

複雑ネットワークによる創発的な論理の表現

A representation of an emergence of logic by complex network

澤 宏司*¹
Koji Sawa

*¹ 日本女子大学附属高等学校
Senior High School, Japan Women's University

In JSAI2013, we regarded a set of logical implicational relations as a complex network, and presented its power law. The model has deductive inference as a transformation scheme of the network. In this article, we also schematize induction and abduction those are regarded as more inaccurate inferences than deduction. We show that the power law do not appear while deduction and induction are adopted, but appear while those two inferences with abduction. This result indicates the necessity of abduction in real life.

1. はじめに

本稿では, [澤 2013a]で提案した論理の複雑ネットワークによるモデル(以下, 本稿では「論理ネットワークモデル」と呼ぶ)を, 論理の, 特にその創発的側面からの要請に基づき, 発展させる.

具体的には, Peirce による推論の 3 種への分類[Peirce 1868]を三角図式化したもの[Sawa 2010]を, さらにそれを集合の包含関係で解釈し直したものをを用いる. 通常, 推論は演繹と帰納の 2 種とされることが多いが, Peirce は第 3 の推論, アブダクション(仮説形成)の存在を提唱した. 本稿のモデルでは, 演繹と帰納の 2 種に相当する変形のみではべき乗則は現れない. しかしながら, 演繹, 帰納にアブダクションに加えた 3 種に相当する変形において, べき乗則が出現することを示す.

2. 先行モデルの概要

論理ネットワークモデルの動機, 概要, 結果は以下の通りである.

2.1 動機

数理論理学, 証明論, 束論などのこれまでの数学的な論理学の研究は, ほとんど代数的に扱われていた. しかし, 論理における 1 つの二項関係, 含意関係「A ならば C」を「 $A \rightarrow C$ 」と表現する時, 含意関係の集合はひとつのネットワークとみなしうる. 論理的含意関係のネットワークとしての性質を考えたい, というのが論理ネットワークモデルの動機である.

2.2 概要

論理ネットワークモデルは, Barabási と Albert の BA モデル [Barabási 1999]に近い形で実装された. ただし論理ネットワークモデルと BA モデルには本質的に大きな違いがある. BA モデルは 1) 成長 (growth) と, 2) 選好的選択 (preferential attachment) の 2 つの性質で構成される. しかし, ネットワークの成長時の仕掛けである選好的選択は, その時点に存在するネットワークのすべての情報を参照する. 実際の論理的な判断を鑑みるに, あるいは実世界における普通の生活, 様々なネットワークを考えたとしても, ネットワークの全探索は現実的とは言い難い. 世界を見渡し尽くすことは限りなく不可能に近い. 以上を理由として, 論理ネットワークモデルでは選好的選択の代わりに

「局所の変形」を導入した. これはある時点のある対象に関与する部分集合のみを変形するといったものである. 局所の変形は, 例えば, 数学者が新しい数学的知見を発見する時の様相とも整合的である[澤 2013b].

2.3 結果

ネットワークの全探索をしない, 局所的な変形のみを施すにも関わらず, 出現したネットワークは全域的な性質, べき乗則を示した. べき乗則とはスケールフリー性とも言われ, タンパク質の代謝のネットワーク[Jeong 2000], 電気信号としてのインターネット [Faloutsos 1999], コンテンツのリンクとしての WWW[Broder 2000]等, ジャンルを越えた様々なネットワークで見られる現象である. 論理ネットワークモデルのこの結果は, 論理が, 他の様々なネットワークと同程度に普遍的である可能性を示す. また, 論理ネットワークモデルは高いクラスター性, 低い平均頂点間距離をも同時に満たし, こられ 3 つの性質をまとめて総称される「スモールワールド性」を満たすことになった. つまりこの結果は, 論理が普遍的であることの 1 つの定量的な提示である.

3. 3 種の推論: 演繹, 帰納, アブダクション

3.1 Peirce による推論の分類

伝統的な論理学において, 推論は演繹と帰納の 2 つである. 一般命題から特殊命題を導くのが演繹, 帰納はその逆である. これらは数学的帰納法を例として考えると理解しやすい. つまり, それぞれの自然数 m での命題 $F(m)$ の成立を確認することによって, 自然数の集合 \mathbb{N} 上の一般的命題 $\forall n F(n)$ の成立を宣言するのが数学的帰納法である. 一方, 反対向きの推論, すなわち $\forall n F(n)$ からある 1 つの自然数 m での F の成立, $F(m)$ を導出することが演繹である.

19 世紀のアメリカの哲学者, C. S. パースの推論の分類によれば, 論理的な推論には演繹, 帰納の他に第 3 の推論「アブダクション」がある[Peirce 1868]. これは, 先の数式による表現で考えると, $\forall n F(n)$ と $F(m)$ の一方から他方への変形である演繹・帰納の往復運動のみでは, 命題そのものを表す「 F 」は生じないことに対応する. どこかで F は与えられていなければならない. この F を導くことそのものがアブダクションであり, それは数学における創発のひとつといえよう.

3.2 3種の推論の三角図式による表現

Peirce はアリストテレスの三段論法に則り、これらの推論を定式化した。すなわち、演繹を、いずれも三段論法の用語でいうところの「大前提」と「小前提」から「結論」を導く推論、帰納を「小前提」と「結論」から「大前提」を導く推論とした。そしてアブダクションは「大前提」と「結論」から「小前提」をもたらす推論である。これらは、三角形を用いた模式的な図で表すと理解が容易である(図 1)[Sawa 2010]。すなわち、演繹、帰納、アブダクションの3つの推論は、ある2つの有向辺から残りの1つの有向辺を導く推論である。パース自身が用いる例を挙げて説明をすると、アブダクションは次の通りである。引用する。

化石が発見される。それはたとえば魚の化石のようなもので、しかも陸地のずっと内側で見つかったとしよう。この現象を説明するために、われわれはこの一帯の陸地はかつては海であったに違いないと考える。[米盛 2007]

この化石の例は、図 2A のような証明図で表現できる。また、それは図 2B のように図 1D の三角図式とも対応する。

Peirce による、演繹、帰納、そしてアブダクションの別の例も図 3 の通りとなる。図 1 の三角図式との対応は明らかであろう。

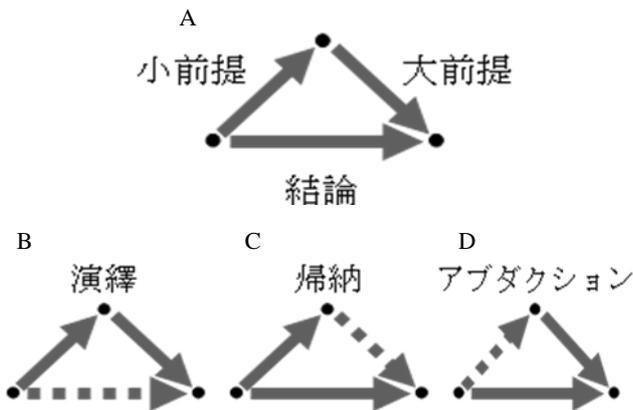


図 1:(A) アリストテレスの三段論法における命題の名前。(B)-(D) Peirce により図式化された各推論。各推論において2つの実線の有向辺から破線の有向辺が導かれる。

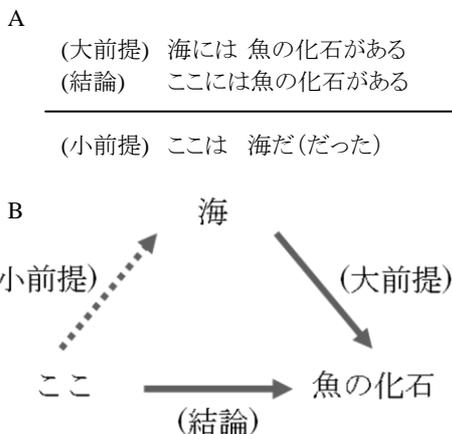
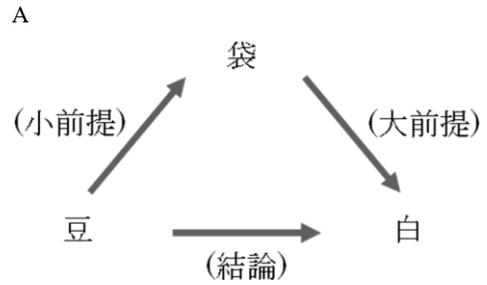


図 2:(A) 本文「化石の発見」の証明図。実線より上の2つの命題から下の命題が導かれる。(B) 「化石の発見」の三角図式による表現。



B 演繹
(小前提) この豆は 袋の豆だ
(大前提) 袋の豆は 白い

(結論) この豆は 白い

C 帰納
(小前提) この豆は 袋の豆だ
(結論) この豆は 白い

(大前提) 袋の豆は 白い

D アブダクション
(大前提) 袋の豆は 白い
(結論) この豆は 白い

(小前提) この豆は 袋の豆だ

図 3: Peirce による例。図 1 の三角図式と合致している。

4. 三角図式を集合の包含関係による表現へ

前節で明らかになった推論の三角図式を、集合の包含関係による表現で再解釈する。のちに明らかになるが、これは[澤 2013a]で用いた手法と全く同様に、演繹から、演繹を含む3種の推論への拡張である。

まずは図 3C の帰納を例として説明をする。(小前提)「この豆は袋の豆だ」に相当する有向辺での表現「豆→袋」は、集合の包含関係、「豆の集合」は、「袋(の豆)の集合」の部分集合だとも表現できる。同様に「豆→白」は「豆の集合」は、「白(いもの)の集合」の部分集合だとなる(図 4A)。つまり帰納とは、「豆→豆」のトートロジー(同語反復)から「左も右もひろげる」ことによって成立する推論ともみなしえる。

同様に考えると、図 3B より演繹は「袋→袋」のトートロジーから「左をつぶして、右をひろげる」推論となるが、これは[澤 2013a]の結果と合致する。また、集合の包含関係の推移律(ある集合の部分集合の部分集合は、もとの集合の部分集合である)から考えると、必ず成立する推論だということも理解できる。最後にアブダクションは、「白(いもの)」に注目した上で「左も右もつぶす」操作によって解釈できる推論だと言うことがわかる(図 4B)。帰納やアブダクションが常に妥当だと言えないことは、それらに相当する集合の包含関係が常に成立しないことと対応させて理解することができる。

以上、演繹、帰納、アブダクションのすべてがトートロジーの左辺、右辺をそれぞれ「つぶす、ひろげる」で表現できた。

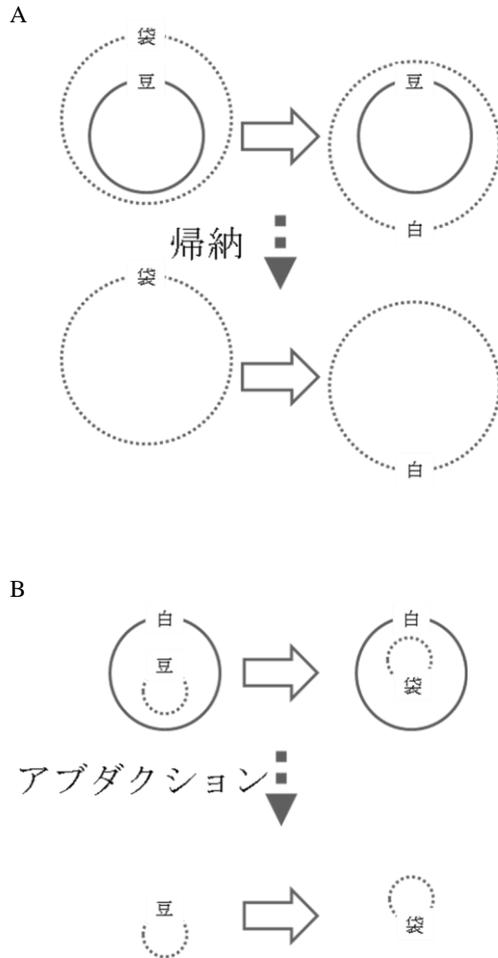


図 4:集合の包含関係による(A) 帰納(「左も右もひろげる」), (B) アブダクション(「左も右もつぶす」)の表現. 演繹は「左をつぶして, 右を広げる」ことにより表現できた[澤 2013a].

5. モデルと結果

3種の推論が集合の包含関係で表現できたので, これを実際にネットワークモデルとして実装する. 詳細はすべて論理ネットワークモデルと同様にすることができる. 何故ならば帰納, アブダクションも, 演繹と同様に「つぶす, ひろげる」で表現できたためである. モデルの詳細は[澤 2013a]を参照されたいが, ここでは重要な点のみ再確認する.

- モデルは BA モデル[Barabási 1999]のように成長する
- ただし BA モデルの成長の仕掛けである「選好的選択」は, その時点でのネットワークの全探索をするのに対して, 提案のモデルは局所的な探索しか行わない
- ネットワークの成長, すなわちノードの付加の方法は, 演繹, 帰納, アブダクション等の各推論のモデル化の一種とみなせる
- BA モデルでは一度張られたエッジは消えることがないが, 提案のモデルでは「論理的に正しくない」と判断されたときに取り除かれる
- すなわち, 提案したモデルは「論理」の発展のモデルである

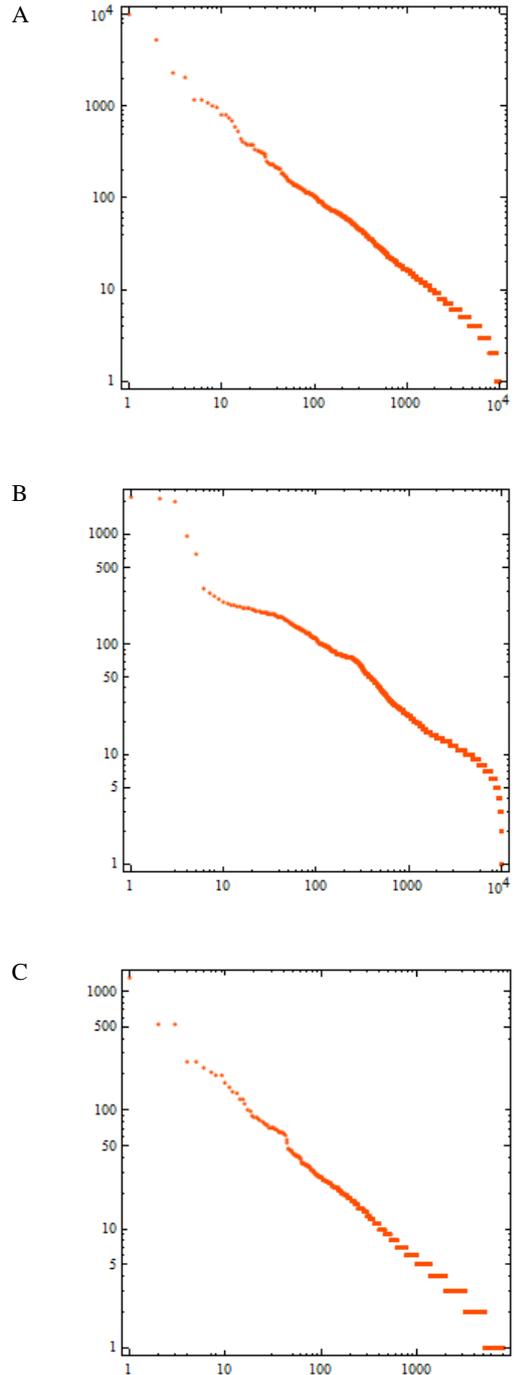


図 5: 各条件下の出次数の両対数グラフ. 縦軸が各次数, 横軸はランク. 変形の規則はそれぞれ(A) 演繹のみ, (B) 演繹と帰納を同確率で実行, (C) 演繹と帰納とアブダクションを同確率で実行したもの. (A)と(C)のみ, べき乗則を示す.

図 5 に結果を示す. 条件はすべて同じで, $m=2$, ビット数 14, $p1=11000000000000$, $p2=11000000000000$, よって $p1 \rightarrow p2$, $p2 \rightarrow p1$, $N=10000$ とした. 図 5 にある通り, 変形の規則として演繹のみを採用するとべき乗則が見られるが(A), 演繹と帰納ではべき乗則は見られない(B). しかしながら演繹と帰納とアブダクションを採用すると, 再びべき乗則が現れる(C). なお, 演繹とアブダクションでもべき乗則は見られない.

6. 議論

モデルの結果が示すことは以下の通りである。1 つめは演繹と帰納は二項のみで対立する概念でないということである。パーズの図式としても明らかであるし、前述の「命題 F そのものの出現」を考えても同様の結論に至る。筆者らはかつて、演繹と帰納を二項対立的に捉えることを可能にするのは”subject-oriented manner”によるものだと指摘した[Sawa 2010]。今回の演繹と帰納による結果はその傍証ともなる(図 5B)。演繹と帰納のみでは、べき乗則が示唆する「普遍」には至らないのである。

2 つめとして、演繹+帰納+アブダクションでべき乗則が示されることを特筆したい。「普遍」には至らない演繹+帰納に、アブダクションを付加することによって「普遍」に到達するわけである。アブダクションは”the manipulation of predicates”とも解釈可能である[Sawa 2010]。それゆえ、演繹・帰納の subject-oriented 性に対してアブダクションがバランスをとることになり、結果としてべき乗則、すなわち「普遍性」が出現するのだと考えられる。

参考文献

- [Barabási 1999] Barabási A.-L., Albert R.: Emergence of scaling in random networks, *Science*, 286, 1999.
- [Broder 2000] Broder A., Kumar R., Maghoul F., Raghavan P., Rajalopagan S., Stata R., Tomkins A., Wiener J.: Graph structure in the web, *Comput. Netw.* 33, 2000.
- [Faloutsos 1999] Faloutsos M., Faloutsos P., Faloutsos C.: On power-law relationships of the Internet topology, *Comput. Commun. Rev.* 29, 1999.
- [Jeong 2000] Jeong H., Tombor B., Albert R., Oltvai Z. N., Barabási A.-L.: The large-scale organization of metabolic networks, *Nature*, 407, 2000.
- [Peirce 1868] Peirce C.S.: Some Consequences of Four Incapacities, in *Collected papers of Charles Sanders Peirce*, edited by C. Hartshorne and P. Weiss, Harvard University Press, 1868; 1960.
- [Sawa 2010] Sawa K., Gunji Y.-P.: Dynamical Logic Driven by Classified Inferences Including Abduction, *AIP Conference Proceedings on Computing Anticipatory Systems*, 2010.
- [澤 2013a] 澤宏司: 複雑ネットワークとしての論理, *JSAI 2013 (2013 年度人工知能学会全国大会(第 27 回))*予稿集, 2013.
- [澤 2013b] 澤宏司: 数学・概念・共創, *SI2013 (第 14 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会)*予稿集, 2013.
- [米盛 2007] 米盛裕二: アブダクション 仮説と発見の論理. 勁草書房, 2007.