

# ロバストな提携構造形成問題に関する一検討

## A Study for Robust Coalition Structure Generation Problem

沖本天太<sup>\*1\*2</sup> シュウィンニコラ<sup>\*2\*1</sup> 井上克巳<sup>\*2</sup>  
Tenda Okimoto Nicolas Schwind Katsumi Inoue

<sup>\*1</sup>新領域融合研究センター <sup>\*2</sup>国立情報学研究所  
Transdisciplinary Research Integration Center National Institute of Informatics

How to form an effective coalition is a major issue for many applications related to AI and multi-agent systems. Coalition Structure Generation (CSG) involves partitioning a set of agents into coalitions so that social surplus, i.e., the sum of the value of all coalitions is maximized. Robustness (i.e., it does not require to recompute the coalitions of a CSG even if some agents break down) is an expected property of CSG. In this paper, the focus is laid on the Robust Coalition Structure Generation (RCSG) problem. A formal framework is defined and some decision and optimization problems for RCSG are pointed out.

### 1. はじめに

提携構造形成 (Coalition Structure Generation, CSG) 問題 [1, 6, 7, 9] は, マルチエージェントシステムにおける基本的な枠組みの一つであり, 代表的な応用問題に, 分散経路決定問題 [8] やマルチセンサネットワーク [2] などがある. この問題は, あるエージェントの集合を, 社会的余剰 (すべての提携における利得の総和) が最大化されるように, いくつかの提携に分割する問題である. 提携構造形成問題は完全集合分割問題 [10] と等価であり, 一般に, NP-hard 問題として知られている.

提携構造形成問題に関する既存研究は多く存在するが, 提携構造の特性に着目した研究はほとんどない. 例えば, 社会的余剰が最大となるような提携構造を作ったとしても, あるエージェントが事故・病気などの理由で提携から抜けた場合, 新たな提携構造を作り直す必要がでてくる可能性がある. 提携構造の再計算にかかる費用や労力を考えた場合, はじめからこのような事態を想定して提携を作ることはごく自然な考えである.

本論文では, 提携構造のロバスト性に着目し, ロバストな提携構造形成 (Robust Coalition Structure Generation, RCSG) 問題に関するフレームワークを定義する. さらに, RCSG に関する決定問題と最適化問題 (2 目的最適化問題) をそれぞれ与える. ある CSG 及び非負整数  $k$  に関して, 提携構造  $CS$  が  $k$ -robust であるとは,  $CS$  から任意の  $k$  人のエージェントを取り除いても, 既存の提携構造が最適である場合, すなわち,  $k$  人を除いた残りのエージェントで, どのような提携を作っても既存の提携構造の利得が最大のままであるときをいう.

### 2. 提携構造形成問題

提携構造形成 (Coalition Structure Generation, CSG) [1, 6, 7, 9] は,  $A$  をエージェントの集合,  $v: 2^A \rightarrow \mathbb{N}$  を特性関数とし,  $CSG = \langle A, v \rangle$  により定義される. 特性関数  $v$  は多項式時間内に計算されるものとする.  $A$  の部分集合  $S \subseteq A$  を提携と呼び,  $S$  に属するエージェントが協力して行動する際に得る利得は  $v(S)$  により与えられる. また, 以下の条件を満たすような  $A$  の分割を提携構造 (Coalition Structure, CS) と呼ぶ.

$$\forall i, j (i \neq j), S_i \cap S_j = \emptyset, \bigcup_{S_i \in CS} S_i = A. \quad (1)$$

連絡先: 国立情報学研究所, 101-8430 東京都千代田区一ツ橋 2-1-2, {tenda, schwind, inoue}@nii.ac.jp

表 1: ロバストな提携構造形成問題の例.

特性関数	利得	特性関数	利得
$v(\{a_1\})$	5	$v(\{a_1, a_2\})$	9
$v(\{a_2\})$	3	$v(\{a_1, a_3\})$	6
$v(\{a_3\})$	4	$v(\{a_2, a_3\})$	6
$v(\{a_1, \{a_2\}, \{a_3\})$	12	$v(\{a_1, a_2, a_3\})$	15

提携構造形成では, 各エージェントはただ一つの提携にのみ属し, 複数の提携に同時に属することはない. 提携構造  $CS$  の利得は, 各提携の利得の総和  $\sum_{S_i \in CS} v(S_i)$  により与えられ,  $V(CS)$  と記述する. ある  $CS$  が以下の条件を満たすとき,  $CS$  は最適であるといい,  $CS^*$  と記述する.

$$\forall CS: V(CS) \leq V(CS^*). \quad (2)$$

例 1 (提携構造形成). 3 つエージェントからなる提携構造形成  $CSG = \langle \{a_1, a_2, a_3\}, v \rangle$  問題を考える. この問題における特性関数及び, 各提携で得られる利得を表 1 に示す. 3 つのエージェントでは,  $2^3 = 8$  通りの提携が可能であり, この問題における最適な提携構造は  $CS^* = \{a_1, a_2, a_3\}$  (全員で協力) となり, このとき得られる提携構造の利得は  $V(CS) = 15$  となる.

定義 1 (提携構造形成問題).

- **Input:** 提携構造形成  $CSG = \langle A, v \rangle$  問題,
- **Question:** すべての提携における利得の総和が最大となるような提携構造  $CS$  を探せ.

提携構造形成問題は NP-hard 問題として知られている [8].

### 3. ロバストな提携構造形成問題

本章では, ロバストな提携構造形成 (Robust Coalition Structure Generation, RCSG) 問題について述べ, この問題に関する決定問題及び最適化問題をそれぞれ与える.

定義 2 (提携構造のロバスト性). 提携構造形成  $CSG = \langle A, v \rangle$  問題において,  $CS$  をある提携構造,  $k$  を非負整数とする.  $A$  の部分集合  $A' \subseteq A$  及び, すべての  $k \leq |A'|$  ( $0 \leq k \leq |A| - 2$ ) に関して, 以下が成立するような  $A \setminus A'$  における提携構造  $CS'$  が存在しないとき,  $CS$  は  $k$ -robust な提携構造であるという.

$$V(CS \setminus A') < V(CS'). \quad (3)$$

表 2: パレート最適なロバストな提携構造 .

$CS$	$\{\{a_1, a_2\}, \{a_3\}\}$	$\{a_1, a_2, a_3\}$
$V(CS)$	13	15
$k$	1	0

提携構造形成問題及び、任意の提携構造  $CS$  に関して  $CS$  は 0-robust である。また、すべての  $CS$  は  $(|A| - 1)$ -robust であるため、定義 2 では、 $k$  の範囲は  $0 \leq k \leq |A| - 2$  とする。

例 2 (提携構造のロバスト性). 例 1 と同様の問題を用いる。提携構造  $CS = \{\{a_1, a_2\}, \{a_3\}\}$  のロバスト性について考える。

$$V(CS \setminus \{a_1\}) = V(\{a_2\}, \{a_3\}) = 7 > 6 = V(\{a_2, a_3\}),$$

$$V(CS \setminus \{a_2\}) = V(\{a_1\}, \{a_3\}) = 9 > 6 = V(\{a_1, a_3\}),$$

$$V(CS \setminus \{a_3\}) = V(\{a_1, a_2\}) = 9 > 8 = V(\{a_1\}, \{a_2\})$$

であるため、 $CS$  は 1-robust な提携構造である。

提携構造形成問題をロバストな提携構造形成問題へと一般化すると、以下の決定問題が定義される。

定義 3 (ロバストな提携構造形成に関する決定問題).

- **Input:** 提携構造形成  $CSG = \langle A, v \rangle$  問題, 提携構造  $CS$ , 非負整数  $k$ ,
- **Question:**  $CS$  は  $k$ -robust な提携構造か?

次に、ロバストな提携構造形成に関する最適化問題、具体的には、2 目的最適化問題について述べる。

定義 4 (支配). 提携構造形成  $CSG = \langle A, v \rangle$  問題,  $k$ -robust な提携構造  $CS$  及び、 $k'$ -robust な提携構造  $CS'$  に関して、 $k \geq k'$  かつ  $V(CS) > V(CS')$ , または  $k > k'$  かつ  $V(CS) \geq V(CS')$  が成立するとき、 $CS$  は  $CS'$  を支配するという。

定義 5 (パレート最適性). 提携構造形成問題に関して、ある提携構造  $CS$  を支配するような他の提携構造  $CS'$  が存在しないとき、 $CS$  はパレート最適なロバストな提携構造であるという。

定義 6 (ロバストな提携構造形成に関する最適化問題).

- **Input:** 提携構造形成  $CSG = \langle A, v \rangle$  問題, 非負整数  $k$ ,
- **Question:**  $V(CS)$  及び  $k$  が最大となるような提携構造  $CS$  を探せ。

この問題は多目的分散制約最適化問題 [3] を用いて定式可能である。多目的分散制約最適化問題とは、分散制約最適化問題 [4] を多目的へと拡張した問題で、既存研究 [9] より、提携構造形成問題は分散制約最適化問題により表現可能であることが知られている。本研究では、ロバストな提携構造形成問題を多目的分散制約最適化問題として考える。

例 3 (2 目的最適化問題). 例 1 と同様の問題を用いる。この問題のゴールは、提携構造の利得及び  $k$  の値がトレードオフとなるような、すべての提携構造を見つけることである。表 2 にすべてのパレート最適なロバストな提携構造を示す。例 2 より、 $\{\{a_1, a_2\}, \{a_3\}\}$  は 1-robust な提携構造であり、得られる利得は、表 1 より、 $V(\{\{a_1, a_2\}, \{a_3\}\}) = 13$  である。一方、 $\{a_1, a_2, a_3\}$  では、 $V(\{a_1, a_2, a_3\} \setminus \{a_2\}) = V(\{a_1, a_3\}) = 6 > 9 = V(\{a_1\}, \{a_3\})$  となるため、この提携構造は 1-robust ではない。また、すべての提携構造は 0-robust であり、 $V(\{a_1, a_2, a_3\}) = 15$  は最適な提携構造である。したがって、パレート最適なロバストな提携構造は表 2 となる。

## 4. 関連研究

多目的分散制約最適化問題 [3] は、異なる評価基準をもつ複数の目的関数が存在する分散制約最適化問題 [4] である。分散制約最適化問題では、各エージェントは自身の変数を持ち、ある目的関数を最大化するように変数への割当を決定する。多目的分散制約最適化問題では、一般には、複数の異なる目的関数間にトレードオフの関係が存在するため、すべての目的関数を同時に最大化するような割当は存在しない。そこで、この問題では、パレート最適性の概念を用いて最適解を特徴づける。

チーム編成問題は、異なるスキルをもつエージェントの集合の中から、あるタスク集合を満たすようなチームを作る問題である [5]。これに対し、提携構造形成問題は、エージェントの集合を、どのように分割するかという問題である。

## 5. おわりに

提携構造形成問題とは、マルチエージェントシステムにおける基本的な枠組みの一つであり、あるエージェントの集合を、社会的余剰が最大化されるように、いくつかの提携に分割する問題である。本論文では、提携構造のロバスト性に着目し、ロバストな提携構造形成 (RCSG) 問題のフレームワークを定義した。さらに、RCSG に関する決定問題と最適化問題 (2 目的最適化問題) を与えた。決定問題及び最適化問題における計算量の証明は今後の重要な課題の一つである。また、これらの問題を解く効率的なアルゴリズムの開発も今後の課題である。

## 参考文献

- [1] Y. Bachrach, P. Kohli, V. Kolmogorov, and M. Zadimoghaddam. Optimal coalition structure generation in cooperative graph games. In *AAAI*, pages 81–87, 2013.
- [2] V. D. Dang, R. K. Dash, A. Rogers, and N. R. Jennings. Overlapping coalition formation for efficient data fusion in multi-sensor networks. In *AAAI*, pages 635–640, 2006.
- [3] F. D. Fave, R. Stranders, A. Rogers, and N. R. Jennings. Bounded decentralised coordination over multiple objectives. In *AAMAS*, pages 371–378, 2011.
- [4] P. Modi, W. Shen, M. Tambe, and M. Yokoo. Adopt: asynchronous distributed constraint optimization with quality guarantees. *Artificial Intelligence*, 161(1-2):149–180, 2005.
- [5] R. Nair and M. Tambe. Hybrid bdi-pomdp framework for multiagent teaming. *Journal of Artificial Intelligent Research*, 23:367–420, 2005.
- [6] T. Rahwan and N. R. Jennings. Coalition structure generation: Dynamic programming meets anytime optimization. In *AAAI*, pages 156–161, 2008.
- [7] T. Sandholm, K. Larson, M. Andersson, O. Shehory, and F. Tohmé. Coalition structure generation with worst case guarantees. *Artificial Intelligence*, 111(1-2):209–238, 1999.
- [8] T. Sandholm and V. R. Lesser. Coalitions among computationally bounded agents. *Artificial Intelligence*, 94(1-2):99–137, 1997.
- [9] S. Ueda, A. Iwasaki, M. Yokoo, M. Silaghi, K. Hirayama, and T. Matsui. Coalition structure generation based on distributed constraint optimization. In *AAAI*, pages 197–203, 2010.
- [10] D. Y. Yeh. A dynamic programming approach to the complete set partitioning problem. *BIT Computer Science and Numerical Mathematics*, 26(4):467–474, 1986.