

留保価格を考慮した大規模複数ユニット組合せオークションの 高速近似に関する一考察

A Preliminary Analysis on Approximation Approaches
for Large-scale Multi-unit Combinatorial Auctions with Reserve-price Biddings

福田 直樹*¹

Naoki FUKUTA

*¹静岡大学大学院情報学研究科

Graduate School of Informatics, Shizuoka University

1. はじめに

ダブルオークションを仮定しない単純な単方向オークションでは、その暗黙的な仮定として、売り手にとって1つ1つの財はその場で売れなければ価値がゼロであり、たとえその売値がタダ同然であっても売った方が合理的である、という前提がある。一方で、燃料を用いた電力の発電などのような状況では、財である電力の生産には一定のコストがかかり、必ずしもこの前提を満足しない。このような場合に財の売値の最低価格を保証するような仕組みとして、留保価格 (reserve price) がある [Cramton 06]。

留保価格のオークションにおける考慮方法として、既存の組合せオークションの仕組みをそのまま使い、単に留保価格を入札として表現する方法がある。この場合、課題の1つとなるのは留保価格による総入札数の増加である。これは、主に勝者決定問題や、それを用いた価格付け問題の計算複雑性に影響する。

組合せオークションでは、その勝者決定や価格付けにおいて、厳密な計算を行おうとすると、極めて多くの計算を必要とすることが課題の1つとしてこれまでに指摘されてきた [Cramton 06]。この課題を解決するために、これまでに並列探索に基づく手法 [Fukuta 06] を提案してきており、その性能や性質に関する解析 ([Fukuta 09][Fukuta 07][Fukuta 10]) によって、その性能は、商用の高速な線形プログラミング (LP) ソルバーを大きく上回る場面もあることが示されている。

文献 [Fukuta 11] で最初に示したアルゴリズムでは、複数ユニット組合せオークションの近似に拡張することを可能としており、条件によっては良好な解の近似性能を持つことが報告されている [Fukuta 13a]。これらの手法を拡張して、留保価格を考慮した複数ユニット組合せオークションを、勝者決定と価格決定まで含めて高速に近似計算できないか、という点が、本研究の1つのねらいである。

本研究では、複数ユニット組合せオークションの近似解法における、財に対する留保価格の考慮について述べ、その留保価格の指定が可能な複数ユニット組合せオークションを高速に近似計算するための手法について、その検討の過程を述べる。

2. 準備

2.1 複数ユニット組合せオークション

文献 [Cramton 06] によれば、組合せオークションの勝者決定問題は次のように定義される: 入札者を $N = \{1, \dots, n\}$,

連絡先: 福田直樹, 静岡大学大学院情報学研究科, 432-8011 浜松市中区城北 3-5-1, fukuta (at) cs.inf.shizuoka.ac.jp

入札対象となる財の集合 $M = \{1, \dots, m\}$ (入札対象となる財の総数 $|M| = m$) とする。また、財のバンドル S は財の部分集合 $S \subseteq M$ とする。このとき、ある入札者 i における財のバンドル S に対する入札価格を $v_i(S)$ と表現する。財の割り当てでは、変数 $x_i(S) \in \{0, 1\}$ で表現し、 $x_i(S) = 1$ のときに、バンドル S を入札者 i が落札したことを示す。ここで、財の割り当て $x_i(S)$ が妥当 (feasible) であるとは、どの1つの財も高々1つの落札者に対して落札される状態、すなわち、

$$\forall j \in M \sum_{i \in N} \sum_{S \subseteq M} x_i(S) \leq 1$$

が成り立つことをいう。

勝者決定問題とは、妥当 (feasible) な財の割り当てから勝者の入札額の合計が最大となるような $X \ni x_i(S)$ を見つけ出すこと、すなわち

$$\max_X \sum_{i \in N} \sum_{S \subseteq M} v_i(S) x_i(S)$$

を求めることである。

ここで、いくつかの財が、互いに同一視でき相互に交換可能 (indistinguishable) である場合を考える。この条件を満たす場合を、複数ユニット組合せオークションと呼ぶ。複数ユニット組合せオークションは、本質的には、単一ユニット組合せオークションで、特定の財同士を同一視し、それらを入れ替え可能とするような財バンドルへの入札を行っているものと等しい。

入札の表現に OR 表現 [Leyton-Brown 00] を用いた場合、複数ユニット組合せオークション問題は、単純な単一ユニット組合せオークション問題に帰着できる。

例: 今ここに、5つの財 a, b, c, d, および e があり、このうち、a, b, および c は同じ種類の (indistinguishable な) 財であるとする。財 a を財バンドルに含むあらゆる複数ユニット組合せオークション入札は、財 a を財 b あるいは c に置き換えた財バンドルによる入札を含めて、3つの単一ユニット組合せオークション入札に分解できる。これらに対して、落札の排他性を表現するには、ダミー財 x を用いる。たとえば、今ここに、財バンドル $\{a, b\}$ に対して価格として4をつけた入札 $\langle 4, \{a, d\} \rangle$ があるとすると、この入札は、OR 入札表現を用いた単一ユニット組合せオークション問題における3つの入札 $\langle 4, \{a, d, x\} \rangle$, $\langle 4, \{b, d, x\} \rangle$, および $\langle 4, \{c, d, x\} \rangle$ により表現できる。ただし、ダミー財 x は他のダミー財とは同じ種類とみなされないものとする。

この方法による複数ユニット組合せオークション問題の単一ユニット組合せオークション問題への展開は、容易に入札数の

爆発を引き起こす。たとえば、ある3つの種類 t, u, v の財がオークションにかけられており、それぞれの種類の財について出品数が 50, 100 および 200 であったとする。ここで、財バンドルに t, u, v の種類の財を1つずつ含むような入札を考えると、これは $50 \cdot 100 \cdot 200 = 1,000,000$ もの単一ユニット組合せオークション問題での OR 表現による入札に展開されることになる。財の種類や各種類ごとのオークションへの出品数が大きくなった場合、それを単一ユニット組合せオークション問題に展開した場合には、それに対して現実的な時間内で勝者決定を行うことは、近似的なアルゴリズムを用いた場合であっても困難である。

この課題に対し、複数ユニット組合せオークション問題を効率的に扱う手法として、これまでに文献 [Fukuta 11] で提案したものなどはその性質の多くを複数ユニット組合せオークションの近似に直接拡張することを可能としており、条件によっては良好な解の近似性能を持つことが報告されている [Fukuta 13a]。

2.2 Lehmann らの近似的割当てに基づく手法

Lehmann らが提案した欲張り (greedy) アルゴリズム [Lehmann 02] に基づくオークションメカニズムは、組合せオークションにおける勝者決定問題に対する、非常に簡潔で強力な線形アルゴリズムを持つ。Lehmann らの欲張りアルゴリズムは、次のように記述される。(1) 入札のリスト L は、ある指標に基づいて順序づけされる。文献 [Lehmann 02] では、この L の順序づけには、財1つあたりの入札価格が用いられる。より一般的には、ある数 $c \geq 0$ に対して、 $a/|s|^c$ で定義される重み値に基づいて順序づけされる。(2) 欲張りアルゴリズムに基づいて、財の割り当てが決定される。ここで、入札のリスト L は、先の式に基づいて順序づけされる。本アルゴリズムでは、この入札のリストを上位から順に見て、その入札の持つ財バンドルすべてが未割り当てのものを、順に勝者として財に割り当てていく。

文献 [Lehmann 02] で Lehmann らは、単一ユニット組合せオークションでは、 $c = 1/2$ が、最悪時の割り当ての下限を保証することを考えた場合の、最適値であるとしている。また、Lehmann らは、彼らが文献 [Lehmann 02] で提案した価格付け手法を用いた場合に、単一バンドル選好を仮定すれば、そのオークションが真実申告最良になることを示している。これらが複数ユニット組合せオークションにそのまま適用できるかどうかは文献 [Lehmann 02] には直接的には示されていない。

この価格付け手法の概要を次にまとめる。ここで、 $S \cap S' = \phi$ ではない財バンドル $S, S' \in M$ に対する2つの入札 $x_i(S), x_j(S')$, $i, j \in N$ について、 $x_i(S) = 1$ かつ $x_j(S') = 0$ であり、入札に対する評価関数 vl について $vl(v_i(S), |S|) \geq vl(v_j(S'), |S'|)$ であるもので最大の vl の値を取るものを j とすると、その落札額は関数 $pl(v_j(S'), |S'|, |S|)$ で与えられる。直感的な表現をすれば、ある勝者入札が勝者でありつづけられるギリギリの入札額をもって、その勝者の落札額とする、ということになる。これは、落札額がクリティカル値 (critical value) 条件を満たすという形で、文献 [Lehmann 02] では示される。

2.3 勝者近似と価格付け

文献 [Fukuta 06], [Fukuta 09], および [Fukuta 10] 等で、Lehmann のアルゴリズム [Lehmann 02] によって得られた結果を並列山登り法に基づくアプローチで拡張することで、シミュレーテッドアニーリング法 (SA) に基づくアプローチ [Fukuta 06], SAT ソルバの応用に基づくアプローチ [Hoos 00],

線形計画法 (LP) の近似に基づくヒューリスティックなアプローチ [Zurel 01], および 商用の LP ソルバーに対して、多数の入札がある環境下において、一定の性能面での優位性を持つことが示されている。

組合せオークションのメカニズムでは、決定された勝者に対して適切な価格付け (pricing) がなされることが重要である。VCG (Vickrey-Clarke-Groves) メカニズムでは、勝者となった入札に対して、次のように価格が決定される [Cramton 06]。勝者となった入札者 n に対する支払い価格 p_n は、

$$p_n = \alpha_n - \sum_{i \neq n, S \subseteq M} v_i(S) x_i(S)$$

によって計算される。ここで、右辺の右側の項は、勝者となった入札者 n を除いた他の勝者の入札価格の合計である。また、右辺の α_n は、妥当な財の割り当て $X \ni x_i(S)$ に対して、

$$\alpha_n = \max \sum_{i \neq n, S \subseteq M} v_i(S) x_i(S)$$

と定義される。すなわち、これは勝者となった入札者 n が参加しなかったものとして改めて勝者決定を行った場合の勝者の入札価格の総和である。

文献 [Nisan 00] では、VCG の価格付けを用いた場合、必ず最適勝者を求める必要があると指摘している。Lehmann らは、VCG メカニズムでの価格付けを彼らの近似勝者決定方法を用いた場合、単一バンドル選好の入札者を仮定しても真実申告最良とはならないことを示している [Lehmann 02]。

ここで起きる主な問題は、勝者が支払うべき価格が、勝者が入札した価格よりも高くなってしまいう現象から生じる。勝者決定方法が近似である場合、勝者となった入札者を除いて改めて勝者決定を行った場合の勝者の総入札価格が、むしろ高くなってしまふ場合がある。つまり、 $\alpha_n > \sum_{i \in N} v_i(S) x_i(S)$ となる場合である。その場合、VCG による価格付けは、その勝者の入札価格よりも高いものになってしまうため、勝者は落札したことによって効用が負となってしまい (つまり個人合理性を明らかに満たさず)、勝者に対して真実の評価値より低い価格を申告することで落札されないようにしたいと思う誘因を与えてしまう。

Lehmann らの手法では、greedy な割り当てに特化した勝者価格決定方法を導入することで、この問題を回避している [Lehmann 02]。しかしながら、Lehmann らの勝者決定方法は、逐次更新に基づくアプローチなどの、他の勝者近似手法にはそのままでは適用できない。また、このオークションが真実申告最良性を満たすのは、入札者に対して単一バンドル選好を仮定したときのみである [Lehmann 02] のに対し、ダミー財を用いた XOR 入札を用いてしまうと、1つの入札者が複数の財バンドルに対する入札を持つことになるため、この単一バンドル選好の条件が満たされなくなる。この点についての議論は、文献 [Lehmann 02] では述べられていない。

より厳密に議論を行うことを考えると、真実申告最良性を満たすためには、最適勝者を求め、VCG による価格付けが行われるだけでは十分ではない。たとえば、扱う問題が「オンラインオークション問題」である場合、すなわち、オークションへの参加や離脱が自由であり、そのオークションがその場面ごとに勝者を決定していかなければならない場合には、これらの条件が満たされた場合であっても真実申告最良性が満たされないことが、示されている [Hajiaghayi 04]。

2.4 留保価格と勝者決定近似による価格決定

単純な組合せオークションでは、入札は、そこで買うことのできる財に対する買い手によって行われる。一方で、電力市場などでは、電力を売る側が、それを売るために入札を行いたい場合もある。このような、売り手と買い手の双方が入札を行う場合を「ダブルオークション」と呼び、これは組合せオークションに拡張できる [Xia 05]。組合せダブルオークションを資源割当てに適用するための検討としては、たとえば、Wangらの、信頼に関する拡張を行った適用事例 [Wang 10] などがあ

る。一方で、ダブルオークションではない単方向のオークションであっても、ある財に対する最低落札価格に相当する金額を売り手自身が入札してしまうことは可能であり、この最低落札価格を「留保価格 (reserve price)」と呼ぶ。留保価格入札を含む組合せオークションは、一見するとダブルオークションのようにも見えるが、たとえば、財を売る場合の組合せを規定したり、落札された財に対する支払価格を売り手へ分配したりする仕組みが必ずしも用意されない点で異なる。

留保価格入札を含む組合せオークションを近似的に解く場合、財の組合せが、その財それぞれの留保価格の合計よりも低い金額が支払い価格とされてしまう場合がある。たとえば、Lehmannの組合せオークション近似 [Lehmann 02] について、各入札に対して計算される重み値 $a_i/|S|^c$ の計算に $c = 1$ が用いられる場合、すなわち、重み値に財 1 つあたりの平均価格が用いられる場合で、留保価格入札が単一財に対する入札のみから構成される場合であれば、ある入札 $x_i(S)$ に対する落札額は、最も高い留保価格を取る財 $s' \in S$ の留保価格に、入札対象となっている財の総数 $|S|$ を乗じたものとなるため、この入札 $x_i(S)$ に対する支払い価格は、財バンドル S に対する留保価格の合計よりも高くなるのが保証される。一方で、たとえば、 $c = 0$ のとき、すなわち入札価格そのものが各入札に対する重み値として用いられるような場合には、たとえば仮に $S = \{s_1, s_2\}$ であり、それぞれの留保価格が同じ $p_r > 1$ であり、入札 $x_i(S)$ への入札価格 $v_i = p_r + 1$ である場合で、ほかに入札がない場合、その支払い価格は $p_r + 1 < 2 \cdot p_r$ となることから、留保価格の合計である $2 \cdot p_r$ よりも低い価格になってしまう。このような現象は、 $c = 0$ でなくとも、 $c < 1$ の条件下であれば起きる可能性がある。

3. 留保価格を考慮した高速近似手法について

前節における議論をふまえ、留保価格に関する入札は、まずは簡単のために、財の組合せではなく、財 1 ユニットごとに行うことを考える。たとえば、ある財 ID n で表される時間帯の電力 1 単位あたりの価格を p とする場合には、留保価格を示す入札を、財 ID n の最大供給量 g_n だけ入札する。

この場合の課題としては、オークションに対する入札数が、財 ID ごとにその財に対する最大供給量 (= ユニット数) g_n だけ入札が行われることになるため、扱う入札数が多くなってしまふ点があげられる。これを減らすためには、たとえば、ある財 ID の最大供給量を m とすると、 $m > 2^l$ となるような l 個のユニットに対する入札の組合せで留保価格を入札するというのが考えられる。この方法は、留保価格を示す入札の総数を減らすことができる一方で、勝者決定・価格決定アルゴリズムが近似的に行われる場合には、必ずしも留保価格が正しく反映できない可能性がある。

たとえば文献 [Fukuta 13a] で提案される価格付け手法を用いる場合、価格決定のために行われる勝者近似の際には、特定

のすでに勝者となったいくつかの入札を除いた状態で、それらに落札されずに残った財に対する勝者近似割当てを行う。このとき、すでに勝者として除かれる入札に留保価格を示す入札が含まれてしまう場合には、留保価格以下となるため落札されない財の総ユニット数に対する留保価格入札の割当て問題が 2 つの小問題に分割されてしまうため、その 2 つの小問題にまたがって 1 つの留保価格入札を用いる割当てができなくなることから、留保価格入札が価格付けに反映されなくなってしまう。

単一ユニット入札による留保価格の表現を行った場合、文献 [Fukuta 13a] における価格付け手法では、留保価格入札に対して価格決定手続きを適用する必要がない。これは、留保価格入札が勝者となっている場合には、それに対する価格決定手続きの適用が単一財に対する入札問題における勝者決定問題と同値となることから、この価格決定手続きにより留保価格入札が勝者から除外されることがないからである。

次に、単一ユニット入札を複数用いて、複数ユニットオークション問題における留保価格の表現を行う場合について考える。複数ユニットオークション問題における留保価格の設定では、たとえば、発電コストの異なる発電所からの電力を扱う場合のように、異なる留保価格を持つ財が、同一種類の財として、1 つの複数ユニットオークション問題で入札対象として扱われる場合がある。このような場合における落札と留保価格に基づく価格決定の例を、図 1 に示す。

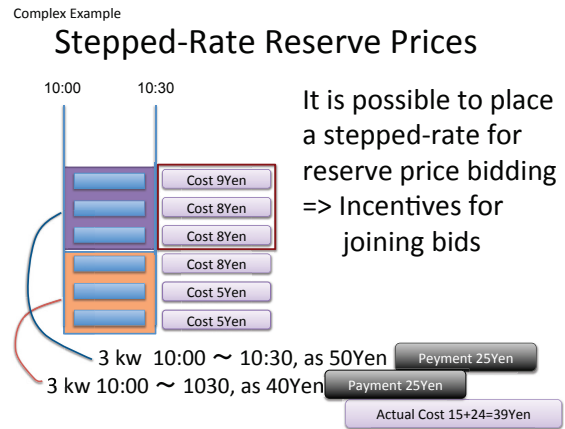


図 1: 複数ユニットオークション問題における留保価格による価格決定の例

図 1 では、同一視できる 6 つのユニットの財に対する入札として、3 ユニットごとにそれぞれ 50 Yen と 40 Yen の入札がある。ここで、留保価格としては、9 Yen のものが 1 つ、8 Yen のものが 8 つ、5 Yen のものが 2 つという 3 段階の価格設定がされているとする。

これ以外に入札がないとき、文献 [Fukuta 13a] における価格決定手法に基づく、図 1 における 2 つの入札に対するそれぞれの支払い価格は、いずれも $9 + 8 + 8 = 25$ Yen となる。ここで、6 ユニット全体に対する留保価格の合計は 39 Yen であることから、実際の支払額の合計は留保価格よりも高額となっている。一方で、この 2 つの入札について、入札価格には 50 Yen と 40 Yen という差があるが、支払い価格には差がついていない。このことは、留保価格のみから価格が決定される場合には、勝者となった入札はその入札対象ユニット数が同一であれば同一支払い価格となることを意味しており、入札価格を過少に申告する利点がない。

ここで、もし仮に、3 ユニット分に対する入札を単一の複数ユニット入札から3つの単一ユニット入札に分割した場合、文献 [Fukuta 13a] における価格決定手法に基づく、それぞれの支払額は9Yen となることから、この3ユニット分の落札に対する総支払額は27Yen となる。このように、単一種類の複数ユニットオークションに限定すれば、この価格決定方法は、架空名義入札に頑健とするために必要な性質の1つである、複数ユニット入札を単一ユニット入札に分割して入札することの利点がないという性質 [Todo 09] を持つと考えられる。

本手法のスマートグリッドへの適用については、これまでに検討を進めてきている [Fukuta 13c][Fukuta 13b]。たとえば、文献 [Fukuta 13c] における事業所数 1000, 1 時間単位、総入札数 518,024(うち留保価格入札 3,000) のシナリオについては、本手法に基づいた勝者決定および価格付けを含めた計算が、305.2 秒(うちデータ読み込みに 2.6 秒)で完了することを確認している。本手法の持つ前述のような性質に対する詳細な検討、およびその計算速度性能についての詳細な解析は、今後の課題である。

謝辞

本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費補助金 若手 (B) 22700142 の支援による。

参考文献

- [Cramton 06] Cramton, P., Shoham, Y., and Steinberg, R.: *Combinatorial Auctions*, The MIT Press (2006)
- [Fukuta 06] Fukuta, N. and Ito, T.: Towards Better Approximation of Winner Determination for Combinatorial Auctions with Large Number of Bids, in *Proc. of The 2006 WIC/IEEE/ACM International Conference on Intelligent Agent Technology(IAT2006)*, pp. 618–621 (2006)
- [Fukuta 07] Fukuta, N. and Ito, T.: Periodical Resource Allocation Using Approximated Combinatorial Auctions, in *Proc. of The 2007 WIC/IEEE/ACM International Conference on Intelligent Agent Technology(IAT2007)*, pp. 434–441 (2007)
- [Fukuta 09] Fukuta, N. and Ito, T.: Fine-grained Efficient Resource Allocation Using Approximated Combinatorial Auctions—A Parallel Greedy Winner Approximation for Large-scale Problems, *Web Intelligence and Agent Systems: An International Journal*, Vol. 7, No. 1, pp. 43–63 (2009)
- [Fukuta 10] Fukuta, N. and Ito, T.: An Experimental Analysis of Biased Parallel Greedy Approximation for Combinatorial Auctions, *International Journal of Intelligent Information and Database Systems*, Vol. 4, No. 5, pp. 487–508 (2010)
- [Fukuta 11] Fukuta, N.: Toward a VCG-like Approximate Mechanism for Large-scale Multi-unit Combinatorial Auctions, in *Proc. IEEE/ACM/WIC International Conference on Intelligent Agent Technology(IAT2011)*, pp. 317–322 (2011)
- [Fukuta 13a] Fukuta, N.: An Approach to VCG-like Approximate Allocation and Pricing for Large-scale Multi-unit Combinatorial Auctions, *Journal of Information Processing*, Vol. 21, No. 1, pp. 9–15 (2013)
- [Fukuta 13b] Fukuta, N.: A Market-based Agent-mediated Resource Control Framework for Middle-scale Smart Grids, in *Proc. The 2013 IEEE/WIC/ACM International Conference on Web intelligence/Intelligent Agent Technology (WI-IAT2013)* (2013), (poster)
- [Fukuta 13c] Fukuta, N.: A Preliminary Implementation on Pricing Mechanisms for Electric Resource Control Markets, in *Proc. The 3rd International Workshop on Knowledge and Service Technology for Life, Environment, and Sustainability (KASTLES2013)*, pp. 338–342 (2013)
- [Hajiaghayi 04] Hajiaghayi, M. T., Kleinberg, R., and Parkes, D. C.: Adaptive limited-supply online auctions, in *Proc. 5th ACM Conference on Electronic Commerce (EC'04)*, pp. 71–80 (2004)
- [Hoos 00] Hoos, H. H. and Boutilier, C.: Solving Combinatorial Auctions using Stochastic Local Search, in *Proc. of the Proc. of 17th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI2000)*, pp. 22–29 (2000)
- [Lehmann 02] Lehmann, D., O'Callaghan, L. I., and Shoham, Y.: Truth revelation in rapid, approximately efficient combinatorial auctions, *Journal of the ACM*, Vol. 49, pp. 577–602 (2002)
- [Leyton-Brown 00] Leyton-Brown, K., Pearson, M., and Shoham, Y.: Towards a Universal Test Suite for Combinatorial Auction Algorithms, in *Proc. of ACM Conference on Electronic Commerce (EC2000)*, pp. 66–76 (2000)
- [Nisan 00] Nisan, N. and Ronen, A.: Computationally feasible VCG mechanisms, in *Proc. of ACM Conference on Electronic Commerce*, pp. 242–252 (2000)
- [Todo 09] Todo, T., Iwasaki, A., Yokoo, M., and Sakurai, Y.: Characterizing False-name-proof Allocation Rules in Combinatorial Auctions, in *Proc. 8th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS2009)* (2009)
- [Wang 10] Wang, K., Li, L., Hausheer, D., Liu, S., Li, W., Shi, D., He, G., and Stiller, B.: A trust-incentive-based combinatorial double auction algorithm, in *Proc. of IEEE Network Operations and Management Symposium (NOMS2010)*, pp. 209–215 (2010)
- [Xia 05] Xia, M., Stallaert, J., and Winston, A. B.: Solving the combinatorial double auction problem, *European Journal of Operational Research*, Vol. 164, pp. 239–251 (2005)
- [Zurel 01] Zurel, E. and Nisan, N.: An efficient approximate allocation algorithm for combinatorial auctions, in *Proc. of the Third ACM Conference on Electronic Commerce (EC2001)*, pp. 125–136 (2001)