

# 少数サンプルからの帰納推論と双条件付確率

## Biconditional probability and inductive inference from small samples

高橋 達二  
Tatsuji Takahashi

横川 純貴  
Junki Yokokawa

大用 庫智  
Kuratomo Oyo

東京電機大学  
Tokyo Denki University

Autonomous AIs should be able to efficiently search in the indefinite and uncertain worlds. Of need is inferring causal relationship between events and decision-making based on the inference, with the available clues of few samples or sparse information. Because it is what human beings are extremely good at, especially in comparison with machine learning systems. We expect that learning from human beings may fruit in science and engineering. We found that the causal intuition of human beings follow a very simple index called biconditional probability or pARIs. We show its efficacy in statistical inference.

### 1. 因果帰納

進化の過程を経て生き残ってきた生物は、我々も含めて、目的(採餌とメイトイング)を達成するための手段を学習してきた。手段は、目的を結果として引き起こすような原因を引き起こすことであり、因果関係の利用である。そのため、因果関係を世界から読み取り、それを含む因果関係の網の中に介入し、望みの目的を果たす因果推論は極めて重要な活動・能力である。

では生物はいかにして因果関係を学ぶのであろうか? 本能や他の学習結果からの汎化・転移が適切に働かない場合、あるいは因果モデル(何が何を引き起こし、何は何と無関係であるといった知識)が使用できない未知の環境では、複数の事象の間の共起関係を手がかりとして用いて、ある事象が別の事象の原因あるいは結果であるかを推測し判断する必要がある。この因果帰納は認知心理学で盛んに研究が行われている。そこでは、事象の間の因果関係の強度と、そもそも因果関係がそれら事象の間に存在するかという因果関係の構造の問題が扱われる。後者は因果ベイズネット理論の発展により可能になり、研究の趨勢は強度から構造に移ってきた。これは人間や動物がベイズネットのような「因果モデル」を知識や本能として持っていると考えられるためである。また、構造の方が強度よりも根本的であるという考え方が可能であるという点だけでなく、多数の事象の間の関係を有向ネットワークの形式で一般的に扱える点から、強度から構造へという研究の潮流は理解できる。

しかしながら、強度の研究には未だに解決されない重要な問題がある。それは後述するような、人間が共起情報からの因果帰納のモデルに決定的なものがないという点である。認知と適応の柔軟性を理解し実装しようとする限り、因果モデルを持たない状況でいかにして因果モデルを作り上げるか、ということは無視できず、その場合は共起情報が最も重要な手がかりの一つとして利用される。因果モデルを前提とする構造研究では、因果モデルの起源としては共起情報から形成された強度を参照せざるを得ず、因果強度の研究は今後も必要である。

### 2. 因果帰納の従来のモデルと双条件付確率

まず、因果強度推論研究の基本的な枠組みを設定する。事象 $p$ と $q$ があり、 $q$ は現在着目している結果(たとえば症状:肩こり)であるとする。それに対して $p$ が原因だと判明していない状況を考えているため、 $p$ は原因ではなく、原因の候補(たとえば摂

表1. 単純因果帰納のための $2 \times 2$ 分割表

candidate cause	effect	
	present ( $E$ )	absent ( $\neg E$ )
present ( $C$ )	$a$	$b$
absent ( $\neg C$ )	$c$	$d$

取物: コーヒー) である。事象 $p$ と $q$ の在不在をそれぞれ $p, \neg p, q, \neg q$ とすれば、 $p$ と $q$ の共起情報は表1のような $2 \times 2$ の分割表で表現でき、モデルは $(a, b, c, d)$ の関数となる。このような因果推論の枠組みを単純因果帰納と呼ぶ。

この表の上で、人間の因果関係に関する直感を記述するために、これまでに非常に多くのモデルが提案されてきた。その中でも代表的なものは [Jenkins 65] の $\Delta P$ である。

$$\Delta P = P(E|C) - P(E|\neg C) = \frac{a}{a+b} - \frac{c}{c+d}$$

この指標は近年の因果帰納理論でも根幹として組み込まれている。意味としては、原因候補 $C$ が不在でなく存在することが、着目する結果である $E$ の生起確率をどれだけ上げるか、ということであるから、この指標は非常に素直なものと思える。また、第一項 $P(E|C)$ に対して $P(E|\neg C)$ は科学実験でのいわゆるコントロールであるため、科学者の考えを素朴にモデルしているものとも言える。しかしながら、この指標の問題は、人間の因果直感に合わないことである。すなわち、あるやり方で実験参加者に $(a, b, c, d)$ の頻度情報を与え、それに対して参加者が感じる $C$ から $E$ への因果関係の強さを $\{0, 1, \dots, 100\}$ の101段階で回答してもらい、といった手続きをとると、与えられた $(a, b, c, d)$ を $\Delta P$ に代入した値と参加者の回答の相関は低い。実験によっては、完全に無相関となる場合すらある [Hattori 07]。

そこで [Hattori 07] は、dual factor heuristics (DFH) を提案した。これは $C$ から $E$ の予測に関わる $P(E|C)$ と $E$ から $C$ の「診断」に関わる $P(C|E)$ の二つの条件付確率の幾何平均であり、

$$DFH = \sqrt{P(E|C)P(C|E)}$$

として定義される。DFH は因果帰納実験データとの相関が極めて高い [Hattori 07]。しかしながら、DFH には数々の批判が集まっている。最も代表的なものは、DFH の合理性の弱さ、つまりなぜこれがこのように定義されているのか、という点である。DFH に関しては表1の上のピアソン相関係数である

$$\phi = (ad - bc) / \sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

で $d$  ( $C$ と $E$ がどちらも不生起の場合の数)を極限に飛ばした

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \phi = DFH$$

と考えることができることが知られているが、 $d$ を発散させることのような意味があり、環境や認知においてどういった意味で正当であるのか、という点についてはまだ理論的な解決がなされていない。 $d$ が大きいということは、 $P(\neg C, \neg E)$ が大きいということで、これは $P(C)$ と $P(E)$ がともに小さいということを意味する。ここで、つまり、事象 $C$ と $E$ の生起が世界の中では稀である(そのように認知システムにおいて考えられている、あるいは前提されている)、ということが前提とされているが、この前提は妥当であると言えよう。我々がその間の因果関係の推定を行おうとする二事象は、「砂漠が乾燥していて暑い」といったありふれたものというよりは、「砂漠なのに雨が降る」といったより稀なものであって、後者が異常気象(ここで異常性は稀少性と深い規範的な関係がある)と認識された上で、その原因を探る、というのが我々が因果推論をする事象として、ありふれた事象の間の因果関係を推定する(「なぜ普通のことが普通に起こるのか」を問う)より自然である。そのため我々は別の指標を導入した [Takahashi 10]。これは稀少と仮定される事例の比率 proportion of Assumed-to-be Instances (pARIs)である。

$$pARIs = \frac{a}{a+b+c}$$

### 3. モデルの比較: $\Delta P$ , DFH, pARIs

これまでに挙げた三つのモデルを比較する。 $\Delta P$ は、 $C$ が $E$ の必要十分条件であることをモデリングしたものである。つまり、 $P(E|C)$ が高ければ $C$ の生起は $E$ を十分に起こす。また、 $P(E|\neg C)$ が小さい、すなわち $P(\neg E|\neg C)$ が大きい場合、 $C$ がなければ $E$ が起きないという意味で $E$ の生起にとって $C$ は必要である。 $\Delta P$ が備える二つの条件付確率はこのような意味を持つ。

DFH は、 $C$ による $E$ の予測可能性 $P(E|C)$ と、 $E$ による $C$ の診断可能性 $P(C|E)$ の幾何平均である。 $C$ が起これば $E$ は起こるし $E$ が起こったならば $C$ も起こった、という場合にこの指標は高い値を持つ。ここで $P(C|E)$ と「 $E$ ならば $C$ 」という「診断条件文」の対応関係を前提すれば、診断条件文の対偶が「 $C$ でないならば $E$ でない」であり、これが $P(\neg E|\neg C)$ という確率と関係を持つことから、DFH と $\Delta P$ の類似性を見ることが出来る。つまり、DFH もある種の必要十分条件の成立性を計算する指標となっていると言える。ただし、論理的な命題が対偶と同値であるのに対し、条件付確率で表現される日常的な条件文は、 $P(C|E) = a/(a+c)$ であるのに対し $P(\neg E|\neg C) = d/(c+d)$ であるため、同値ではない。同値性は、 $c=0$ の場合、すなわち $P(C|E) = P(\neg E|\neg C) = 1$ のような(二値論理的な)場合にのみ成立する。

最後に我々の pARIs であるが、これは de Finetti の主観確率理論という双条件事象の確率であり、日常的な(非数学的な)条件文の連言である双条件文、「 $C$ ならば $E$ であり、かつ、 $E$ ならば $C$ である」の確率、すなわちいわば「双条件付確率 biconditional probability」であり、すなわち

$$pARIs = P((E|C) \wedge (E|C)) = P(C \wedge E|C \vee E) = \frac{P(C \wedge E)}{P(C \vee E)}$$

が成立する。この意味で、DFH のコンセプトである、

「 $C$ から $E$ への予測条件文と $E$ から $C$ への診断条件文がどちらも

真に近い場合に、人間は $C$ と $E$ の間に因果関係を認める」

という主張のよりシンプルな表現となっている。DFH は統計的な指標である $\phi$ から、根拠のさほど強くない極限操作、極稀少性仮定で導かれる。この極限操作は $d$ を無限大に発散させ、結果として $P(C)$ と $P(E)$ を 0 とする。しかし $P(C)$ も $P(E)$ も 0 であれば、我々には $C$ も $E$ も観測できない。そもそも、 $P(C)$ のような「無条件確率」をいかに定義するかは難しい問題である。この問題の解決に極稀少性仮定は重要な関係を持つかもしれないが、その

ための、決定的と言える理論は存在しない。それに対して、pARIs は主観確率論理の体系の中の一命題(双条件文)の確率としてはっきりとした意味を持つのである。

また、人間は直感的な判断を下す際には一つの命題や仮説、条件付確率しか考えようとし、ということが知られている(e.g., [Evans 07]の singularity principle)。二つ以上の命題・確率を同時に考慮させるには、かなりのモチベーションと能力が必要である。その点、pARIs がせいぜい $P(C \wedge E|C \vee E)$ 、あるいは頻度の関数としては $a/(a+b+c)$ という極めて単純な形を持つのにに対し、 $\Delta P$ では二つの確率 $P(E|C)$ と $P(E|\neg C)$ または $P(\neg E|\neg C)$ を考え、その差を取るか、あるいは $(ad-bc)/[(a+b)(c+d)]$ という複雑な式を計算する。DFH では $\Delta P$ よりは、 $d$ を考慮しない分単純ではあるが、やはり二つの $P(E|C)$ と $P(C|E)$ を考えた上で平方根を取るか、あるいは $a/\sqrt{(a+b)(a+c)}$ を計算する。この意味で pARIs は人間のヒューリスティクス、直感的な判断として、その単純さから、よりもつもらしいとは言える。

### 4. メタアナリシス

因果帰納の研究では、ある理論家とその独自の指標を導入する際、それがよくデータを記述するような実験を根拠とすることがあり、データフィットに関する議論が起こりやすい(e.g. [Lober 00])。そこで [Hattori 07] は [Lober 00] のものを含めた過去の実験データに対する包括的なメタアナリシスを行い、DFH が他の既存の 30 以上の指標の中で最もよくデータに合うことを示した。表 2 は同じことを pARIs についても行った結果である。DFH と比べて、pARIs はデータとの同等の相関をもち、悪くても .88 (LS00 について) など、相関の高さはより安定している。また、データとの誤差が DFH よりも小さい。以上から、pARIs は因果帰納の実験データに対する、DFH と同等かそれ以上の記述性を持つことが分かる。

### 5. 漸次的サンプリングにおける双条件付確率

認知心理学における因果帰納推論の実験では、共起情報の与えられ方はおおよそ三通りである [Griffiths 2005]:

- list  $a, b, c, d$  に対応するアイコン列を呈示
- table 表 1 のような分割表を呈示
- sequential  $a, b, c, d$  のそれぞれの生起を一つ一つ呈示

このうち、sequential が最も日常的なものと思われる。list のように情報が一挙に与えられたり、とくに table のように情報の要約が表として与えられるというのは日常というよりも研究や業務での場合と考えられる。また特に本論文で扱う小サンプルは sequential 的な形式でこそ現れやすい。

sequential の場合、オンラインで因果関係の強度を推定するには、毎回指標を計算し直すよりも、漸次的に変化量を計算できる方が簡単なことが多い。そのため、これまでに検討してきた三指標の変化量について検討する。まず、指標の値は、新しい情報が与えられると変化する。新しい情報とは、この研究の枠組みでは $a, b, c$ あるいは $d$ である。そのため、それぞれが新しく与

表 2. メタアナリシスの結果。値は相関係数、誤差は RMS。AS95 などの実験の略号は [Hattori 07] を参照。

	AS95	BCC03.1	BCC03.3	H03	H06
pARIs	.94	.98	.97	.99	.97
DFH	.95	.97	.95	.98	.96
	LS00	W03.2	W03.6	平均	誤差
pARIs	.89	.88	.94	.95	9.44
DFH	.89	.83	.89	.95	12.16

表 2. pARIs, DFH,  $\Delta P$  の漸次サンプリングにおける変化量

増加 サンプル	pARIs = $V$	DFH = $\sqrt{V_1 V_2}$	$\Delta P = V_1 - V_3$
$a++$	$\frac{1-V}{N^W+1}$	$\frac{N(C \wedge E)+1}{\sqrt{(N(C)+1)N(E)}} - \frac{N(C \wedge E)}{\sqrt{N(C)N(E)}}$	$\frac{1-V_1}{N(C)+1}$
$b++$	$\frac{-V}{N^W+1}$	$\frac{N(C \wedge E)}{\sqrt{(N(C)+1)N(E)}} - \frac{N(C \wedge E)}{\sqrt{N(C)N(E)}}$	$\frac{-V_1}{N(C)+1}$
$c++$	$\frac{-V}{N^W+1}$	$\frac{N(C \wedge E)}{\sqrt{N(C)N(E)+1}} - \frac{N(C \wedge E)}{\sqrt{N(C)N(E)}}$	$\frac{1-V_2}{N(-C)+1}$
$d++$	0	0	$\frac{-V_2}{N(-C)+1}$
性	2 パターンのみ	3 パターン;	全 4 パターン;
質	かつ単純	代数的簡略化不可	2 確率を使用

えられた(つまり、記憶している  $a, b, c$  あるいは  $d$  の値がそれぞれ +1 される) 場合の変化量を計算する。三つの指標が四種いずれかの情報を新しく受け取った際の変化量は表 3 にまとめてある。表中では、 $V = \text{pARIs}$ ,  $V_1 = P(E|C)$ ,  $V_2 = P(C|E)$ ,  $V_3 = P(E|-C)$  を意味する。また、 $N = a + b + c + d$ ,  $N^W = N - d = a + b + c$  と表記し、 $N(x)$  は事象  $x$  の生起頻度を表す。つまり、 $N = N(\Omega)$ ,  $N^W = N(C \vee E)$  が成り立つ。

表 2 から分かるように、連続的に共変動情報をサンプリングしていく場合は、pARIs がほか 2 指標と比べてはるかに計算が軽く、さらに  $b$  と  $c$  については全く同値に扱う。  $a$  に関する変化量を頻度形式であらわすと、 $(1 - N(C \wedge E)/N(C \vee E))/(N(C \vee E) + 1)$  となる。pARIs の値自体を使えるのは自然であるし、 $N^W$  というのは  $d$  セルを無視した場合の全サンプル数なので、むしろ  $N$  よりも数えやすい。これに対して DFH は pARIs 同様  $d$  セルを無視するので変化は 3 パターンと少なめであるが、変化量は数式的にかなり複雑であり、少なくとも通常の人間が暗算でできるものではないと思われる。  $\Delta P$  に関しては  $d$  セルも用いるため、変化パターンは全 4 パターンそれぞれ異なる。このうち、 $a++$  と  $b++$ 、 $c++$  と  $d++$  はそれぞれ、pARIs の  $a++$  と  $b++$  (または  $c++$ ) とのよう分子がある種の対称な関係になっている。しかし、パターンの多さだけでなく、pARIs のように指標全体の値そのものが変化量に出現するようなことはないため、結局は  $P(E|C)$  と  $P(E|-C)$  の両方を覚えておいて、場合わけをして処理をし、 $\Delta P$  全体の値をアップデートしなくてはならない。

### 6. 少数サンプルからの統計推定

[Hattori 07] は因果帰納を二つのステージに分けた。ある事象  $E$  の原因候補  $C_1, C_2, \dots$  のうちでどれが真の原因なのかに関心がある。ステージ 1 では事象の生起・共起の観察から、関連のありそうな事象  $C_i$  を一つあるいは複数ピックアップする。その後のステージ 2 では、ステージ 1 でより分けられた事象が真に  $E$  の原因であるかを、 $C_i$  の生起のコントロール、因果ネットワークへの介入によって行う。ここでステージ 1 では、世界で生起する(しうる)無数の事象のうち、重要なもののみをピックアップすることが肝要である。もしもステージ 1 であまりに多くの疑似原因を拾ってしまうと、ただでさえコストの高いステージ 2 で手に負えなくなってしまう。とくに事象  $C_1$  と  $C_2$  の両方が生起しないと  $E$  が生起しなかったり、あるいは  $C_1$  か  $C_2$  のどちらかが生起すれば  $E$  が生起する、といった可能性を考慮すると、ピックアップした原因候補が  $n$  あるとして  $n!$  の組み合わせのテストが必要となる。

これを念頭において、[Hattori 07] の行ったシミュレーションを pARIs についても行っていく。これらシミュレーションは、因果帰納の指標の統計的な性質、とくに少数の共起情報・サンプルしか得られない場合に、その指標がどのような判断を可能とする

か、を試すものである。以下のシミュレーション 1, 2, 3 は、[Hattori 07] の Simulation 1 の Fig. 3 左, Fig. 3 右, Simulation 2 (Fig. 5) にそれぞれ対応する。

#### 6.1 シミュレーション 1: サンプル相関係数の近似

pARIs が少数のサンプルを与えられた際に同サンプルからの  $\phi$  の値をどのくらいよく近似するかを計算する。縦軸は  $\phi$  と指標の決定係数、横軸は  $P(C) = P(E)$  である。稀少な場合は DFH の方がサンプルからの  $\phi$  をよく近似する。ここでは  $\phi$  が定義されている(分母が 0 にならない)ような分割表 = 共起情報のみを扱ったが、そもそも推定すべきは同じサンプルから計算する異なる別の指標ではなく、母集団の相関係数なので、次を行う。

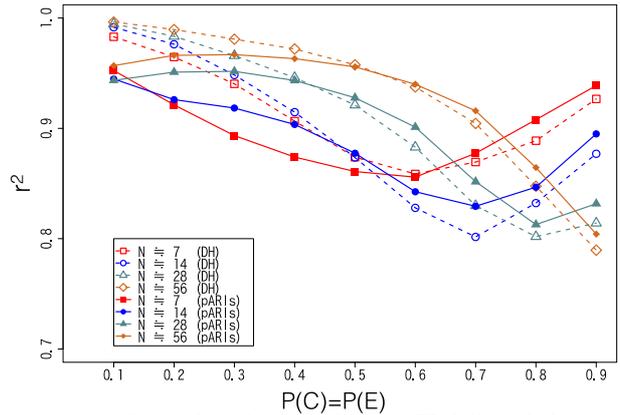


図 1. 少数サンプルからの相関係数の近似

#### 6.2 シミュレーション 2: 母集団相関係数の推定

母集団の相関係数 ( $\phi_0$ ) の推定を行った。その際は  $\phi$  が不定値か否かを考えなくてよい。そもそも  $d$  を無視するなら、サンプル数は  $N$  でなくて  $N^W$  で考えるべきである。また、記憶容量の限界から  $N^W = 7$  程度とする。その場合、pARIs は DFH よりも  $\phi_0$  をよく近似していることが図 2 から分かる。

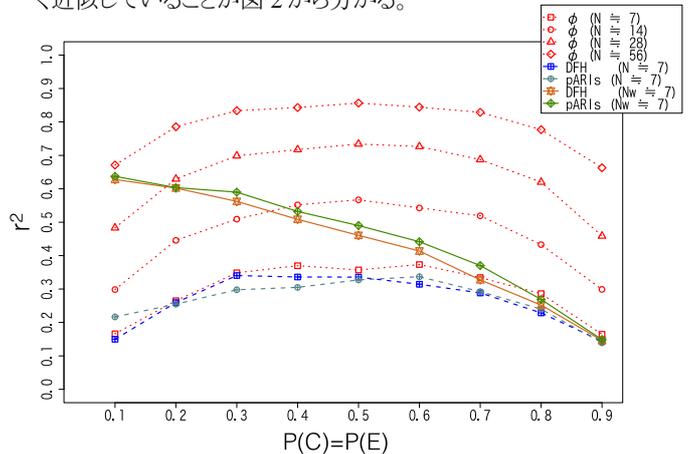


図 2. 母集団の相関係数  $\phi_0$  の近似

#### 6.3 シミュレーション 3: 漸次的サンプリングによるオンラインの相関推定

因果帰納の指標にとって最も重要なのは、少数のサンプルが少しずつ与えられるより現実的な状況で相関係数を近似していく様子である。一般的に、判断においては速さと正確さのトレードオフが存在する。図 2, 3, 4 にそれぞれ指標 (DFH,  $\Delta P$ ,  $\phi$ , pARIs) の平均、分散、そして指標が計算できなかった割合の時間発展を示す。  $\phi_0$  の値は 0, .1, ..., 1 の場合それぞれを見ていく。環境としては稀少性を仮定し、 $P(C) = P(E) = 0.2$  とした。

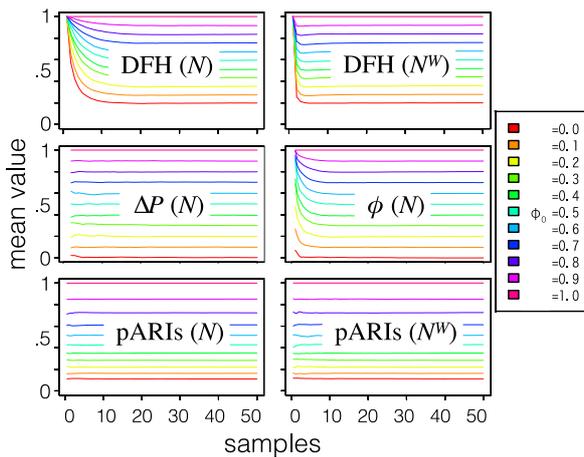


図 3. 指標平均の時間発展

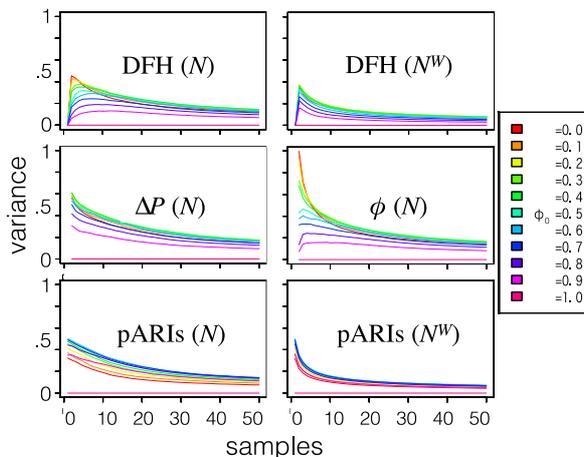


図 4. 指標の分散の時間発展

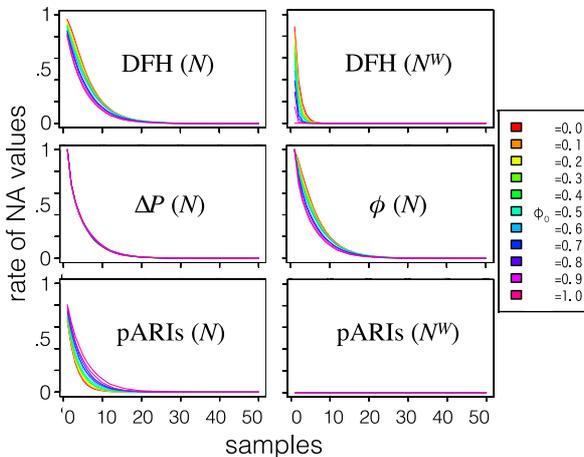


図 5. 指標が計算できない割合の時間発展

## 7. 総合議論

図 1 に見られるように、 $d$ セルもカウントする  $N$  サンプル数では、 $P(C) = P(E)$  が小さい場合には、pARIs は DFH よりも、サンプルから計算された相関係数  $\phi$  の近似 (相関) が悪かった。しかし環境内での適応で重要なのは環境構造の推定、ここでは母集団の性質である。そこで図 2 のように、少数サンプルからの母集団の相関係数  $\phi_0$  の近似の具合を見た。 $d$ セルをカウントしない  $N^W$  サンプル数で考えると、 $\phi$  よりもはるかに良い  $\phi_0$  の近似ができ、定義から適性の予想できる DFH よりも優れていた。

シミュレーション 3 の図 3,4,5 では、漸次的なサンプリングにおけるオンラインの  $\phi_0$  の近似における振る舞いを見た。図 3 から、

十分なサンプルが集まればどの指標も  $\phi_0$  を良く近似することが分かる。DFH はサンプル数 1 で計算できるのは  $a$  が最初に与えられた場合であるため、平均は 1 からスタートして  $\phi_0$  の値に降下していく。 $\phi$  の傾向も同様であるが、収束も遅く分散も非常に大きい。 $\Delta P$  は最初から平均的に  $\phi_0$  の値を取る。pARIs は他とは異なり、 $\phi_0$  がかなり大きくないと値が大きくなるという点で [上浦 13] の連続型 pARIs の性質と一致する。

DFH と  $\Delta P$  についてはトレードオフの関係が見られ、 $\Delta P$  は平均的にはごく少数のサンプルの時点からよく近似するが、分散が大きく信頼性が低い。対して DFH は収束が遅いが分散が小さい。これは、DFH がサンプル数 1 で計算できる場合は  $a$  が与えられた場合のみであるため、値が必ず 1 から始まり、そこから降下する一方、分散は 0 から始まるからである。そのため初期の分散の小ささには意味がない。 $\phi$  と  $\Delta P$  については、分母が 0 となり計算出来ない場合がかなり多く、その場合は指標がそもそも何の役にも立たないこととなる。DFH も、 $a > 0$  か  $b, c > 0$  のどちらかが成立しないとやはり計算できない。

対して pARIs は、 $\Delta P$  より早く ( $a, b, c$  のいずれかが正ならば定義されるため) 平均で収束し、分散は実情を考慮しサンプル数 10 以降を見れば、分散の小ささは  $N$  設定で DFH と互角 ( $\phi_0$  の値によって前後する)、 $N^W$  設定ではより小さいことが分かる。さらに顕著なのは、図 5 の pARIs の計算可能性である。 $N$  設定でも計算不可能なサンプル系列は非常に少なく、 $N^W$  に至っては全サンプル系列が計算できる。すなわち必ず分母が非 0 となり定値を持つ。また、5 章で述べたとおり、pARIs の漸次アップデートは他と比べて圧倒的に簡単である。

平均の収束に関しては、全  $\phi_0$  値に対する平均的な値の正確さ ( $\phi_0$  との誤差の小ささ) だけでなく値の弁別性 = ダイナミックレンジの大きさも重要である。これに関しては  $\phi_0 = 0.0$  で pARIs = 0.1, DFH = 0.2,  $\phi_0 = 1.0$  で pARIs = DFH = 1.0 と、pARIs の方が優れている。また、pARIs の値で特徴的なのは、6.4 で触れたように  $(\phi_0)^2$  のようになることである。これは、できるだけ強い相関のみをピックアップしようとするという意味で、因果帰納のステージ 1 によりふさわしい性質である。pARIs は DFH の特性をよりシンプルかつ微妙により顕著な形で実装したものとすることができる。

## 8. 結論

因果帰納における双条件付確率すなわち pARIs を導入し、代表的な他の統計的指標と比較し、その性能を評価した。pARIs は足し算と割り算のみ用いる極度に単純な条件付き確率形式を持ちながら、既存のモデルが持つ心理学・言語学的な意味をより明確に備え、かつ人間の因果帰納傾向を最も良く記述するとともに、統計推論のシミュレーションでは、素早く正確な相関性の推定を、従来の指標よりも広汎なサンプルに対して行う。これは人間の因果帰納の適応的合理性を示す結果であり、今後人工知能や機械学習系での工学的な応用も可能である。

## 参考文献

- [Evans 07] Evans, J.St.B.T., Psychology Press, 2007.
- [Hattori 07] Hattori, M., Oaksford, M., *Cognitive Science*, 31(5), 765–814, 2007.
- [上浦 13] 上浦基, 高橋達二, *JSAI 2013 予稿集*, 1L5-OS-24c-3, 2013.
- [Lober 00] Lober, K., Shanks, D.R., *Psychological Review*, 107, 1, 195–212, 2000.
- [Takahashi 10] Takahashi, T., Kohno Y., Oyo, K.: *Proc. of ICCS2010*, 361–362, 2010.