

局在興奮を持つ神経回路モデルにおけるスパース性の効果

An effect of sparsity on neural network model with sparse and local excitation

*1 萬田 暁 *1 北園 淳 *2 大森 敏明 *1*3 岡田 真人
Akira Manda Jun Kitazono Toshiaki Omori Masato Okada

*1 東京大学 大学院新領域創成科学研究科 *2 神戸大学 大学院工学研究科
Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo Graduate School of Engineering, Kobe University

*3 独立行政法人理化学研究所 脳科学総合研究センター
RIKEN Brain Science Institute

Associative memory models and models with Mexican-hat type interaction are two major attractor neural network models. In a previous study, we proposed a solvable model that has features of both models. We showed that the proposed model has localized retrieval states, in which a localized part of a stored pattern is retrieved with a hat-shaped profile. In that study, we considered only the case where the firing rate of the stored patterns is 50%. It is known, however, that changes in the firing rate affect the properties of the associative memory models. In this paper we study how changes in the firing rate affect the properties of the proposed model. We perform statistical-mechanical analysis and numerical simulation, and show that the firing rate must be less than or equal to 50% in order for the localized retrieval state to be stable, when more than one pattern is stored.

1. はじめに

メキシカンハット型相互作用を持つ神経回路モデルと連想記憶モデルは、アトラクターネットワークの典型例として広く用いられている。メキシカンハット型相互作用を持つ神経回路モデルは、リングアトラクターネットワークであり、ネットワーク上の局所的な活動である、局在興奮の位置で情報を表現する。連想記憶モデルは、分散アトラクターネットワークであり、複数の記憶パターンを個々のアトラクターとすることで、同時に複数の記憶の保持、想起が可能なモデルである。これら異なる二つのアトラクターネットワークの特徴を同時に表現するモデルとして、Kitazono らが提案したモデルがある [Kitazono 09]。このモデルは、メキシカンハット型のモデルと同様に局在興奮を持ち、その局在興奮内に、連想記憶モデルと同様に、複数の記憶パターンを記憶することが出来る。一方近年の電気生理学実験の結果から、パターン認識を司るとされる側頭葉の下側頭皮質 (IT 野) では、ニューロンが空間的に疎ら、即ちスパースに発火した、局在興奮の存在が示されている [Tamura 05, Sato 09]。これは、IT 野において、Kitazono らのモデルと同様に、局在興奮の場所と局在興奮内の発火パターンで、異なる情報を同時にコードしていることを示唆している。

Kitazono らのモデルでは、記憶パターンの発火率を 50% に限定して解析を行っている。しかし、連想記憶モデルでは発火率の変化とともに、系の性質が著しく変化することが知られている [Okada 96]。そこで本研究では、Kitazono らのモデルを発火率 50% に限定しないモデルに拡張し、統計力学的な解析と、数値シミュレーションを行う。記憶パターンのスパース性を変化させた場合であっても、スパースな局在興奮が安定に存在するパラメータ領域を明らかにし、記憶パターンのスパース性とスパースな局在興奮との関係性を明らかにする。その結果から、本研究のモデルにおいて、局在興奮内に複数の情報を表現する場合、局在興奮内の発火率は 50% 以下に抑えられている必要があることを示す。

連絡先: 岡田真人: okada@k.u-tokyo.ac.jp

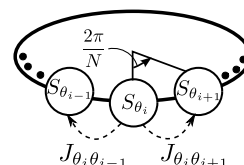


図 1: 提案モデルのネットワーク構造。N 個のスピニング環状に等間隔に配置される。 S_{θ_i} がスピンの状態を表し、 J_{θ_i, θ_j} がスピン間の相互作用を表す。

2. モデルと解析

ニューロンをイジングスピンで表現し、モデルの定式化を行う。本研究では、図 1 のように、N 個のスピニング環状に等間隔に並んだネットワーク構造を持つモデルを議論する。

i 番目のスピンは、リング上の位置 $\theta_i = \frac{2\pi i}{N} - \pi$ に存在するとする。N 個のスピンの状態を $S = (S_{\theta_1}, \dots, S_{\theta_N}) \in \{-1, 1\}^N$ で表す。 $S_{\theta_i} = +1$ は、ニューロンの発火状態に対応し、 $S_{\theta_i} = -1$ は、ニューロンの非発火状態に対応する。本研究で用いるハミルトニアン \mathcal{H} は、

$$\mathcal{H}(S) = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{\theta_i, \theta_j} S_{\theta_i} S_{\theta_j} - h \sum_i S_{\theta_i}, \quad (1)$$

$$J_{\theta_i, \theta_j} = \frac{J_0}{N(1-a^2)} [1 + k \cos(\theta_i - \theta_j)] \sum_{\mu=1}^p (\xi_{\theta_i}^{\mu} - a)(\xi_{\theta_j}^{\mu} - a) - \frac{g}{N} \quad (2)$$

のように定める。式 (1) の第一項がスピン間の相互作用を表し、第二項が外部磁場を表しており、 h は外部磁場の強さを表している。式 (2) は、スピン間の相互作用の強さを表している。式 (2) で定めたスピン間の相互作用 J_{θ_i, θ_j} は、メキシカンハット型相互作用 [Ben-Yishai 95] によって空間的に変調された共分散学習型の相互作用 [Hopfield 82, Okada 96] と反強磁性相互作用で表される。式 (2) 中の J_0 は共分散学習型相互作用の強さ、 k はメキシカンハット型相互作用による変調の強さ、 g は反強磁性相互作用の強さを表す。記憶パターン $\xi^{\mu} = (\xi_{\theta_1}^{\mu}, \dots, \xi_{\theta_N}^{\mu})$ は、 ± 1 を要素に持つ N 次元のベクトルであり、 $\text{Prob}[\xi_{\theta_i}^{\mu} = \pm 1] = (1 \pm a)/2$ の確率で生成する。ここ

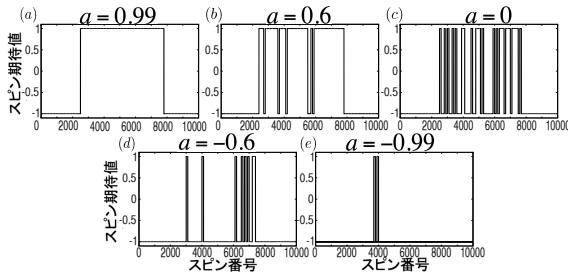


図 2: LR 状態におけるネットワークのシミュレーション結果。縦軸はスピンの期待値、横軸はスピン番号である。

で a は、記憶パターンのスパース性を表すパラメータであり、 $-1 < a < 1$ の値を持つ。本研究では、この a の値がスパースな局在興奮に与える影響について議論する。次に、統計力学的な解析について述べる。系の巨視的な状態を表すオーダーパラメータを、 $m(S) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_{\theta_i}$, $m_0^\mu(S) = \frac{1}{N(1-a^2)} \sum_{i=1}^N (\xi_{\theta_i}^\mu - a)S_{\theta_i}$, $m_c^\mu(S) = \frac{1}{N(1-a^2)} \sum_{i=1}^N (\xi_{\theta_i}^\mu - a)S_{\theta_i} \cos \theta_i$, $m_s^\mu(S) = \frac{1}{N(1-a^2)} \sum_{i=1}^N (\xi_{\theta_i}^\mu - a)S_{\theta_i} \sin \theta_i$ と定義する。ここで、 m は磁化、 m_0^μ は記憶パターンと想起パターンのオーバーラップ、 m_c^μ と m_s^μ は $\{S_{\theta_i} \eta_{\theta_i}^\mu\}_{i=1}^N$ をフーリエ級数展開した時の 1 次の係数である。 m_1^μ を、 $m_1^\mu(S) = \sqrt{(m_c^\mu(S))^2 + (m_s^\mu(S))^2}$ のように定義すると、 m_1^μ は基本振動成分の大きさを表す。統計力学的な解析を用いて鞍点方程式を導出し、系の定常状態を議論する。

3. 結果

記憶パターンを想起している状態の一つである、LR(Localized-Retrieval) 状態について、スパース性との関係について述べる。議論の簡単のため、一つの記憶パターンが想起されている状況を議論する。パラメータは、 $(\beta, J_0, k) = (10^4, 1, 1.5)$ に固定する。

$-1 < a < 1$ における、LR 状態のシミュレーションの結果を図 2 に示す。LR 状態は、リング上の局在した一部で記憶パターンが想起されている状態である。オーダーパラメータの値は、 $[m_0^\mu > 0, m_1^\mu > 0, m_0^\nu = m_1^\nu = 0 (\nu \neq \mu)]$ である。図 2 の縦軸はスピンの期待値、横軸はリング上のスピンの位置を表す。スピン数 N は、 $N = 10^4$ とし、スピンの状態の更新は同期的に行う。図 2 から、記憶パターンのスパース性 a が、 $a \rightarrow -1$ のスパース極限と、 $a \rightarrow +1$ のデンス極限の双方で、LR 状態が実現されていることがわかる。

次に、 $p = 2$ において、記憶パターンのスパース性 a を変化させて LR 状態の安定性を解析した。始めに理論解析から得られる結果を示し、次に数値シミュレーションの結果について述べる。図 3 の縦軸は、各オーダーパラメータ m, m_0, m_1 の値を示し、横軸は記憶パターンのスパース性 a を示す。解析計算による結果のうち、安定なパラメータ領域を実線で、不安定な領域を点線で示す。図 3 より、記憶パターンのスパース性 a が $a \leq 0$ の領域において、LR 状態が安定であることが分かる。これは、複数の記憶パターンをネットワークに記録したとき、記憶パターンの発火率が 50% 以下の場合にのみ、LR 状態が安定であることを意味する。数値シミュレーションは $N = 10^4, p = 2$ で 30 回行った。図 3 で、LR 状態のシミュレーション結果を、標準偏差を付けて \times で示す。シミュレーションの結果は、解析結果と一致する。 $a \leq 0$ の領域において、LR 状態が安定であることがわかる。また $a = 0$ 付近を境に、LR 状態から、別の状態へと遷移していることがわかる。

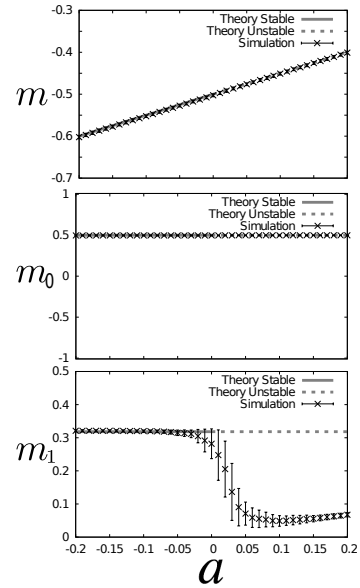


図 3: 複数の記憶パターンを記録した場合の、スパース性 a と LR 状態の安定性の関係。 $a = 0$ を境に LR 状態は $a > 0$ で不安定となっていることが分かる。

4. 結論

メキシカンハット型のモデルと連想記憶モデルは、代表的なアトラクターネットワークである。これら異なる二つのアトラクターネットワークの特徴を同時に有するモデルについて、様々な記憶パターンのスパース性での、統計力学的な解析と、シミュレーションを行った。シミュレーションの結果から、提案モデルでは、様々な記憶パターンのスパース性において、スパースな局在興奮に対応する状態である LR 状態が実現されることを示した。複数の記憶パターンを記録している場合、スパース性 a が負の領域では、LR 状態が安定に存在し、正の領域では LR 状態が不安定となる。以上から、記憶パターンをネットワークに複数記録し、局在興奮内に複数の情報をコードするためには、局在興奮内の発火率を 50% 以下に抑える必要があることを示している。この結果は、パターン認識を司るとされる IT 野において、複数の情報を同時にコードするには、局在興奮内のニューロンの発火率を低くする必要があることを示唆している。

参考文献

[Ben-Yishai 95] R. Ben-Yishai, R. L. Bar-Or, and H. Sompolinsky, "Theory of Orientation Tuning in Visual Cortex", Proc. Natl. Acad. Sci. USA, vol.92, no.9, pp.3844–3848, (1995).
 [Hopfield 82] J. Hopfield, "Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities", Proc. Natl. Acad. Sci. USA, vol.79, no.8, pp.2554–2558, (1982).
 [Kitazono 09] J. Kitazono, T. Omori, and M. Okada, "Neural Network Model with Discrete and Continuous Information Representation", J. Phys. Soc. Jpn, vol.78, no.11, pp.114801-1–114801-7, (2009).
 [Okada 96] M. Okada, "Notions of Associative Memory and Sparse Coding", Neural Networks, vol. 9, no. 8, pp. 1429–1458, (1996).
 [Sato 09] T. Sato, G. Uchida, and M. Tanifuji, "Cortical Columnar Organization is Reconsidered in Inferior Temporal Cortex", Cereb. cortex, vol.19, pp.1870–1888, (2009).
 [Tamura 05] H. Tamura, H. Kaneko, and I. Fujita, "Quantitative Analysis of Functional Clustering of Neurons in the Macaque Inferior Temporal Cortex", Neurosci. Res., vol.52, pp.311–322, (2005).