

リンクの脆弱性を考慮したネットワーク連結性維持アルゴリズム

Network connectivity maintenance algorithm that takes into account the vulnerability of links

加藤 大貴 花田 研太 平山 勝敏
 Hirotaka Kato Kenta Hanada Katsutoshi Hirayama

神戸大学大学院海事科学研究科
 Graduate School of Maritime Sciences, Kobe University

Network connectivity is very important when we need to broadcast some information through a communication network or deliver some goods through a transportation network. In this work, we introduce the notion of vulnerability of fundamental cut-set while assuming network links will be destroyed over time. By exploiting this vulnerability measure and SAT technology, we develop an algorithm to find the deployment of substitute links on the network that would prolong the entire connectivity periods as much as possible. Our initial experimental results showed that the proposed algorithm performed better in terms of maintaining the entire connectivity than a naive algorithm.

1. はじめに

ネットワークの連結性を常に維持することは、高度にネットワーク化された現在の社会インフラにおいて大変重要である。例えば peer-to-peer ネットワークにおいて、何らかの原因によってある特定のノードやリンクが消失した結果、全体のネットワークが非連結化されてシステム全体が機能しなくなるといった状況が起こりうる。ノードが消失することによってネットワークの非連結化が発生することを想定した先行研究としては、[伊藤 12] がある。これは、ノードを交換することによって、ノードが消失するタイミングを局所的に同期化する手法を用いてネットワークの障害耐性を向上させている。

本研究では、ポアソン分布に従って時間と共にリンクが消失していくネットワークを仮定する。ポアソン分布とは、ランダムに生起する事象を表す基本的な確率の一つであり、一定時間内に交換台にかかってくる電話の本数、一定時間内に崩壊する放射性物質の原子の数、一定地域内で1ヶ月間に起こる交通事故の件数など、様々な現象のモデル化に用いられる [伏見 87]。各リンクにはリンクが消失する確率が設定されており、これはポアソン分布によって与えられる。ネットワークの非連結化を回避する対策として、リンクに対してあらかじめ代替リンクを設置しておいて冗長化できるものとする。代替リンクの設置の仕方によってネットワークが非連結化するまでの時間が異なり、当然より長くネットワークの連結性を維持できる方がよい。従って代替リンクをどのように配置するかは重要な問題である。

そこで本研究では、ネットワークが非連結化されるリスク（脆弱度）を定義し、充足可能性判定問題（SAT 問題: Satisfiability Problem）を用いて脆弱度に対して確率的に頑健な代替リンク配置を導出するネットワーク連結性維持アルゴリズムを提案する。SAT 問題とは、CNF 形式の命題論理式（CNF 式）が真となるような真偽値の割当てが存在するかどうかを判定する問題である。CNF 式とは節の集合（論理積）であり、各節は論理変数あるいはその否定であるリテラルの論理和で構成される。本研究において、論理変数はリンクに対する代替リンク設

置の可否を表す。すなわち、変数が真ならば代替リンクを設置し、偽ならば代替リンクを設置しない。節は、基本カットセットと呼ばれる非連結化の原因となる最低限のリンクの集合に対応する。節に含まれる変数が少なくとも1つ真、すなわち、少なくとも1つの代替リンクを設置すれば、その基本カットセットによるネットワークの非連結化は発生しないとみなせる。

提案するアルゴリズムの概要は次の通りである。まず、各基本カットセットが原因でネットワークが非連結化する確率を計算し、脆弱度が高い順に基本カットセットを並べ替える。次に、脆弱度が高い順に基本カットセットに対応する節を CNF 式に追加し、SAT ソルバーを用いて代替リンクの配置箇所を決定する。これを CNF 式が UNSAT、すなわち充足不能となるまで繰り返す。UNSAT になる1つ前に求めた配置を最終的な代替リンクの配置とする。

消失する確率の高いリンクの順に代替リンクを配置する単純配置法と提案手法の性能をシミュレーション実験により評価した。その結果、提案手法の方が単純配置法と比べてより長くネットワークの連結性を維持できることが確かめられた。

2. 準備

2.1 扱うネットワークの定義

時刻 t における無向連結グラフ（ネットワーク） $G(t) = (V, E(t))$ を考える。 V はノードの集合、 $E(t)$ は時刻 t におけるリンクの集合である。 $G(t)$ には、あらかじめ対応する生成木 $S(t)$ が1つ与えられているものとする。 $G(t)$ の生成木とは、 V の全ての要素を含む木で、かつ $G(t)$ の部分ネットワークのことを指す。一般に、生成木に含まれない残りのリンクの集合を補木という。

離散的な時間経過と共に $G(t)$ のリンクが消失すると仮定し、一度消失したリンクは二度と元には戻らないものとする。すなわち、時刻 $t+1$ において消失したリンクを $e_i \in E(t)$ とすると、時刻 $t+1$ におけるネットワーク $G(t+1)$ は、 $G(t+1) = (V, E(t+1)) = (V, E(t) \setminus \{e_i\})$ となる。また、時刻 $t+1$ において補木のリンクが消失した場合は生成木は維持される、すなわち $S(t+1) = S(t)$ であるが、生成木のリンクが消失した場合は、 $S(t+1)$ は再構成されるものとする。

図1に例を示す。太線は生成木のリンクを表す。この例において、時刻2で生成木のリンク e_2 が消失したため生成木が再

連絡先: 連絡先:加藤大貴, 神戸大学大学院海事科学研究科, 658-0022 神戸市東灘区深江南町 5-1-1, 130w306w@stu.kobe-u.ac.jp

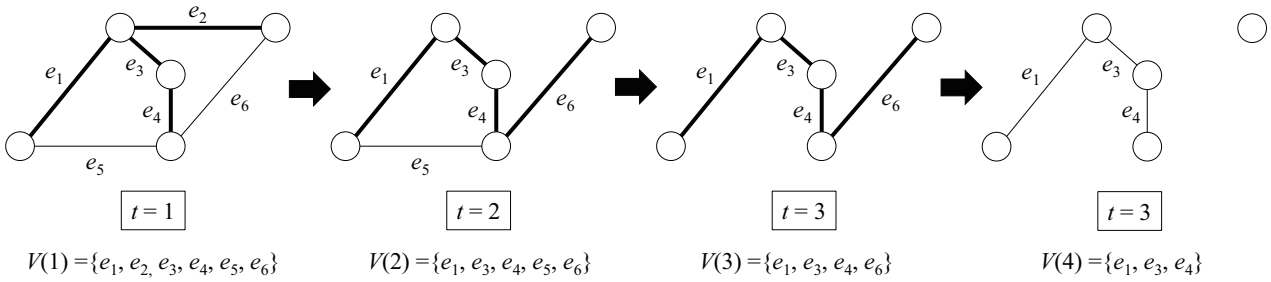


図 1: 扱う問題の例

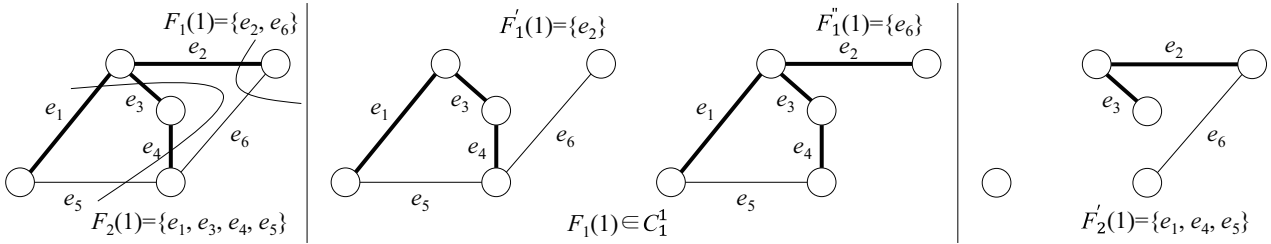


図 2: 非連結化集合と (基本) カットセット

構成されている。一方、時刻 3 では補木のリンク e_5 が消失しているので生成木の再構成は行われていない。また、時刻 4 においてネットワークの非連結化、すなわち $G(4)$ の非連結化が発生している。

$G(t)$ において 1 つ以上のリンクを選び、それらのリンクを除去すると $G(t)$ が 2 つの成分に分かれて非連結になるとき、選んだリンクの集合を非連結化集合 $F(t)$ という。このうち、 $F(t)$ のどの真部分集合も非連結化集合にならないような $F(t)$ をカットセット C_j^t と呼ぶ。図 2 に非連結化集合とカットセットの例を示す。 $F_1(1)$ の真部分集合 $F'_1(1)$ 及び $F''_1(1)$ は、それぞれの集合に含まれるリンクをネットワークから取り除いても、ネットワークは非連結とはならない (図 2 中央 2 つのネットワーク)。従って、 $F_1(1)$ のどの真部分集合も非連結化集合にならないので、 $F_1(1)$ はカットセットである。一方 $F_2(1)$ は、例えば e_3 を取り除いた部分集合 $F'_2(1) = \{e_1, e_4, e_5\}$ が非連結化集合となるので、カットセットではない (図 2 右のネットワーク)。また、取り除くリンクのうち 1 本だけが生成木のリンクで、その他が全て補木のリンクであるようなカットセットを特に**基本カットセット**という。図 2 の $F_1(1)$ は e_2 が生成木のリンクで e_6 は補木のリンクなので、基本カットセットである。

2.2 ポアソン分布によるリンクの消失

$E(t)$ の各要素はポアソン分布に従って確率的に消失すると仮定する。ポアソン分布とは、ランダムに生起する事象を表す基本的な確率の一つであり、一定時間内に交換台にかかってくる電話の本数、一定時間内に崩壊する放射性物質の原子の数、一定地域内で 1ヶ月間に起こる交通事故の件数など、様々な現象のモデル化に用いられる [伏見 87]。あるリンクが時刻 t までに消失する確率は次式で表される。

$$P(A) = e^{-\lambda t} \lambda t.$$

ここで、 A はあるリンクが消失するという事象、 λ は単位時間当たりのその事象の平均発生回数であり、**ポアソン強度**と呼ば

れる。

2.3 脆弱度

本研究では、各基本カットセットについて脆弱度とよばれる指標を計算する。

ネットワーク $G(t)$ が非連結となるのは、ある基本カットセット C_j^t に含まれるリンクが全て消失する場合である。ここで、基本カットセット C_j^t に含まれるリンクが全て消失した状態を**脆弱**であると呼ぶことにする。基本カットセット C_j^t が脆弱になる確率を計算するために、次の事象を定義する。

定義 1 (事象 A_k) 基本カットセット C_j^t に含まれるリンクの添え字の集合を K_j^t と定義する。この基本カットセット内のあるリンク $e_k (k \in K_j^t)$ が消失するまでに、 e_k 以外の他の $(|K_j^t| - 1)$ 個のリンクが全て消失する。

C_j^t が脆弱となるのは、和事象 $\cup_{k \in K_j^t} |A_k|$ に相当するが、明らかにこれらの $|K_j^t|$ 個の事象は互いに排反である。よって、 C_j^t が脆弱となる確率 ϕ_j は、

$$\phi_j = \sum_{k \in K_j^t} P(A_k),$$

となる。ここで、 $P(A_k)$ は事象 A_k が起こる確率を表す。

次に、ある特定の $k = k'$ について事象 $A_{k'}$ が起こる確率 $P(A_{k'})$ を求める。まず、リンク $e_{k'}$ が消失するある時点 $t_{k'}$ までに他のリンク全てが消失する確率 $P_{t_{k'}}(A_{k'})$ を求める。一般に、あるリンク e_k が $t_{k'}$ までに消失する確率は強度 λ_k のポアソン分布に従うため

$$e^{-\lambda_k t_{k'}} \lambda_k t_{k'},$$

となる。よって、消失は互いに独立であるという仮定の下では次のようになる。

$$P_{t_{k'}}(A_{k'}) = \prod_{k \in K_j^t, k \neq k'} e^{-\lambda_k} \cdot \lambda_k t_{k'}.$$

一方, $e_{k'}$ が消失するまでの時間である $t_{k'}$ は, パラメータ $\lambda_{k'}$ の指数分布に従う. よって, 求める確率 $P(A_{k'})$ は次のようになる.

$$P(A_{k'}) = \int_0^\infty P_{t_{k'}}(A_{k'}) \lambda_{k'} e^{-\lambda_{k'} t_{k'}} dt_{k'}. \quad (1)$$

ここで, $\sum_{k \in K_j^t} \lambda_k = \alpha$, $|K_j^t| = \nu$ とおいて式 (1) の右辺を変形すると,

$$\frac{(\nu - 1)! \prod_{k \in K_j^t} \lambda_k}{\alpha^\nu} \int_0^\infty \frac{1}{(\nu - 1)!} \alpha^\nu t_{k'}^{\nu-1} e^{-\alpha t_{k'}} dt_{k'},$$

となる. 上記の被積分関数はガンマ分布 $G(\alpha, \nu)$ の密度関数なので, それを $[0, \infty)$ で積分した結果は 1 となる. よって,

$$P(A_{k'}) = \frac{(|K_j^t| - 1)! \cdot \prod_{k \in K_j^t} \lambda_k}{\left(\sum_{k \in K_j^t} \lambda_k \right)^{|K_j^t|}}.$$

を得る. ここで, $P(A_{k'})$ は k' に依存しないため, 任意の k について確率 $P(A_k)$ は上式の右辺で与えられる. よって, 基本カットセット C_j^t が脆弱となる確率 ϕ_j は次式で表すことができる.

$$\phi_j = \frac{|K_j^t|! \cdot \prod_{k \in K_j^t} \lambda_k}{\left(\sum_{k \in K_j^t} \lambda_k \right)^{|K_j^t|}}.$$

この確率 ϕ_j を基本カットセット C_j^t の脆弱度と呼ぶ.

2.4 ネットワークの補強と代替リンク配置計画

本研究では, 時間経過に伴って崩壊するネットワークを補強する手段として, 代替リンク s_l を定義する. s_l は $G(t)$ においてリンクとして機能することができ, 任意の時間において任意のノード間に (再) 配置できるものとする. ただし, 挿入したノード間をつないでいる元のリンクが消失した場合, その s_l を動かすことはできない. また, s_l は時間経過によって変化しない, すなわち消失しないものと仮定する. これにより, G は多重ネットワークとなり, s_l が配置されたリンクには冗長性が確保される. すなわち, たとえリンクが消失したとしても s_l が代替リンクとして機能する.

ここで, リンクをどのように配置するかが重要となる. 本研究では, 各基本カットセットの脆弱度を基に確率的に頑健な代替リンクの配置を SAT 問題を用いて求める.

3. ネットワーク連結性維持アルゴリズム

3.1 SAT 問題による代替リンク配置計画のモデル化

SAT 問題とは, CNF 形式の命題論理式 (CNF 式) が真となるような真偽値の割当てが存在するかどうかを判定する問題である. CNF 式とは, $(x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$ のような節の集合 (論理積) であり, 各節は論理変数あるいはその否定であるリテラルの論理和で構成される. CNF 式が真となるような真偽値の割当てが存在する場合, すなわち充足可能な場合を SAT, 充足不能な場合を UNSAT と呼ぶ. 上記の例では, $x_1 = true, x_2 = true, x_3 = false$ で全ての節が真となるので, 結果は SAT となる.

本研究では, 論理変数 x_l^i を代替リンク s_l をリンク e_i のノード間に設置する場合に $true$, 設置しない場合に $false$ とする.

ある基本カットセットを代替リンクで補強するには, その基本カットセットに含まれる少なくとも 1 つのリンクに対応するノード間を補強すれば良い. 従って, L を代替リンクの添え字の集合として, 節は次のような式で表される.

$$\bigvee_{l \in L, k \in K_j^t} x_l^k.$$

つまり, 節は基本カットセット C_j^t に対応する全ての論理変数 x_l^i の選言となる.

ここで, s_l はネットワーク上に 1 個しか設置できないことに留意しなければならない. すなわち, $\{x_l^i | l \in E(t)\}$ は高々 1 個 $true$ である必要がある. 本研究では, 基数制約の一種である *AtMostOne* 制約を用いる.

図 3 に例題を示す. 例題に対して代替リンクを 2 個配置できるとして, 代替リンク配置計画を SAT 問題でモデル化すると次のようになる.

$$\begin{aligned} C_1^1 &: x_1^2 \vee x_1^6 \vee x_2^2 \vee x_2^6 \\ C_2^1 &: x_1^3 \vee x_1^5 \vee x_1^6 \vee x_2^3 \vee x_2^5 \vee x_2^6 \\ C_3^1 &: x_1^4 \vee x_1^5 \vee x_1^6 \vee x_2^4 \vee x_2^5 \vee x_2^6 \\ C_4^1 &: x_1^1 \vee x_1^5 \vee x_2^1 \vee x_2^5 \\ s_1 &: \text{AtMostOne}(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_1^4, x_1^5, x_1^6) \\ s_2 &: \text{AtMostOne}(x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4, x_2^5, x_2^6) \end{aligned}$$

この問題例は, 例えば $x_1^5 = true, x_2^6 = true$ で, その他全ての x_l^i が $false$ であるような割当てが存在するため, 答えは SAT である.

次に, 代替リンクを 1 個配置できるとして, 代替リンク配置計画を SAT 問題でモデル化すると次のようになる.

$$\begin{aligned} C_1^1 &: x_1^2 \vee x_1^6 \\ C_2^1 &: x_1^3 \vee x_1^5 \vee x_1^6 \\ C_3^1 &: x_1^4 \vee x_1^5 \vee x_1^6 \\ C_4^1 &: x_1^1 \vee x_1^5 \\ s_1 &: \text{AtMostOne}(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_1^4, x_1^5, x_1^6) \end{aligned}$$

この問題例の答えは UNSAT である. すなわち, 全ての基本カットセットをカバーできるような代替リンクの配置は存在しない. 従って, 代替リンクの数によって, 同時にカバーできる基本カットセットの数は異なる.

3.2 確率的に頑健な代替リンクの配置

各基本カットセットには脆弱度が定義されている. 脆弱度は, その基本カットセットが原因でネットワークが非連結となる確

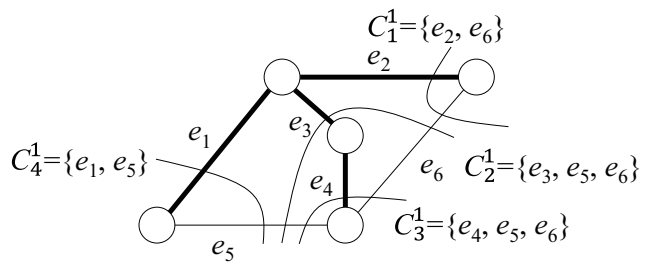


図 3: 代替リンク配置計画の例題

率であるから、非連結の原因となりやすい基本カットセットを優先的に補強すれば、確率的に頑健な配置が得られると考えるのが自然である。しかし、代替リンクの個数によってカバーできる基本カットセットの数が異なる。そこで本研究では、確率的に最も頑健な配置を求める以下のアルゴリズムを提案する。

- (Step 1) $r \leftarrow 1$, CNF 式 $\leftarrow \emptyset$ として初期化する。
 (Step 2) r におけるネットワーク $G(r)$ を観測する。 $G(r)$ が非連結だった場合、アルゴリズムを終了する。 $G(r)$ が連結だった場合、生成木 $S(r)$ を観測する。また、 $S(r)$ に対する全ての基本カットセット C_j^r を求め、それぞれの脆弱度を求める。
 (Step 3) 再配置可能な代替リンク s_l に対してそれぞれ $At-MostOne$ 制約を CNF 式に追加する。
 (Step 4) CNF 式に追加されていない基本カットセットの中で、最も高い脆弱度 ϕ_j を持つ C_j^r に対応する節を CNF 式に追加する。
 (Step 5) CNF 式を SAT ソルバーで解く。答えが SAT かつ全ての基本カットセットが CNF 式に追加されていない場合は、Step 4 に戻る。答えが SAT かつ全ての基本カットセットが CNF 式に追加されている場合は、その解に従って代替リンクを配置する。 UNSAT だった場合、1つ前の CNF 式の解に従って代替リンクを配置する。
 (Step 6) $r \leftarrow$ リンクが消失する次の時刻, CNF 式 $\leftarrow \emptyset$ として時間を進め、Step 2 に戻る。

ここで、 r はリンクが消失した時刻でラウンドと呼ぶ。

4. 実験

提案手法の性能を評価するため、最もポアソン強度の高いリンクから順に s_l を配置する、すなわち最も壊れる可能性の高いリンクを優先して選び s_l を配置するという単純な手法との比較実験を行った。実験に使用する問題例は、表 1 に示すノード数とリンク数からなるランダムネットワークの問題例各 100 問である。各問題例のポアソン強度 λ_k は、 $0 < \lambda_k < 1$ の範囲でランダムに設定した。実験は Java で実装したシミュレータ上で行った。代替リンク配置計画を解く SAT ソルバーには、MiniSAT 2.2.1[Eén 03] を使用した。

表 2 に実験結果を示す。数字はネットワークが非連結となるまでの平均ラウンドを表す。なお、参考として代替リンクが無い場合にネットワークが非連結となるまでの平均ラウンドも併せて表記した。全ての問題例において、提案手法が比較手法よりもネットワークの非連結化を先延ばしできていることがわかる。

ここで、代替リンク 1 個あたりの補強の効率について検証する。代替リンクが 3 個固定された後に非連結化するのと、代替リンクが 1 個だけ固定されて非連結化するのとでは、代替リンク 1 個あたりに対する非連結化防止の貢献度（効率）が異なるものと考えられる。また、自由に再配置できる代替リンクの数が多いうことは、さらに非連結化の時刻を先延ばしできる可能性が高まると考えられる。そこで、効率 E を次のように定義する。

$$E = \frac{r_n - r_s}{s'}$$

ここで、 r_n は代替リンクによる補強が無かった場合に非連結化するラウンド、 r_s は実際に非連結化したラウンド、 s' は非連結化したラウンドまでに固定された代替リンクの数である。

表 1: 実験に使用した 2 種類の問題例と各番号

問題番号	ノード数	リンク数	代替リンク数
1	10	20	3
2	20	40	3
3	20	60	3
4	20	80	3
5	40	80	3

表 2: ネットワークが非連結化となるまでの平均ラウンド

問題番号	提案手法	比較手法	代替リンク無し
1	12.65	11.06	8.77
2	17.18	12.85	10.83
3	37.50	32.61	29.46
4	57.28	50.13	47.25
5	21.50	17.72	14.34

表 3: 固定された代替リンクの数と補強の効率

問題番号	提案手法		比較手法	
	固定数 s'	効率 E	固定数 s'	効率 E
1	1.81	2.14	2.99	0.77
2	1.07	5.93	2.42	0.74
3	1.79	4.49	3.00	1.05
4	2.14	4.68	3.00	0.96
5	0.63	11.37	2.62	1.29

表 3 にその結果を示す。表 3 より、提案手法の方が比較手法に比べて固定される代替リンクの数が少なく、かつ非連結化までのラウンドが長いので、代替リンクの利用効率が高いことがわかる。

5. まとめと今後の課題

ネットワークが非連結化する原因を基本カットセットを用いて表現し、脆弱度という概念を用いてそのリスクを算出した。また、SAT 問題を用いて、脆弱度に対して確率的に頑健な代替リンク配置を求めるアルゴリズムを提案した。シミュレーション実験を行った結果、単純な代替リンクの配置手法に比べて、提案手法の方がネットワークの連結性の維持に優れており、かつ代替リンクの利用効率が高いことが分かった。

今回は人工的に作成したネットワークを対象としたが、現実には存在する様々なネットワークに関して本研究の成果を適用できるよう拡張を行うことが今後の課題である。また、ネットワークの連結性に関する先行研究手法と本手法との比較を行い、本手法の改善を図る。

参考文献

- [Eén 03] Eén, N. and Sörensson, N.: An Extensible SAT-solver, in *Proceedings of 6th International Conference on Theory and Applications of Satisfiability Testing (SAT-2003)*, pp. 502–518 (2003)
- [伊藤 12] 伊藤 勝悟, 朝香 卓也: ノード位置交換によるモバイルセンサネットワークの寿命長期化, 電子情報通信学会技術研究報告. USN, ユビキタス・センサネットワーク, Vol. 111, No. 386, pp. 43–48 (2012)
- [伏見 87] 伏見 正則: 確率と確率過程, 講談社 (1987)