

複雑ネットワークの自己組織化メカニズム—同質原理の正体

Self-organization Mechanism of Complex Networks - The Nature of Homophily

石川 孝

Takashi Ishikawa

日本工業大学

Nippon Institute of Technology

The paper aims to clarify the nature of the homophily principle as a self-organization mechanism which causes emergence of community structure in complex networks and describes a generalized adaptive voter model based on the models in the preceding works as well as its preliminary evaluation.

1. はじめに

複雑ネットワーク研究の重要な課題の1つは、その特異的な構造がなぜ、どのように生じるかを明らかにすることである。この研究課題は一般に複雑ネットワークの自己組織化と呼ばれ [Boccaletti 2006], ノードの状態とネットワークのトポロジーが相互発展する相互発展ネットワーク [Fernando 2009] や適応的ネットワーク [Gross 2009] の研究において多くの知見が得られている。社会ネットワークの分野では、ネットワークにおけるコミュニティ構造を創発する基本原理として同質原理 [McPherson 2001] が知られている。同質原理とは、「似た人同士はつながりやすい」という人間の傾向である [石川 2013]。この原理によれば、社会ネットワークのコミュニティ構造を人間の凝集性によって説明できそうであるが、なぜ時間的に安定なコミュニティが複数できるのかは、これまでの研究では十分に説明されてはいない。

本研究は、同質原理によるネットワークダイナミクスを形成化して、数学的なモデルの性質としてコミュニティ構造を創発する複雑ネットワークの自己組織化メカニズムを導くことを目的とする。社会学における同質原理の定性的な表現を厳密な数学モデルとして表現することが目標である。これによってネットワークの自己組織化に対する同質原理の正体を明らかにする。この目的に対して本研究は、ネットワークの自己組織化を要素間の相互作用によって説明する統計物理学のアプローチ [石川 2009] をとる。このため、コミュニティ構造を創発する最も単純な数学モデルの1つである適応的投票者モデル [Holme 2006] を用いて、同質原理のどのような側面がコミュニティ構造を創発する条件であるかを解析する。

本論文は、まず第2章で適応的投票者モデルに関する先行研究を紹介し、つぎに本研究で目標とする同質原理の正体を導くための適応的投票者モデルを一般化して形式化する。そして、このモデルの基本的性質を解析する予備実験とその結果についての考察を述べ、最後に本論文のまとめと今後の課題を述べる。

2. 先行研究

2.1 相互発展ネットワーク上の意見ダイナミクス

[Vazquez 2013] は、社会における意見形成のダイナミクスについての最近の研究をサーベイしている。意見ダイナミクスにおいて、2つの等価な意見の間の競争を調べるために、投票者モ

デルと閾値モデルがよく研究されている。投票者モデルでは、個人はランダムな隣人の意見を採用し、閾値モデルでは、反対の意見をもつ隣人の数がある与えられた閾値を超えたときにだけ意見を変える。このサーベイは、最近研究されている相互発展または適応的ネットワーク上のこれらのモデルのいくつか変形について概要を与えている。これらの研究では、意見とネットワークの相互発展がどのようにしてマクロなパターンを創発し、静的なネットワークには見られない意見の安定または準安定な共存やネットワークのコミュニティへの断片化が報告されている。そして、これらの現象の起こりやすさは、意見拡散とネットワーク適応プロセスの相対速度に依存する。単一意見の一致は意見がネットワークの発展より速く拡散するときに起こり、一方、適応の方が速いネットワークは同じ意見の個人からなる静的または時として動的なコミュニティに分離する。さらに、このサーベイは、相互発展ネットワークのダイナミクスを記述する平均場アプローチの性能と限界について論じている。

複雑ネットワークの初期の研究は、個人間の相互作用ネットワークのトポロジーが拡散ダイナミクスの間に変わらないままであると考えたが、人間の相互作用ネットワークは時間とともに変わることが観察されている。最も単純な場合にはネットワークのダイナミクスが拡散現象とは独立であるかもしれないが、両方のダイナミクスは現実においては結合している。すなわち、個人の決定は社会的圧力のメカニズムを通じて隣人によって影響され、かつ個人は同質原理によって類似な他人との新しいつながりを作ったり、逆に幅広いグループとのつながりを作ったりする傾向をもっている。これらの傾向は、ネットワークのノード（個人を表す）の状態と、リンク（相互作用を表す）のトポロジー（つながり方）の間のフィードバックループを作り、非常に豊富で複雑なダイナミクスを生じる。このような性質を示すネットワークは相互発展ネットワークまたは適応的ネットワークと呼ばれている [Gross 2008]。相互発展ネットワークは、社会科学の他にも、生物学、生態学、伝染病学、ゲーム理論、神経/免疫システム、および通信のような多くの研究分野に現れている。対象となるすべてのシステムは、マクロレベルでのつぎの共通の特徴をもっている。

- 臨界挙動に向かう自己組織化
- 複雑なトポロジーの形成
- 静的ネットワークよりも複雑な挙動
- 均質な集団からの特別なノードの創発

[Vazquez 2008] は、同質原理に基づくリンクつなぎ替えをもつ投票者モデルを研究した。このモデルは、ノードの取りうる状態が2つで、リンク数が保存されるために特に単純である。各ステップで、1つのノード i とその隣人の1つ j がランダムに選ばれ

る。それらが同じ状態ならば何も起きない。さもなくば、確率 p でノード i は j とのリンクを、 i と同じ状態をもつ他の 1 つのランダムに選ばれたノードにつなぎ替えるが、相補的確率 $1 - p$ でノード i が j の状態をコピーする。この結果、ネットワークの発展と意見の拡散との競合がネットワークの断片化を導く。すなわち、2 つのプロセスの割合の比 $p / (1 - p)$ がある閾値より大きいとき、つまりネットワークの発展がノード状態の拡散より速いと、ネットワークは最終的に同じような大きさの 2 つの断片に分かれる。反対に、比 $p / (1 - p)$ が閾値より小さいとき、ネットワークは 1 つのコンポーネントになるまで連結のままである。この断片化転移は相互発展ネットワークの多くのモデルに特有であり、モデルの詳細にはよらない。

2.2 相互発展ネットワークにおけるコミュニティ構造の創発と持続

[González-Avella 2014]は、ネットワークにおける適応的なリンクつなぎ替えのプロセスを研究するための一般的な枠組みを提案して、相互発展ネットワークにおいてどのようにコミュニティ構造が創発し持続するかを示した。その結論は、コミュニティ構造の創発が、i) ノード状態の多様性、および ii) ノード状態を考慮したノード間のつなぎ替えという 2 つの成分を必要とするということである。この枠組みは、ノードの状態変化を投票者モデルによって記述し、適応的つなぎ替えのプロセスをノード間のリンクの切断と接続という 2 つの動作で記述する。そしてこの研究は、リンクの総数が保存するつなぎ替えプロセスに焦点を当て、系の集団行動をリンクの切断と接続を特徴付ける 2 つのパラメータの空間で調べた。

コミュニティのような特徴的なトポロジー構造がランダムまたは特徴のないネットワークから創発するには、ノード間の相互作用を表すリンクの性質を変更する何らかのダイナミカルプロセスが必要である。このプロセスは一般にリンクつなぎ替えプロセスと呼ばれている。上記の文献の著者らの考えでは、リンクつなぎ替えプロセスは、局所的なトポロジーの考慮に基づくものと、ノードの状態に依存するものに区別される。前者のトポジカルなつなぎ替えプロセスは、スケールフリーネットワークやスモールワールドネットワークの起源を説明するために使われてきた。他方、最近、トポロジーと状態の間の結合を示すネットワークを研究することに多くの関心がある。多くの場合、ネットワークのトポロジーの変更は、ノード状態のダイナミクスのフィードバック効果として起こる。つまり、ネットワークはノード状態の発展に応じて変化し、逆にそれはネットワークの変更を決定する。

一般的に、適応的つなぎ替えプロセスにおける切断と接続の動作は、ノードの状態を比較する何らかのメカニズムに基づいている。このメカニズムは、同じ状態にあるノード間のリンクを切断する確率 $d \in [0, 1]$ と、同じ状態にある 2 つのつながっていないノードを接続する確率 $r \in [0, 1]$ という 2 つのパラメータによって特徴付けられる。対 (d, r) のパラメータ空間によって、これまでの文献で扱われてきた多くの適応的つなぎ替えプロセスが分類できる。ノード状態によらないノード間のランダムなつなぎ替えは、値 $d = r = 0.5$ によって記述され、それはトポジカルなつなぎ替えとして分類できる。さらに、適応的つなぎ替えプロセスの特定のモデルは、特定の結合条件またはつなぎ替え関数 $r = f(d)$ を定式化することによって、 (d, r) 平面上で表すことができる。ソーシャルダイナミクスの文脈では、同質性(同じ状態のノードと相互作用する傾向)と異質性(異なる状態のノードと相互作用する傾向)の現象が (d, r) 平面上で自然に記述される。

上の仮定に基づいて適応的つなぎ替えプロセスに対する一般的なモデルを形式化するため、平均次数 k をもつ N 個のノ

ードからなる無向ランダムネットワークを初期状態として考える。ノード i の隣人の集合を v_i とし、それは k_i 個の要素からなる。簡単のためにノード状態変数は離散的で G 個の選択肢をもつとし、ノード i の状態変数を g_i と書く。状態 g_i は最初に一様分布でランダムに割り当てられる。このネットワークの相互発展はつぎのステップを反復することによって定義される。

- (1) $k_i > 0$ であるようなノード i をランダムに選ぶ。
- (2) つなぎ替えプロセス (d, r) の動作を適用する: i とその隣人 $j \in v_i$ の間の条件 d を満たすリンクを切断し、代わりに i とノード $l \notin v_i$ の間に条件 r を満たすリンクを接続する。
- (3) ノード状態変化のプロセスを適用する: $g_i \neq g_m$ であるような 1 つのノード $m \in v_i$ をランダムに選んで $g_i \leftarrow g_m$ とする。

$N / G = 10$ に固定した実験 ($N = 200, < k_i > = 4$) の結果、 (d, r) 空間で 2 つの主な相が見られた (図 1a)。1 つはほとんどのノードが大きな連結ネットワークを形成する連結相 (I_a) で、もう 1 つは同じ状態の小さい非連結部分によって形成される断片化相 (II) である。これら 2 つの相の間でコミュニティ構造が創発し、1 つの大きな連結ネットワーク上で多様な状態が準安定的に共存するパラメータの領域が発見された (I_b)。また、ノードダイナミクスが存在しなくてもコミュニティ構造が創発することが示された (図 1b)。

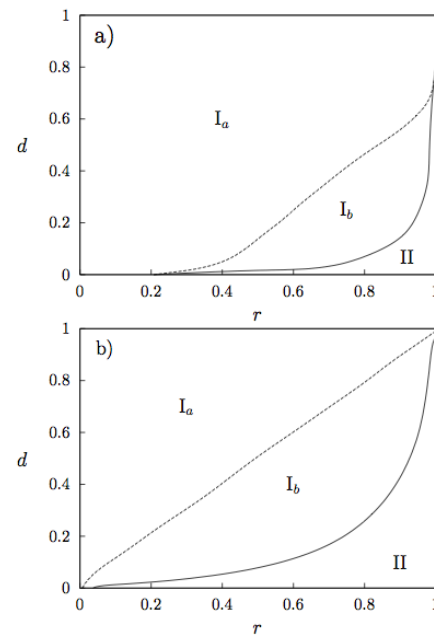


図 1. (d, r) 空間上の相図 [González-Avella 2014]

2.3 発展するソーシャルネットワークにおける分離の創発

[Hery 2011]は、これまでの研究における同質性の仮定ではなく、個人が自分と類似しない人とのつながりを弱く嫌悪することを仮定した相互発展ネットワークのモデルを導入した。このモデルは Schelling の居住分離モデルを基礎として、ネットワーク分離の一般モデルを構成した。Schelling モデルは同質性の引き込み側面がネットワーク分離の創発の必要条件ではないかもしれないことを示唆する。むしろ、類似しない隣人からの緩やかな離反が、新しい隣人のランダムな選択と結合して、分離したネットワークを生成するのに十分であるかもしれない。この論文では、個人が類似な人とのつながりを作る強い選好(同質性)をもたずに、逆に類似しない隣人とのつながりを切ることに對する小さい離反バイアスを仮定する数学的なマルコフモデルを導入し

た。この論文は、任意の初期ネットワークポロジータが与えられたとき、モデルのプロセスの下で分離したネットワークが創発することを解析的に証明した。このことは、Schelling の元のモデルと同じく、離反プロセスが属性の近い個人からなる分離したネットワーク構造の創発を説明するのに十分であることを示している。

この論文におけるネットワーク発展プロセスはつぎの通りである。ネットワーク発展は、リンクの切断と続いて起こる切断したリンクのランダムなつなぎ替えという確率的なプロセスによって起こる。これは、各時間ステップでランダムなリンクを選択することによってモデル化される。つぎに、そのリンクでつながる 2 つのノードの類似度を評価して、離反バイアスに基づいてリンクを切断するか維持するかを選択を行う。リンクを切断するときは、1 つのノードをランダムに選択して、切断するリンクの両端ノードのいずれかとの間に等しい確率でリンクをつなぎ替える。これによってネットワークにおけるリンクの総数は一定であるが、次数分布は動的に変わらう。このモデルでは、つながったノード間の属性の類似度の分布が時間的に定常な分布に常に収束し、その定常分布は初期ネットワークの構造や離反バイアスのレベルには依存しない。

2.4 相互発展ネットワークの自己組織化

上述の相互発展ネットワークに関する先行研究における自己組織化についての知見をまとめると以下のようになる。

(1) ノード状態に依存するリンクつなぎ替え

いずれの先行研究もネットワークの発展、すなわちポロジータの変化を起こすリンクつなぎ替えのルールを関連するノードの状態によって記述している。その多くは、状態の類似するノードがよりつながりやすくなる同質原理に基づいている。したがって、同質原理がネットワークの自己組織化のメカニズムであると考えられているが、同質原理のパラメータと自己組織化との一般的な関係は明らかにされていない。

(2) 断片化転移

先行研究のモデルに共通する特徴は、パラメータのある範囲においてネットワークが非連結な部分ネットワークに分かれる断片化転移が起こることである。この断片化の原因はモデルに仮定された同質原理であるが、同質原理のパラメータと断片化転移との関係はやはり明らかにされていない。

(3) コミュニティ構造の創発

一部の先行研究では、断片化転移における連結相と断片化相の間に、準安定なコミュニティ構造が創発することが発見されている。コミュニティ構造の創発は同質的なリンクを切断する確率と接続する確率のある一定に範囲で起こることが指摘されているが、同質原理の他のパラメータである社会的影響に相当するノードの状態変化の速さとの関係は明らかになっていない。

3. 一般化適応的投票者モデル

本章は、投票者モデルを基礎とする相互発展ネットワークに関する先行研究で提案された上述のモデルの性質を包含するより一般的な一般化適応的投票者モデルについて述べる。このモデルの目的は、コミュニティ構造を創発する同質原理の条件を調べて、複雑ネットワークの自己組織化メカニズムとしての同質原理の正体を明らかにすることである。

一般化適応的投票者モデルのネットワークは、一定のノード数 N の無向単純グラフとする。ノードは一般に離散的な状態をもつとする。モデルを単純化するためにリンク数 M も一定とする制約を設ける。この制約は、後述するように、リンクつなぎ替えのアルゴリズムに特別な条件を課す。相互発展ネットワークの特徴であるノードの状態変化とリンクのつなぎ替えの 2 つのプロセスは、独立した確率過程としてモデル化する。ノードの状態変化は同質原理における誘導的同質性(つながりによって人が似ること)に対応し、リンクのつなぎ替えは選好的同質性(似た人同士はつながりやすいこと)に対応する[石川 2013]。研究の仮説は、これら 2 つのプロセスの相互のフィードバックがコミュニティ構造の創発を促進すること、すなわちノードの状態変化の役割を明らかにすることである。

モデルのダイナミクスを記述するアルゴリズムは、与えられた初期ネットワークから始めて、つぎの 3 つのステップを反復する。

(1) ノードをランダムに 1 つ選択する。

(2) そのノードの状態変化を確率 p で実行する。

(3) そのノードについてリンクつなぎ替えを確率 q で実行する。

ノードの状態変化(2)のアルゴリズムは、選択されたノード i の隣人 $j \in v_i$ (v_i は隣人集合を表す)をランダムに 1 つ選択して、 i と j の状態が異なれば、 i の状態を j と同じ状態に変更する。リンクつなぎ替え(3)のアルゴリズムは、選択されたノード i の隣人 $k \in v_i$ (k は j と同じでもよい)をランダムに 1 つ選択して、 i と k の状態が異なれば、確率 d でリンク(i, k)を切断する。さらに、確率 r で i と状態が同じノード $l \neq i$ を 1 つ選択し、さもなくば相補的確率 $1 - r$ で i と状態が異なるノード $l \neq i$ を 1 つ選択して、リンク(i, l)を接続する。 l は j と同じでもよいので、結果的につなぎ替えが起こらないことがある。値 $d = r = 0.5$ は、ランダムなリンクつなぎ替えを表す。値 $d = 0$ かつ $r = 1$ は、最も強い選好的同質性を表す。このモデルの確率過程は 4 つのパラメータ p, q, d, r によって決定される。

4. 予備実験

上述の一般化適応的投票者モデルが先行研究と同様の断片化転移とコミュニティ構造の創発を起こすことを実験によって確認した。実験は NetLogo を用いたエージェントベースシミュレーションにより行う。断片化転移に対する秩序パラメータは最大コンポーネントサイズのノード数との比 S とし、コミュニティ構造の創発に対してはモジュラリティ Q (同じ状態のノード間のリンクの割合)の初期ネットワークとの差 ΔQ とする。

まず、断片化転移の確認は、先行研究によってノードの状態変化がなくても ($p = 0$) 断片化転移が起こることが知られているので、最も強い選好的同質性 ($d = 0, r = 1$) を仮定して、ネットワークの状態が安定する時間ステップ $t = 100000$ での S とリンクつなぎ替え確率 q との関係調べた(図 2)。この結果、連結相と断片化相(2 つの連結部分)が存在することが確認された。

つぎに、コミュニティ構造の創発の確認は、先行研究によって少なくとも $d < r$ の条件が必要であること(図 1)が知られているので、ノードの状態変化とリンクつなぎ替えを対等に起こすように $p = q = 1$ とし、同質リンク切断がランダムである $d = 0.5$ として、モジュラリティ変化 ΔQ と同質リンク接続確率 r との関係調べた(図 3)。この結果、これらの条件においては、 $r > 0.8$ において ΔQ が急激に増加するコミュニティ構造の創発が確認された。この $N = 200, G = 2$ の実験では、ノード状態の多様性が不足するためにコミュニティ構造が創発したネットワークのクラスタ係数は小さいが、先行研究の $N/G = 10$ と同じ条件の $N = 20$ とするとクラスタ係数が大きいことが確認された。

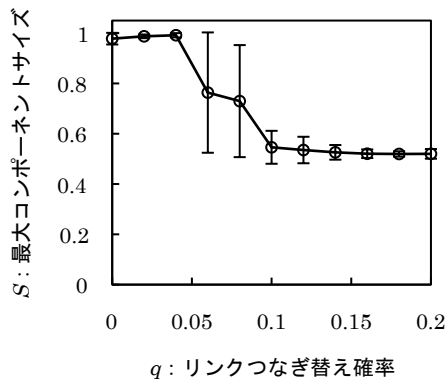


図 2. ネットワークの断片化

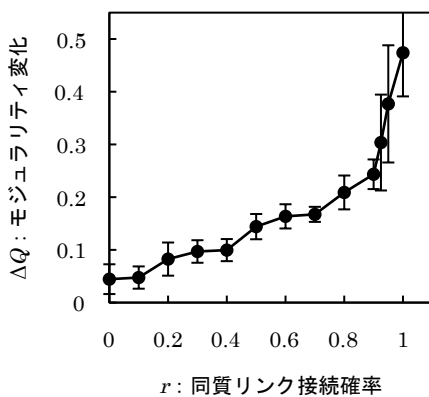


図 3. コミュニティ構造の創発

5. 考察

予備実験の結果、投票者モデルを基礎とする相互発展ネットワークモデルの共通の特徴である断片化転移とコミュニティ構造の創発が本論文で提案した一般化適応的投票者モデルで起こることが確認できた。この結果は提案モデルが先行研究におけるやや個別的なモデルの一般化になっていることの傍証である。また、先行研究が同質原理をモデルの一部として他の要素と合わせてモデル化していたのに対して、提案モデルは同質原理の要素だけを単純な投票者モデルに組み込んでいるために、コミュニティ構造を創発する同質原理の条件を調べることに効果的である。この提案モデルによって、先行研究では明らかにされていないコミュニティ構造を創発する同質原理の条件を調べるのが今後の課題である。

6. おわりに

本論文は、複雑ネットワークの自己組織化メカニズム、特にコミュニティ構造を創発する同質原理の条件を明らかにすることを目的として、投票者モデルを基礎とする相互発展ネットワークに関する先行研究で提案されたモデルを包含する一般化適応的投票者モデルとその予備的な評価について述べた。このモデルは、同質原理を定式化する 4 つの確率パラメータによって支配されるので、コミュニティ構造が創発するパラメータの範囲を調べることによって、複雑ネットワークの自己組織化メカニズムとしての同質原理の正体を一般的に明らかにすることが期待される。

参考文献

- [Boccaletti 2006] Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M., Hwang, D.-U.: Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports*, Volume 424, Issue 4-5, p. 175-308. 2006.
- [Fernando 2009] Fernando, V-R: *Complex Social Networks*. Cambridge University Press, 2007.
- [González-Avella 2014] González-Avella, J.C., Cosenza, M.G., Herrera, J.L., Tucci, K.: Emergence and persistence of communities in coevolutionary networks. *chaos*, (2014) (Submitted).
- [Gross 2008] Gross, T., Blasius, B. Adaptive coevolutionary networks: a review. *J. R. Soc. Interface* 5(20):259-271, 2008.
- [Gross 2009] Gross, T, Sayama, H (Eds.): *Adaptive Networks - Theory, Models and Applications*. Springer, 2009.
- [Hery 2011] Henry, A.D., Pralat, P., Zhang, C-Q.: Emergence of segregation in evolving social networks PNAS May 24, 2011 108: 8605-8610.
- [Holme 2006] Holme, P., Newman, M. E. J. Nonequilibrium phase transition in the coevolution of networks and opinions. *Phys. Rev. E* 74, 056108. 2006.
- [McPherson 2001] McPherson, M., Smith-Lovin, L., Cook, J. M.: Birds of a Feather: Homophily in Social Networks. *Annual Review of Sociology* 27(1):415-444. 2001.
- [Vazquez 2008] Vazquez, F., Eguiluz, V.M., San Miguel, M.: Generic absorbing transition in coevolution dynamics. *Phys. Rev. Lett.* 100, 108702, 2008.
- [Vazquez 2013] Vazquez, F.: Opinion Dynamics on Coevolving Networks. In book *Dynamics On and Of Complex Networks*, Volume 2, Springer, pp. 89-107, 2013.
- [石川 2009] 石川 孝: 成長するネットワーク上の協調モデル-物理学と社会学の接点. 人工知能学会全国大会 JSAI2009.
- [石川 2013] 石川 孝: 同質原理に基づくネットワークダイナミクスをもつ情報伝播モデル. 人工知能学会全国大会 JSAI2013.