

算数文章題を対象とした数量関係的統合過程の外化支援のための

構造診断機能の設計・開発

Diagnosis Function of Arithmetic Triangle Block as Externalization of Integration Process of Numerical Relation in Solving Arithmetic Word Problems

小田拳太^{*1}
Kenta Oda竹内俊貴^{*1}
Toshiki Takeuchi山元翔^{*1}
Sho Yamamoto林雄介^{*1}
Yusuke Hayashi平嶋宗^{*1}
Tsukasa Hirashima^{*1} 広島大学大学院工学研究科
Graduate School of Engineering Hiroshima University

Arithmetic Triangle Block is an explicit model of integration of numerical relation in problem understanding process in solving arithmetic word problems. We have already developed a support system of externalization of the integration process with Arithmetic Triangle Block model. In experimental use of the system by pupils in an elementary school, three typical structures appeared. Because effective support of the externalization depends on the type of structure, diagnosis function is necessary in the system. We have also designed and developed the diagnosis function. Experimental evaluation of the function is reported in this paper.

1. はじめに

一般に、算数文章題の問題解決は変換過程・統合過程・プラン化過程・実行過程の四つの過程を経て行われるとされている[多鹿 95][Hegarty 92]. 変換過程は問題文中の文章一文毎の意味を理解する過程、統合過程は変換過程で得られた様々な事柄を一つの意味のあるまとまりに統合する過程、プラン化過程は統合過程で得られた問題表象から解を求めるための式を立てる過程、実行過程はプラン化過程で得られた式に実際に値を当てはめ、解を導く過程となっている。それらの中で統合過程が最も躓きやすく、難しいとされている[坂本 93]. また、統合過程は学習者の頭の中で行われる過程であるため、その支援は簡単ではなかった。従来の算数文章題の研究において、統合過程は問題文中に現れる概念同士を関係づけ、一つのまとまった表現を作り上げる過程とされてきたが、このような表現では言語的な意味を捉えることができても、数量関係的な意味までは捉えることはできないため、算数文章題の理解の表現としては不十分であったと言える。

筆者らは、統合過程は問題文中の言語的な意味を一つの表象として統合すること(言語的統合)だけでなく、概念同士の数量関係をも統合すること(数量関係的統合)を含むものであると考え、そのモデルとしての算数三角ブロックを提案している。さらに、そのモデルに基づき、その算数三角ブロックを可視化・操作可能化したシステムとして算数三角ブロックシステムを開発している[竹内 13].

これまでの成果として小学生のシステム利用結果から、算数三角ブロックを用いた数量関係的統合の外化表現には物語形・求答形・積和標準形の三つの特徴的な構造が存在することがわかっている。しかしながら、現システムの診断機能は正誤の判定と誤った解答に対して間違い箇所及びその種類の指摘を行うのみで、特徴的な構造に基づいた診断ができておらず、診断機能としては不十分であると考えられる。そこで本研究では、

三つの特徴的な構造に基づいた自動診断機能の設計・開発を行い、実践を通して診断機能を検証する。

2. 数量関係的統合を支援する外化モデル

2.1 算数三角ブロック

数量関係的統合過程では、問題文中の概念間の関係を数量関係として捉えている。この過程における表現を可視化可能にするための枠組みとして、言葉の式表現[中川 10]を用いた単一の二項演算を最小の単位とする三つ組構造(以下、三角ブロックと呼ぶ)が提案された[竹内 13].

単一の三角ブロックは+、-、×、÷のいずれかの演算子を持ち、その演算子によって任意の三つの概念間の数量関係を表現する。また三角ブロックは言葉の式表現に対応しており、図1のように要素A、要素B、結果という三つの概念を三角ブロックに組み合わせた場合、

$$[\text{要素A}] [\text{演算子}] [\text{要素B}] = [\text{結果}]$$

という言葉の式に変換できる。

さらに、複数の三角ブロックを用いることで、複雑な演算を階層的に表現することができる(三つの要素で構成される三角ブロックを特に示す場合は単位三角ブロックと呼ぶ)。図2がその一例であり、言葉の式表現に変換すると以下ようになる。

$$[\text{要素A}] [\text{演算子1}] [\text{要素B}] = [\text{結果1}]$$

$$[\text{結果1}] [\text{演算子2}] [\text{要素C}] = [\text{結果2}]$$

また、図2の「結果1」のように二項演算の結果として問題文中には現れない未知の概念が導かれることがある。数量関係的統合を行う上でこの未知の概念が文章題を解く上で重要な要素であり、この未知の概念を中間概念と呼ぶ。

2.2 三つの特徴的な構造形式

算数三角ブロックを用いた数量関係的統合過程における外化表現には特徴的な構造が三つ存在すると考えられる。その三つの特徴的な構造とは、(i)物語形(ii)求答形(iii)積和標準形である。図3に算数文章題の例題を、図4、図5、図6に各構造の例を示す。

物語形とは、問題文の文章の流れに沿って表現された形式であり、問題文を読み進めていく段階で出現する数量関係から順に三角ブロックを組み立てた構造となる。また、物語形は「増加した、減少した」などの文表現に関して、「増加した」という表現からは「足し算」、「減少した」という表現からは「引き算」といった言語的な意味に沿って三角ブロックを組み立てる。さらに、物語形は前述のような考え方で教授者が作成するため、外化表現としては一意に決まる。

求答形とは、解を求めるための計算順序に沿って表現された形式であり、作り上げた階層構造の一番上の頂点に解となる概念が存在し、その頂点に対して関係のある概念を順に組み上げた構造となり、完成した構造はプラン化過程も表現しているといえる。

積和標準形とは、+と×の演算子だけを用いて表現された形式であり、問題文の文章構成によって表現が異なる物語形や求める解によって構造が変わる求答形と違って、出現する概念が同じなら一意に決まりうる構造であるため、表現として扱いやすく、問題の難易度に合わせた比較が行いやすい。また、算数の教育においても和と積だけで表現するという考え方を教授しており、この構造が特徴として現れると考えられる。

これらより、三つの特徴的な構造はそれぞれ特有の考え方が表現されており、またそれらの構造を構成する単位三角ブロックはそれぞれの構造によって一意に決まるため、それぞれの構造を診断することも可能となる。

2.3 小学生を対象とした実践利用結果分析

小学校 6 年生 75 名に対して、三つの特徴的な構造が妥当なものかどうか検証するため、実践利用が行われた。その結果として現れた小学生の構造形式の推移を図 7 に示す。図 7 に示すように、その他の構造に比べ、三つの特徴的な構造が主に出現していることがわかる。また、理論上のその他の割合とは、物語形、求答形、積和標準形とその他の構造が同じ確率で出現する場合の割合を示している。図 7 のグラフの問題 3-1 を一例として見た場合、問題 3-1 ではその他の構造の数が 11 個あるため、理論上は 8 割近く出現するはずだが、実際には小学生によって作られたその他の構造は一つも存在しない。また、同様に他の問題に関しても理論上の割合より明らかに少ない数しか出現していないことがわかる。

これらのことから、前節で述べた、三つの特徴的な構造が妥当なものであることがいえる。第 3 章では、これらの結果をもとに三つの特徴的な構造に基づいた自動診断機能について述べる。

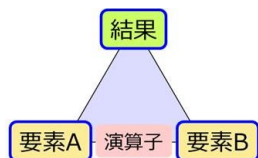


図 1 算数三角ブロック

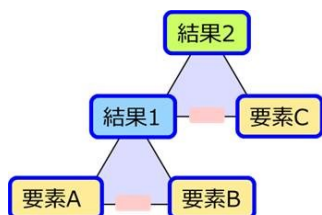


図 2 算数三角ブロックの階層的表現

500円で鉛筆5本を買ったと、おつりが95円でした。
このとき、鉛筆1本の値段を求めなさい。

図 3 算数文章題の例題

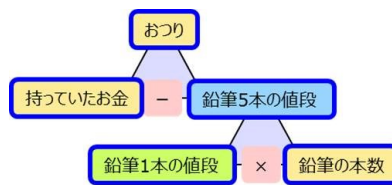


図 4 物語形の構造形式

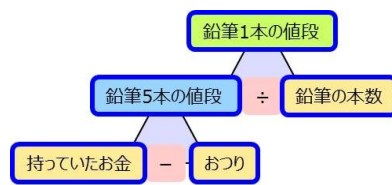


図 5 求答形の構造形式

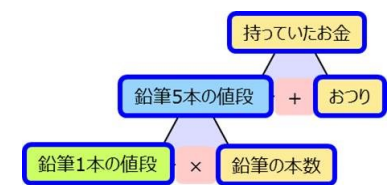


図 6 積和標準形の構造形式

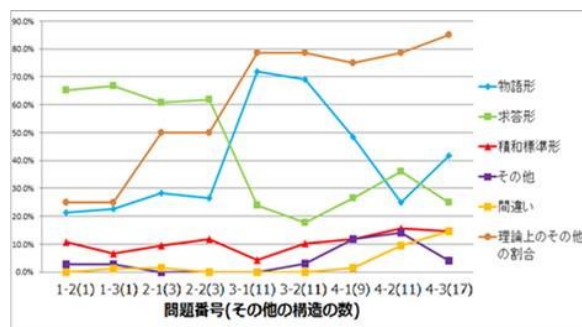


図 7 小学生の構造形式の推移

3. 構造の自動診断機能の提案

本章では、本研究で提案する学習者が作成した数量関係の統合の外化表現における構造を三つの特徴的な構造に基づいて自動で診断する機能の必要性とその機能について述べる。

3.1 自動診断機能の必要性

これまでの算数三角ブロックシステムを用いた研究成果として学習者が作る構造には物語形、求答形、積和標準形が存在することが確認できた。またそれぞれ三つの構造は 2 章で述べたように特有の考え方に則って作られるため、三つの特徴的な構造は一意に決まり、診断できる。このことから学習者が作ろうとしている構造を診断することができれば、その学習者に合わせた誘導支援が可能となると考えられる。また、学習者の作る構造を教授者が把握できることで、その学習者に合わせた指導や支援が可能となる。それらのことを踏まえると、学習者の作ろうとした構造を診断する必要がある。しかしながら、現在のシステムでは

学習者が作った構造が三つの特徴的構造のどれなのか診断できる状態ではなく、即時的ではあるが、正解か不正解の診断と学習者の解答が誤りの場合、誤った箇所とその種類の指摘を行うのみで、不十分であると考えられる。

そこで、学習者が作る構造であると考えられる三つの特徴的構造に基づいた診断が必要であると考え、その自動診断機能の設計・開発を行った。

3.2 自動診断機能

本節では、実装した自動診断機能について説明する。学習者が算数三角ブロックシステムを用いて演習を行う場合、演習問題解決における数量関係的統合過程を算数三角ブロックを用いて階層的に表現する。その表現された構造に対して正誤判定を行う。正誤判定の結果、学習者が作る構造が正解である場合、正解時の構造が物語形、求答形、積和標準形のどれに一致するかの判定を行う。物語形に一致したら物語形、求答形に一致したら求答形、積和標準形に一致したら積和標準形、どれにも一致しなかったらその他の構造と判定する。不正解である場合、三つの構造のどれに類似しているかを判定する。

構造判定方法としては同一三角ブロックの数で決める。同一三角ブロックとは三角ブロックの底辺にある二つの頂点の概念とその対頂点にある概念と同じ概念を持つ三角ブロックである。また、演算子が和や積の場合は底辺の頂点の位置が入れ替わっても同一であると判定する。この同一三角ブロックの数が三つの中で最も多いものを最も近いと判定する。

4. 予備的評価

本章では、本研究で開発した学習者が作った構造を自動診断する機能の動作確認のために、過去の評価実践におけるログデータを自動診断機能で分析し、過去の手作業による構造分析結果との比較を行った。また、実際に自動診断機能を実装した算数三角ブロックシステムによる診断がリアルタイムで可能かどうか、対象に関係なく三つの構造が妥当なものか検証するために、大学生を対象とした実践利用を行い、アンケートやフロー体験調査から大学生を対象とした診断機能の検証が有用かどうかの確認を行った。以下よりその詳細について述べる。

4.1 自動診断機能の動作確認

実装した構造診断機能の検証を行うために、過去に評価実践におけるログデータを取得し、その取得したデータを実装した自動診断機能で分析し、過去に行われた手作業による構造分析結果との比較を行った。信頼性のために、小学生 75 名に行った実践利用のログデータを利用し、総数 612 個の小学生の外化表現を分析した。

比較の結果、手作業による構造分析結果と 9 割以上の一致が見られた。完全一致しなかったのは手作業による分析結果に分析の誤りがあったためである。このことから診断機能に誤りはなく、自動診断機能が正しく動作していることが確認できた。また、手作業による分析結果の誤りはごく僅かであり、三つの構造が妥当なものであることを覆す程のものではなく、過去の分析結果における三つの構造が妥当であるといったことも正しいと判断できる。

4.2 大学生を対象とした実践利用

実践利用は、情報系大学生 50 名を対象とし、手順としてはプレテストやポストテストは行わず、リアルタイムでの診断が可能かどうか、大学生においても三つの構造が妥当かどうかの検証

を目的として 30 分間のシステム利用と 10 分間のアンケート・フロー体験調査を行った。

(1) リアルタイムでの診断が可能かどうかの検証

作成した自動診断機能実装したシステムによる診断がリアルタイムで可能かどうか検証するために、実践で得られたログのデータから手作業で構造分析を行い、その分析結果と自動診断機能を実装したシステムで診断した構造分析結果との比較を行った。比較の結果、完全に一致した。このことからリアルタイムでの診断が可能であることの確認ができた。

(2) 大学生における三つの特徴的構造の妥当性

実践の結果、大学生が作る数量関係的統合の外化表現における構造形式は図 8、図 9 に示すように三つの特徴的な構造以外の構造を作成する学生はほとんど見られず、三つの特徴的構造が全体の 9 割以上を占めた。問題 4-2 と問題 4-3 でそれぞれ物語形と求答形を作った学習者がいないのは表 1 に示すように、問題 4-2 に関しては有効数が 7、問題 4-3 では有効数は 3 と少ないためである。これは時間が 30 分と短かったことから、最後までたどり着けなかった学習者が多かったことが原因として考えられる。また、問題 3-2 でその他の構造が三つの特徴的な構造と同程度の数現れた。これは有効数が 20 と少ないことも理由として考えられるが、その他を作った学習者の構造は全て同じ形であり、全三角ブロック 2 個のうち、物語形を構成するものが 1 個、あと 1 個が掛け算を用いる三角ブロックを使用して構成されたものになっていた。また、掛け算を用いる三角ブロックが存在しているため、積和標準形を構成するものが 1 個含まれるが、積和標準形を作ろうとした場合、すべての三角ブロックを足し算と掛け算のみで構成しようとするため、積和標準形を構成する三角ブロックが 1 個しか存在しないのは不自然である。したがって、問題 3-2 でその他を作った学生は物語形を作ろうしていたのではないかと考えられる。これらを踏まえると、大学生においても三つの構造が妥当なものであることが確認できる。

(3) アンケート・フロー体験調査結果

アンケート内容とアンケート結果をそれぞれ表 2、図 10 に示す。2 の結果から、学習者が普段算数の文章題を解くときに考えていることと似ているといった結果が出ており、統合過程の外化支援システムとして違和感なく受け入れられていることが確認できた。また 3 の結果より、学習に役立つ活動であるといった合意が得られたと言える。さらに、6、7 の結果から、学習者が構造を意識して、三角ブロックを組み立てていることの確認ができたことから、三つの構造に重点をおいた診断機能が有用なものであると考えられる。

また、フロー体験調査の結果、フロー平均が 4.62(標準偏差 1.54)、重要性平均が 3.63(標準偏差 1.7)となった。表 3 に他のフロー体験調査との比較結果を示す。

比較の結果、統計の必修授業よりもフロー平均が高く、パックマンのフロー平均とほぼ同じ値を示しているため、学習者が算数三角ブロックシステムを用いた活動に集中して取り組んでいることが分かる。また、重要性平均を見ても、必修授業よりも高い値を示しており、システムによる学習が重要なものであると学習者が認識していると考えられる。

4.3 考察

過去のログデータを用いた自動診断機能の動作確認と大学生によるリアルタイムでの自動診断の検証の結果、開発した学習者が作った構造を自動診断する機能が正しく動作し、リアルタイムで診断できることが確認できた。また、大学生でも小学生

とるように三つの特徴的な構造が主に出現していることから大学生を対象とした実践利用も有用であることの確認ができた。これはアンケート結果とフロー体験調査結果から大学生が集中して、構造を意識した意味のある活動として取り組んだ結果から言えると考えられる。

以上より、学習者の構造を即時的に診断できることが確認できたので、学習者合わせた誘導支援が可能となると考えられるが、開発した自動診断機能では、学習者が三角ブロックを組み立てた後の完成した状態での診断を行っているため、作成途中における診断が今後必要になると考えられる。

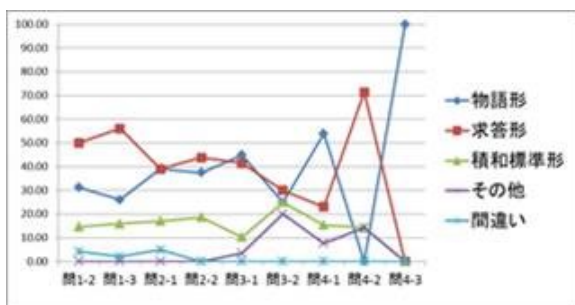


図 8 大学生の構造形式の推移

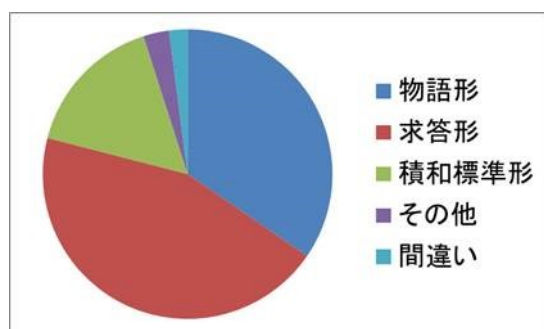


図 9 大学生の構造形式の割合

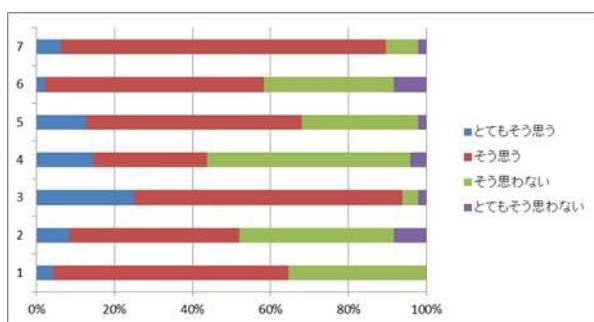


図 10 アンケート結果

表 1 大学生の各問題における構造の数

	問1-2	問1-3	問2-1	問2-2	問3-1	問3-2	問4-1	問4-2	問4-3
物語形	17	14	16	12	13	6	7	0	3
求答形	24	28	16	14	13	6	3	5	0
積和標準形	7	7	7	5	2	4	2	1	0
その他	0	0	0	0	1	4	1	1	0
間違い	2	1	2	0	0	0	0	0	0
有効数	50	50	41	31	29	20	13	7	3

表 2 アンケート内容

1	三角ブロックで行った数量関係の統合は簡単だった
2	三角ブロックで行った数量関係の統合は、普通に問題を解くときに考えているのと同じだった
3	三角ブロックで行った数量関係の統合は、普通に問題を解くときに考えているのと同じだった
4	三角ブロックで行った数量関係の統合ができなければ、算数の文章題がわかったとはいえない
5	紹介された三つの構造のいずれかを自分では作った
6	問題に応じて構造を変えた
7	問題に応じて構造を変えることは意義がある

表 3 フロー体験調査比較

活動名	フロー平均(標準偏差)	重要性平均(標準偏差)
算数三角ブロックシステム	4.62(1.54)	3.63(1.7)
必修授業	4.6(1.16)	3.45(1.44)
パックマン(一回目)	4.68(1.18)	1.65(0.86)
パックマン(二回目)	5.21(1.03)	1.43(0.83)
選択授業(一回目)	4.12(1.10)	2.45(1.46)
選択授業(二回目)	4.04(1.07)	2.43(1.33)

5. まとめと今後の課題

本研究では、学習者の数量関係の統合における外化表現として、物語形、求答形、積和標準形の三つの特徴的な構造が妥当なものであることが確認できた。このことから学習者の作るようとしている構造を診断できれば、その学習者に合わせた誘導支援が可能になると考え、学習者の作る構造を三つの特徴的な構造に基づいて自動診断する機能の設計・開発を行った。さらに、評価を行い、診断機能が正しく動作していること、リアルタイムでの診断が可能であることが確認できた。アンケート結果やフロー体験調査からも算数三角ブロックシステムが熱中して取り組めて、学習に役立つものであるという意見も得られたことから、診断機能を利用した誘導支援の重要性が高まったと言える。

今後の課題としては、学習者が構造を作成した後における構造の自動診断しか行えていないため、作成途中における構造の自動診断を行えるよう診断機能の改良が必要と考えられる。

参考文献

- [多鹿 95] 多鹿秀継: 算数問題解決過程の分析, 愛知教育大学研究報告, 44, pp157-167, 1995
- [Hegarty 92] Mary Hegarty, Richard E.Mayer, and Carolyn E.Green: Comparison of Arithmetic Word Problems: Evidence From Students' Eye Fixations, Journal of Educational Psychology, Vol.84, No.1, 76-84, 1992
- [坂本 93] 坂本美紀: 算数文章題の解決過程における誤りの研究, 発達心理学研究, 第4巻, 第2号, 117-125, 199
- [竹内 13] 竹内俊貴, 山元翔, 林雄介, 前田一誠, 平嶋宗, "算数文章題の問題解決過程における数量関係的統合の外化支援", 人工知能学会研究会資料 SIG-ALST-B301_pp39-44(2013.6.29)
- [中川 10] 中川和之, 平嶋宗, 舟生日出男: 「言葉の式」の階層的な外化による算数・数学の文章題に対する立式支援, 人工知能学会研究会資料, 先進的学習科学と工学研究会 58, 73-78, 2010
- [Engeser 08] Stefan Engeser, Falko Rheinberg: Flow, performance and moderators of challenge-skill balance, Motivation and Emotion, Volume 32, issue 3, pp 158-172, September 2008