に近づこうとする

## 2.2 Metric 近傍と Topological 近傍

群れモデルにおいて各個体を相互作用させる際に用いられる近傍設定は、大きく分けて二種類に分類される。

一つ目は Metric 近傍と呼ばれ、個体から一定の範囲内に存在する全個体を対象として、相互作用を行うものである。古典的な近傍定義であり、この定義を採用している例として Boids モデルが挙げられる。Metric 近傍は三つのルールで構成されており、それぞれ近傍の範囲が異なっている。結合における近傍が広く、基本的に個体は他の個体の中心方向に寄る。これにより、Metric 近傍では個体同士が集まりやすく近傍の重複が起こるため、密度が高くなることで群れが強固になる性質がある。そのため比較的大きな群れを形成しやすい傾向がある。しかし範囲内の個体としか相互作用できないため、一度離れた群れと相互作用するためには再び接近する必要がある。

二つ目は Topological 近傍と呼ばれ、距離に依存せず最も近い個体から数体選択して相互作用を行うものである。これは Ballerini がムクドリを観察研究の際に、相互作用するムクドリ同士が満たす条件の推定から発見したものである [Ballerini 08]。Topological 近傍には Metric 近傍と異なり近傍内すべてとは相互作用を行わず、あらかじめ決められた直近の個体数とのみ相互作用を行う。そのため、一度離れた群れと相互作用を行うことは容易に可能である。

図 1 の 1 は Metric 近傍である。2 と 3 は Topological 近傍を図示したものである。赤い個体は速度の更新を行う個体を表し、青の個体は更新個体の近傍内に存在する個体を表している。黄色い円はすべて同じ大きさである。図の 1 は Metric 近傍で、黄色い円形の範囲内に存在する七体の個体と相互作用を行っている。図の 2 は 1 と同じ配置の個体ではあるが、Topological 近傍では、最も近い個体から順に五体 (設定数) のみ個体を選び、相互作用を行っている。図の 3 は Topological 近傍であり、Metric 近傍の範囲外の個体五体と相互作用を行っている。このように、近傍により、相互作用の相手に差異が生じている。

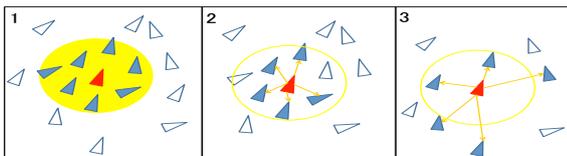


図 1: 2 種類の近傍におけるイメージ図

## 2.3 Metric-Topological Interaction モデル

新里が考案した Metric-Topological Interaction (MTI) モデルは、Metric 近傍と Topological 近傍を条件式で切り替えて用いているモデルである [Niizato 11]。

MTI モデルにおいて、Topological 近傍を用いる場合、更新個体が近傍内の他個体の向きと近傍内の平均方向との差が閾値  $\zeta$  未満ならば Metric 近傍に切り替える。逆に Metric 近傍を用いる場合は、近傍内の二体の個体の方向の差が、閾値  $\zeta$  より大きければ Topological 近傍に戻る。具体的に説明すると Topological 近傍では、更新個体が行なう操作は個体の向きを平均化するのみなので、更新個体と更新個体の選択相手との個体同士の向きの差は徐々に小さくなっていく。その角度差がある一定値を下回るようならば、個体は Topological 近傍から Metric 近傍へと切り替わる。このときの閾値を閾値パラメータとして  $\zeta$  で表す。

$$\cos^{-1}(\langle \hat{v}_k^t, \langle \hat{v}_l^t \rangle_{l \in N-TOPT_k^t} \rangle) < \zeta \quad (4)$$

ここで  $\hat{v}$  は単位速度ベクトルを表わし、 $t$  は時間、 $k$  と  $l$  は個体のインデックスを表わす。 $N-TOPT_k^t$  は時刻  $t$  の個体  $k$  における Topological 近傍に入る個体の集合である。また、 $\langle \cdot \rangle$  は二つのベクトルの内積を意味し、 $\langle \cdot \rangle_s$  は集合  $S$  についてのベクトルの平均を意味する。

MTI モデルにおいて、個体が Metric 近傍時、Topological 近傍から Metric 近傍への移行の定義によると、まわりの個体たちがほぼ同じ向き向いているという前提がある (角度差が  $\zeta$  以下)。つまり、個体が Metric 近傍場合、その前提が成り立っているか常に確認する必要がある。具体的には、個体は近傍内の二つの個体をランダムに選択し、その角度の差をとる。その角度差がある数値を超えたら、Metric 近傍の前提が成立していないとし、Topological 近傍に切り替わる。これについても、再び閾値パラメータ  $\zeta$  を用いて以下の式で表す。

$$\cos^{-1}(\langle v_i^t, v_j^t \rangle) > 2\zeta$$

( $i$  と  $j$  は次の集合の中からランダムで選ばれる

$$(N - MET_{Separation})_k^t \text{ または } (N - MET_{Alignment})_k^t) \quad (5)$$

$i, j, k$  は個体のインデックスである。 $i, j$  は個体の近傍の中からランダムで選ばれる。 $t$  は時間、 $v$  は単位速度ベクトルである。 $N - MET_{Separation}$  は Boids モデルにおける分離ルールが適応される近傍内の集団、 $N - MET_{Alignment}$  は整列ルールに適応される近傍内の集団である。MTI モデルは Metric 近傍に従う相互作用と Topological 近傍に従う相互作用が、周辺環境によって、それぞれの個体において切り替わることで、近傍の範囲が常に調節され、結果、群れが一つの個体として振る舞うモデルである。

## 3. 閾値パラメータ変更における MTI モデルの挙動予想

スケールフリー相関とは群れ全体の大きさと群れの中の群れと呼ばれる相関領域の大きさの比率が一定の割合で見られるというものであり、比例式の傾きに当たるものである。閾値パラメータ  $\zeta$  は、MTI モデルにおいて Metric 近傍と Topological 近傍を切り替える際に用いられており、 $\zeta$  を変化させることで近傍の切り替えにおける挙動を変化させることができる。近傍により傾きが変化するのが、また変化した場合における傾きと呼べる比例定数の値がどのように推移するのかを考察し、なぜ  $\zeta$  を変化させようとしたのかを説明する。

$\zeta$ の値が低い時は Topological 近傍より、 $\zeta$ が高い時は Metric 近傍より従って周囲の個体と相互作用を行う。Topological 近傍を用いる場合、距離に依存することなく近傍の個体と速度の同調を行うことができる。しかし、Topological 近傍は各ベクトルの平均化のみを行うため、向きは揃うが周辺の同じ個体のみと相互作用するため群れの大きさは一定になってしまい、また相関領域も一定になるのではないかと。その結果、比例定数が小さくなると考えられる。

Metric 近傍を用いる場合、個体から一定範囲内に存在する全個体と相互作用を行うことができるので、一度集まると大きな群れを形成しやすくなる。その為、相関領域も群れの大きさに対して大きくなり、比例定数の値は大きくなると考えられる。以上のことから、MTI モデルにおけるスケールフリー相関の比例定数の推移を表わすグラフは、 $\zeta$ が大きくなるほど比例定数の値も大きくなる比例グラフを描くと推測される。考察から近傍によりスケールフリー相関における傾きが変化すると考えられるため、 $\zeta$ を変化させることで MTI モデルの挙動を観察した。

#### 4. MTI モデルにおけるスケールフリー相関

スケールフリー相関において、もっとも群れらしいと判断されるモデルは MTI モデルである。この MTI モデルを解析し、MTI モデルにおける群れらしさを追求していく。

##### 4.1 MTI シミュレーション

実験を行うに際して各種設定の説明を行う。フィールドの範囲は  $600 \times 600$  であり、上端と下端、左端と右端は繋がっている。個体の速度は  $V = 1.0$ 、各個体の初期位置及び向きはランダムとした。今回使用した群れモデルは新里高行の MTI モデルである。実験において変更を行ったパラメータは閾値  $\zeta$  と個体数  $N$  であり、閾値  $\zeta$  を 0.01 から 1.5 まで、0.01 ずつ変化させ、それぞれの閾値において  $N = 100, 200, 300$  と変化させた。各  $N$  で 1000step 平均を取ったものを 10 回、各閾値で合計 30 回試行し、全体として 300 回試行した結果を示す。

図 2 に閾値  $\zeta = 0.05$  のスケールフリー相関のシミュレーション結果を示す。縦軸が相関長、横軸が群れの大きさを表わす。閾値  $\zeta = 0.05$  における比例定数は 0.3589 となっており、これは現実の群れの比例定数の値  $0.353 \pm 0.022$  のものとほぼ一致していることが確認できる。つまり、 $\zeta = 0.05$  においては観測データに適合するスケールフリー相関の比例定数が確認でき、数値上自然界の群れの動きを再現できていることが示された。

図 3 は閾値  $\zeta$  を 0.01 から 1.5 まで 0.01 ずつ変化させた際のスケールフリー相関における比例定数の変化を求めたグラフであり、また MTI モデルの挙動を調べるため各近傍の割合を割り出したものである。その結果、現実のムクドリ群れのスケールフリー相関が確認できた閾値  $\zeta = 0.05$  において、Metric 近傍と Topological 近傍の比率が 7 対 3 であることが確認できた。

そこで Metric 近傍と Topological 近傍の比率を 7 対 3 で固定したまま切り替えを行わない群れモデルで、同設定でシミュレーションを行った。結果より、比例定数の値は 0.487 となっている。このことから、Metric 近傍と Topological 近傍の比率を 7 対 3 に固定しただけでは、スケールフリー相関を確認することはできたが、現実のムクドリ群れの群集行動に見られるスケールフリー相関の傾きは確認することができなかった。

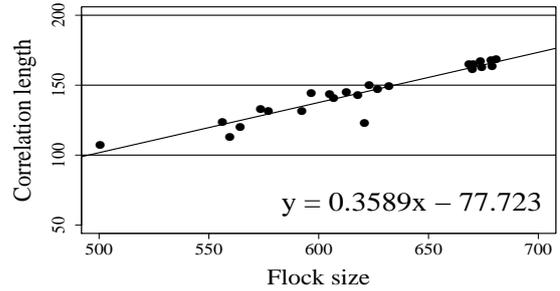


図 2: 閾値  $\zeta$  が 0.05 における比例定数

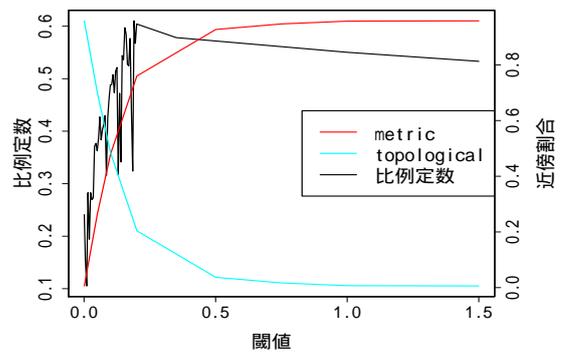


図 3: 閾値  $\zeta$  の変化における比例定数

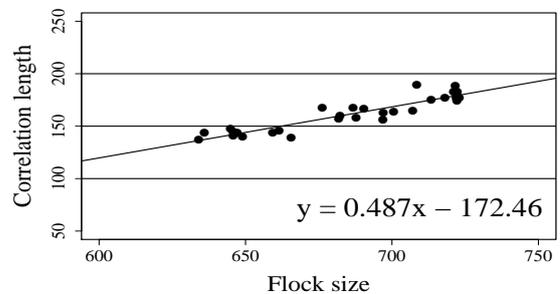


図 4: 近傍比率を 7:3 に固定した比例定数

## 5. 結果および考察

閾値  $\zeta = 0.05$  におけるスケールフリー相関のグラフ (図 2) を見てみる。Cavagna による現実のムクドリ群れの群れにおける比例定数  $\beta = 0.353 \pm 0.022$  である。このグラフでは  $\beta = 0.3589$  となっており、これは現実の群れの比例定数の値の範囲に入っていることが確認できる。この結果は MTI モデルにおいて  $\zeta = 0.05$  時のスケールフリー相関を確認することができ、自然界の群集行動を再現できていることが示している。このスケールフリー性が確認できた MTI モデルで、閾値パラメータ  $\zeta$  を変化させた際の比例定数の推移グラフ (図 3) を見てみる。このグラフにおいて現実のムクドリ群れのスケールフリー相関が見られる  $\zeta$  の値の範囲は  $0.04 \leq \zeta \leq 0.05$  の時であることが確認できる。しかしそれ以外の範囲では現実の群れのスケールフリー相関の値は確認できなかった。

また、 $\zeta$  変化における比例定数の推移は、 $\zeta$  が大きくなるに従って比例定数の値が増加していることから、正の相関関係を持つことが分かる。この図において閾値が小さい範囲では、スケールフリー相関における比例定数の値の変化が急激に増加しており、閾値が大きい範囲では、スケールフリー相関における比例定数の値の増加率が減少していることが確認できる。

各個体が周囲の個体と相互作用を行っている際に用いている近傍は、閾値の値が小さい場合 Metric 近傍より Topological 近傍を用いている個体数の方が多く、閾値の値が大きい場合 Topological 近傍より Metric 近傍を用いている個体数の方が多くなっており、閾値パラメータを変化させることで各近傍に従って相互作用を行っている個体数に偏りが生じていることが確認できた。しかし、実験で得られた近傍比率 7 対 3 に固定した群れモデルでは現実の群れのスケールフリー相関を確認することができなかった。このことから、現実の群れのスケールフリー性を再現するためには、群れモデルにおける近傍が深くかかわっており、その近傍の切り替えを行うことができる閾値パラメータは、群れを再現することが可能となり得る一つの要素であると考えられる。

## 6. 結論

本研究ではスケールフリー相関を群れらしさの指標として扱い、特定の条件下でスケールフリー性を有する MTI モデルにおいて閾値パラメータを変化させることで、MTI モデルの閾値パラメータとスケールフリー相関における関係を検証した。結果から Metric 近傍と Topological 近傍の切り替えに対して閾値が  $0.04 \leq \zeta \leq 0.05$  の時にスケールフリー相関において最も現実のムクドリ群れらしいと考えられる事がわかった。閾値パラメータ変化における比例定数の推移の結果からは、閾値と比例定数には正の相関があることを確認できた。仮説した通り、閾値  $\zeta$  を増加をすると比例定数の値も共に増大し実際にシミュレーションで制御できることが分かった。制御できたことにより、各  $\zeta$  におけるスケールフリー相関それぞれにおける群れのダイナミクスが観察可能となった。

また、閾値変化における比例定数の変化の原因には、Metric 近傍と Topological 近傍それぞれの特性が関係しており、二つの近傍の特性が群れ全体の動作と個々の動きを表現したものであると考えられる。そして、MTI モデルで現実の群れのスケールフリー相関が確認できる閾値帯において Metric 近傍と Topological 近傍の割合が 7 対 3 で現れていることが確認できた。このことから、現実の群れで実際に個体が相互作用を行っている近傍を確認することは困難であるが、本研究で現れた近傍の割合を現実の群れでも確認することができれば、MTI モ

デルの正当性や、現実の群れでの近傍の意味を明確に示すことが可能になると考えられる。また、今回の結果をもとにした、MTI よりも単純なモデルの提案も可能であろう。

現実の群れを表わすスケールフリー性の発生には Metric 近傍と Topological 近傍のある比率での使用が寄与している可能性が示唆された。しかし、各近傍を 7 対 3 に固定したシミュレーション実験では現実のムクドリ群れのスケールフリー相関は確認できなかった。今後は、群れの種類によるスケールフリー相関の違いを調査するとともに、より詳細なメカニズムの分析し、より単純なモデルの提案を行う。

## 参考文献

- [Ballerini 08] Ballerini, M., N. Calbiro, R. Candeleir, A. Cavagna, E. Cisbani, I. Giardina, V. Lecomte, A. Orlandi, G. Parisi, A. Procaccini, M. Viale, and V. Zdravkovic, : Interaction ruling animal collective behavior depends on topological rather than metric distance: Evidence from a field study. *PNAS* 105: 1232–1237 (2008).
- [Cavagna 10] Cavagna, A., A. Cimarelli, I. Giardina, G. Parisi, R. Santagati, F. Stefanini, and M. Viale. : Scale-free correlations in starling flocks. *PNAS* ,107: 11865–11870 (2010).
- [Reynolds 87] C. W. Reynolds, : Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model, *Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques(SIGGRAPH '87)* , 21:25–34 (1987).
- [Niizato 11] Niizato.T,Gunji.P:Metric–Topological interaction model of collective behavior. *Ecological Modelling*, 222, 3041–3049 (2011).
- [新里 12a] 新里高行, 郡司ベギオ幸夫: 群れの中のゆらぎの構造と運動的機能, 計測自動制御学会論文集, 28(6) , 342–348 (2012).
- [新里 12b] 新里高行: タイプ・トークンの相互作用から見た集団現象の創発, 神戸大学大学院理学研究科学学位論文 (2012).