

人工市場を用いたマーケットメーカーのスプレッドが市場出来高に与える影響の分析

Analysis of the Market Makers Spread's Impact to Markets Volume Shares using an Artificial Market

草田 裕紀 *1
Yuki Kusada

水田 孝信 *1*2
Takanobu Mizuta

早川 聡 *3
Satoshi Hayakawa

和泉 潔 *1*4
Kiyoshi Izumi

吉村 忍 *1
Shinobu Yoshimura

*1東京大学大学院 工学系研究科
School of Engineering, The University of Tokyo

*2スパークス・アセット・マネジメント株式会社
SPARX Asset Management Co. Ltd.

*3日本取引所グループ 東京証券取引所
Japan Exchange Group, Inc., Tokyo Stock Exchange, Inc.

*4科学技術振興機構 CREST
CREST, JST

We built an artificial market model and investigated for market maker's spread to share of the market's volume. If there is a market maker in a minor market, we found that share of the major market's volume transferred to the minor market. Although market maker's spread was wider than the average of major market's bid-offer-spread, share of the major market's volume transferred to the minor market and the speed of transfer from the major market to the minor market depended on the market maker's spread. We also analyzed the mechanism and revealed it.

1. はじめに

近年、米国や欧州を中心に情報通信技術を駆使しコストの低廉な取引市場が増加しており、伝統的な取引市場と出来高（売買取引の数量）のシェアを分け合うまでになり^{*1}、同一銘柄の株式が複数の取引市場において取引され、その是非が活発に議論されている。日本においても、私設取引システムが出現し、徐々に取引高を伸ばしている^{*2}。

また取引市場間の出来高シェアを決める要因には、取引制度として、マーケットメーカー制度、ティックサイズ（注文価格の最小単位）の細かさ、取引時間、決済方法、取り扱う注文の多様性などがあり、取引システムとしては、高速性^{*3}、システムの安定性など様々である。その中でも売りと買いに同時に高頻度で注文する戦略を取るマーケットメーカーについての研究として実証分析 [Hagstrmer 13] や人工市場モデル^{*4}を用いたシミュレーション研究 [Wang 13] がある。しかしマーケットメーカーが取引市場間のシェアに与える影響を分析した研究は多くない。どのようなマーケットメーカーが出来高シェアを奪うことが出来るのか、実証研究だけで分析を行うのは困難が伴う。というのも、試したことがないマーケットメーカーの提示スプレッドや過去にないティック・サイズが導入された場合の分析ができない上、シェアの推移にはさまざまな要因が複雑に関わっており実証研究ではマーケットメーカーの効果だけを取り出すのは困難だからである。

本研究では、人工市場モデルを用いたシミュレーションを行い、マーケットメーカーの有無と初期の出来高シェアのみが異なる2つの取引市場におけるシェアの移り変わりを分析した。その結果、シェアが取れていない取引市場 B にのみ指値注文を出すマーケットメーカーのビット・オファー・スプレッド θ

はメインの取引取引市場 A のビット・オファー・スプレッドの平均値 $\bar{\theta}_A$ より大きな値でもシェアを奪うことが出来ることが分かった。またそのシェアを奪うメカニズムについて言及した。以後2節で本研究で用いた人工市場モデルを説明し、3節でシミュレーション結果、4節で結果と今後の課題を述べる。

2. 人工市場モデル

本研究では [水田 13b] の人工市場モデルをベースに、新たにマーケットメーカーの役割を果たすエージェントを加えてモデルを構築した。[Chiarella 09] では、シンプルでありながら、実証分析で得られた長期間に存在する価格変動の統計的性質を再現できるエージェントモデルの構築に成功している。[水田 13b] では、[Chiarella 09] のモデルでは再現されていなかった、注文の成約率（約定率）、注文のキャンセル率といった高頻度取引にかかわる統計量が再現した。人工市場モデルを用いたシミュレーション研究は、実際の市場にみられる多くの統計的性質 (stylized fact^{*5}) を再現したり規制の効果を検証したりと、多くの成果をあげている^{*6}。一方で、多くの人工市場モデルはパラメータが多すぎて複雑すぎるという指摘もされている ([Chen 09])。なぜなら、モデルの妥当性は実証分析で得られている fat-tail^{*7} や volatility-clustering^{*8} といった代表的な stylized fact が再現できるかどうかで評価されるが、モデルを複雑にしても多くの場合は、再現できる stylized fact の種類が増えたり再現の精度が上がったりしないからである。そのため本研究においても [水田 13b] と同様に、分析目的を果たせる範囲内でなるべくシンプルなモデルの構築を行った。

本モデルは1つの株式のみを取引対象にし、また2つの取引市場 A と取引市場 B で取引できる場合をモデル化した。価格決定メカニズムは、ザラバ方式（連続 double auction 方式）^{*9} とした。取引主体として n 体のスタイライズドトレーダー

連絡先: 草田 裕紀, 東京大学大学院 工学系研究科,
yuki.kusada2@gmail.com

*1 海外の取引市場の競争状況を報告したレポートとして [井上 07, 井上 09, 深見 12]。

*2 日本における最近の PTS の動向をレポートしたものとして [大崎 12]。

*3 取引市場間の競争における高速化の重要性についての解説に [水田 12] がある。

*4 関連研究として [Thurner 12, 水田 13a, 水田 13b] など多数。

*5 [Cont 01] に整理されている。

*6 優れたレビューとして [LeBaron 06, Chen 09]。

*7 価格の騰落率の尖度がプラスであること。

*8 価格の騰落率の標準偏差が自己相関を持つこと。

*9 売り手と買い手の双方が価格を提示し、売り手と買い手の提示価格が合致するとその価格で直ちに取引が成立する方式。[Friedman 93, 東京 12] 参照。

と1体のマーケットメーカーが存在する。本モデルの価格決定メカニズムはザラバ方式であるため、買い(売り)注文の場合、注文価格より安い(高い)注文が既に存在すれば最も安い(高い)売り(買い)注文と即座にマッチングされ取引が成立する。本研究ではこれを、成行注文と呼ぶ。マッチングする注文がなければ注文を残す。本研究ではこれを指値注文と呼ぶ。指値注文は時刻 t_c 経過してもマッチングされなかった場合に、キャンセルされる。なお、各スライズドトレーダーは資産を何単位でも買うことができ(キャッシュが無限大)、空売りも自由に行うことができる。

スライズドトレーダーは番号 $j = 1$ から順番に $j = 2, 3, 4, \dots$ と発注を行う。最後のスライズドトレーダー $j = n$ の発注後、次の時刻には、また初めのスライズドトレーダー $j = 1$ から発注を繰り返す。時刻 t は1体のスライズドトレーダーが発注するごとに1増える。つまり、発注しただけで取引が成立しない場合も時刻が進む。スライズドトレーダー j は注文価格、売り買いの別を以下のように決定する。時刻 t におけるスライズドトレーダー j の期待リターン $r_{e,j}^t$ を、

$$r_{e,j}^t = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 w_{i,j}} \left(w_{1,j} \log \frac{P_f}{P_{t-1}} + w_{2,j} r_{h,j}^{t-1} + w_{3,j} \epsilon_j^t \right) \quad (1)$$

とする。ここで、 $w_{i,j}$ はスライズドトレーダー j の i 項目の重みであり、それぞれ0から $w_{i,max}$ まで一様乱数で決める。 P_f は時間によらず一定のファンダメンタル価格、 P^t は時刻 t での取引価格(当該時刻に取引が成立しなかった場合には、時刻をさかのぼって最後に取引が成立した価格とし、時刻 $t = 0$ では $P^t = P_f$ とする)、 ϵ_j^t は時刻 t 、スライズドトレーダー j の乱数項であり、平均0、標準偏差 σ_ϵ の正規分布乱数である。 $r_{h,j}^t$ は時刻 t にスライズドトレーダー j が計測した過去リターンであり、 $r_{h,j}^t = \log(P^{t-1}/P^{t-\tau_j})$ である^{*10}。ここで τ_j はシミュレーション開始時に1から τ_{max} までの一様乱数でスライズドトレーダーごとに決める。式(1)の第1項目はファンダメンタル価格と比較して安ければプラスの期待リターンを、高ければマイナスの期待リターンを示す、ファンダメンタルな投資家の成分である。第2項目は過去のリターンがプラス(マイナス)ならプラス(マイナス)の期待リターンを示す、テクニカルな投資家の成分であり、第3項目はノイズを表している。期待リターン $r_{e,j}^t$ より期待価格 $P_{e,j}^t$ は、

$$P_{e,j}^t = P^{t-1} \exp(r_{e,j}^t) \quad (2)$$

で求まる。注文価格 $P_{o,j}^t$ は平均 $P_{e,j}^t$ 、標準偏差 P_σ の正規分布乱数で決める。ここで、 P_σ は定数である。そして、売り買いの別は期待価格 $P_{e,j}^t$ と注文価格 $P_{o,j}^t$ の大小関係で決める。すなわち、

$$\begin{aligned} P_{e,j}^t > P_{o,j}^t &\text{なら 1 単位の買い} \\ P_{e,j}^t < P_{o,j}^t &\text{なら 1 単位の売り} \end{aligned} \quad (3)$$

とし、注文数量は常に1単位に固定する。本研究では、1つの株式を2つの取引市場で取引できる場合を調べた。2つの取引市場はマーケットメーカーの有無と、以下に述べる出来高(売買取引が成立した数量)のシェア W_A, W_B の初期値以外は全く同じである。2つの取引市場 A, B がある場合、各スライズドトレーダーはどちらの取引市場に注文を出すかを決定する必要がある。それを注文を出すごとに判定するようにした。買い(売り)注文の場合、取引市場 A, B ごとに最も安い(高

い) 売り(買い)注文を探す。取引市場 A, B の最良価格が異なり、かついずれかの取引市場で成行注文となる場合は、より良い最良価格(買い(売り)注文の場合安い(高い)方の最良価格)を提示している取引市場に注文を出す。その他の場合、つまり2つの取引市場の最良価格が同じか、いずれの最良価格においても指値注文となる場合は、確率 W_A ,

$$W_A = \frac{T_A}{T_A + T_B} \quad (4)$$

で取引市場 A を選ぶ。ここで、 T_A は取引市場 A の過去 t_{AB} 期間の出来高、 T_B は取引市場 B のそれである。したがって取引市場 B を選ぶ確率 W_B は、確率 $W_B = 1 - W_A = T_B/(T_A + T_B)$ となる。また、時刻 t_{AB} に達するまでの W_A は出来高シェアの初期値として外から与える。

マーケットメーカーの注文方法として、各スライズドトレーダーが注文を行う間、つまり時刻 t と時刻 $t+1$ 間といったタイミングで、買いと売りに1単位ずつ取引市場 B にのみ指値注文を行う。これは現実のマーケットメーカーは高速で高頻度の売買を行っているためである。またマーケットメーカーが注文を出す際には、約定しなかった前回の買い注文と売り注文をキャンセルしてから注文を出し直すようにした。また取引市場にあるもっとも高い買い注文(もっとも安い売り注文)を最良買い気配(最良売り気配)と呼び、マーケットメーカーは注文を出す市場だけではなく、2つの取引市場の最良気配値を参照して価格決定を行うようにした。時刻 t における取引市場 A の最良買い気配を $P_A^{t,b}$ 、最良売り気配を $P_A^{t,s}$ 、取引市場 B の最良買い気配を $P_B^{t,b}$ 、最良売り気配を $P_B^{t,s}$ 、マーケットメーカー固有のスプレッドを θ とすると、時刻 t と時刻 $t+1$ の間に出すマーケットメーカーの買い注文価格 $P_{o,m}^{t,b}$ と売り注文価格 $P_{o,m}^{t,s}$ は、

$$\begin{aligned} P_{o,m}^{t,b} &= (\max\{P_A^{t,b}, P_B^{t,b}\} + \min\{P_A^{t,s}, P_B^{t,s}\} + P_f \times \theta) / 2 \\ P_{o,m}^{t,s} &= (\max\{P_A^{t,b}, P_B^{t,b}\} + \min\{P_A^{t,s}, P_B^{t,s}\} - P_f \times \theta) / 2 \end{aligned} \quad (5)$$

である。

3. シミュレーション結果

本研究では、[水田 13b] と同様の、以下のパラメータを用いた。[水田 13b] では、さまざまなパラメータを検討し妥当性検証を行った結果、これらのパラメータを決定している。スライズドトレーダー個体数 $n = 1000$ 、マーケットメーカー個体数1、ファンダメンタル成分への重みの最大値 $w_{1,max} = 1$ 、テクニカル成分への重みの最大値 $w_{2,max} = 10$ 、ノイズ成分への重みの最大値 $w_{3,max} = 1$ 、テクニカル成分を計算する際にさかのぼる最も過去の時刻 $\tau_{max} = 10000$ 、ノイズ成分の標準偏差 $\sigma_\epsilon = 0.06$ 、注文価格決定差の際の標準偏差 $P_\sigma = 30$ 、指値注文の最大有効期間 $t_c = 20000$ 、2つの取引市場における最良価格が同一の場合や指値注文場合の発注確率計算期間、及びその初期固定期間 $t_{AB} = 100000$ 、ファンダメンタル価格 $P_f = 1000000$ とした。これらのパラメータの組み合わせについて、複数条件での並行シミュレーションのプラットフォームである OACIS[Murase 14] を用いて、乱数系列を変えて10回ずつシミュレーション実験を行った。

次に取引市場が2つある場合のシェアの移り変わりを調べた。取引市場 A と取引市場 B は、初期の出来高シェアとマーケットメーカーの有無以外は全く同じである。図1は、取引市場 A の出来高のシェアの推移である。初期値として、 $W_A = 0.9$ と

*10 $t < \tau_j$ のときは $r_{h,j}^t = \log(P^{t-1}/P_f)$ とする

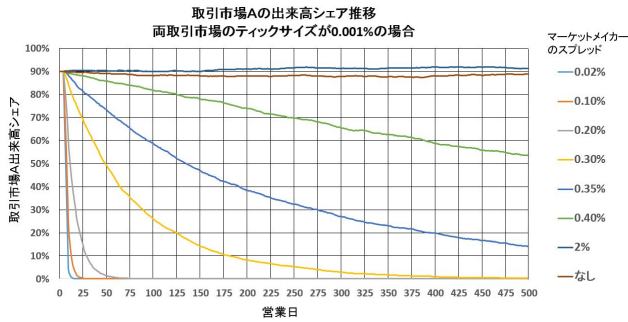


図 1: マーケットメイカーのスプレッド θ を様々に変化させた時の取引市場 A の出来高のシェアの推移 (両取引市場のティックサイズは 0.001%)。

し^{*11}, また取引市場 A と取引市場 B のティックサイズはファンダメンタル価格に対して $\Delta P_A = 0.001\%$, $\Delta P_B = 0.001\%$ とした。この時, マーケットメイカーのスプレッド θ を徐々に変化させて取引市場間のシェアの推移を観察した。図 1 より, マーケットメイカーのスプレッド θ は小さければ小さいほどシェアを奪うのにかかる時間が短くなることが分かる。

表 1 は, 両市場のティックサイズ $\Delta P_A\%$, $\Delta P_B\%$ とマーケットメイカーのスプレッド θ をさまざまに変化させた場合の 500 営業日後の取引市場 B の出来高シェアを表にしたものである。また下部に, マーケットメイカーが存在しない場合のシミュレーションから求めた取引市場 A と取引市場 B のビット・オファー・スプレッドの平均値を表示した。そして, 取引市場 A のビット・オファー・スプレッドを境界にして表を分割するように線を引いた。注目すべきは, 両方の取引市場のティックサイズが十分小さい場合, マーケットメイカーのスプレッド θ が取引市場 A のビットアスクスプレッド θ_A の平均値 $\bar{\theta}_A$ よりも大きい場合でもシェアを奪っている点である。

また, 表 2 は両市場のティックサイズ $\Delta P_A\%$, $\Delta P_B\%$ とマーケットメイカーのスプレッド θ を変化させた場合の全取引市場の総取引数に占めるマーケットメイカーの取引数の割合である。この表 2 にも表 1 同様に取引市場 A のビット・オファー・スプレッドの平均を境に線を引いた。表 3 から分かるように, 素早くシェアを獲得するにはよりマーケットメイカーがより多く約定に関与する必要がある, 取引割合があまりに小さいとシェアの推移が観察できない。このことからマーケットメイカーの存在によって流動性が高まり, 実際にマーケットメイカーの注文が約定することでシェアが推移していると判断できる。また取引市場のティックサイズは小さいほうがマーケットメイカーの全取引市場の総取引数に占めるマーケットメイカーの取引数の割合は高い。これは, 図 2 のようにティックサイズが小さければ希望の注文価格により近い価格で注文を出すことが出来るため, よりスプレッドをタイトに保つことが出来るのである。

データを分析すると, 通常はマーケットメイカーの注文は取引市場の最優先気配の外側にある場合が大半である。しかし, 取引市場 A の最優先買い気配がスタイライズドトレーダーによって約定され, 取引市場 A のビット・オファー・スプレッド θ_A が一時的に大きくなることもある。この時に, マーケットメイカーの注文が内側に入り, 約定するといった状況が確認されたのである。これらを繰り返すことでシェアの推移が起これと考えられる。これらのメカニズムを図 3, 4 にまとめた。

表 1: 両取引市場のティックサイズ $\Delta P_A\%$, $\Delta P_B\%$ とマーケットメイカーのスプレッド θ をさまざまに変化させた場合の 500 営業日後の取引市場 B の出来高シェア。

500営業日後の取引市場Bの出来高シェア		両取引市場のティックサイズ					
		0.0001%	0.001%	0.01%	0.1%	1%	
マーケットメイカーのスプレッド	0.02%	100%	100%	100%	100%	100%	65%
	0.1%	100%	100%	100%	100%	100%	60%
	0.2%	100%	100%	100%	100%	100%	60%
	0.3%	100%	100%	100%	94%	67%	67%
	0.35%	95%	86%	81%	15%	63%	63%
	0.4%	48%	46%	38%	23%	61%	61%
	2%	12%	9%	10%	6%	9%	9%
	なし	9%	11%	10%	4%	12%	12%
市場Aビット・オファー・スプレッド		0.16%	0.15%	0.15%	0.21%	1.01%	
市場Bビット・オファー・スプレッド		0.30%	0.28%	0.30%	0.36%	1.03%	

表 2: 両取引市場のティックサイズ $\Delta P_A\%$, $\Delta P_B\%$ とマーケットメイカーのスプレッド θ をさまざまに変化させた場合の全市場の総取引数に占めるマーケットメイカーの取引数の割合。

2つの取引市場の総取引数に対するマーケットメイカーの取引割合の平均		両取引市場のティックサイズ					
		0.0001%	0.001%	0.01%	0.1%	1%	
マーケットメイカーのスプレッド	0.02%	92.0%	91.7%	90.5%	35.9%	0.4%	0.4%
	0.1%	59.6%	59.0%	57.3%	34.9%	0.5%	0.5%
	0.2%	25.7%	23.1%	20.4%	5.4%	0.4%	0.4%
	0.3%	4.4%	3.7%	3.0%	1.2%	0.5%	0.5%
	0.35%	1.8%	1.3%	0.9%	0.1%	0.4%	0.4%
	0.4%	0.3%	0.3%	0.2%	0.1%	0.4%	0.4%
	2%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
	なし	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
市場Aビット・オファー・スプレッド		0.16%	0.15%	0.15%	0.21%	1.01%	
市場Bビット・オファー・スプレッド		0.30%	0.28%	0.30%	0.36%	1.03%	

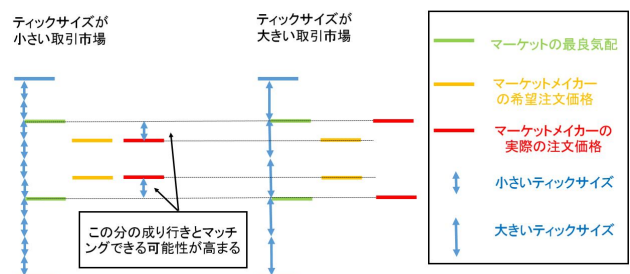


図 2: ティックサイズが小さい市場のほうがマーケットメイカーの取引関与率が高くなるメカニズム。

*11 初めの W_A を変えた場合でも本質的な結果は変わらなかった。

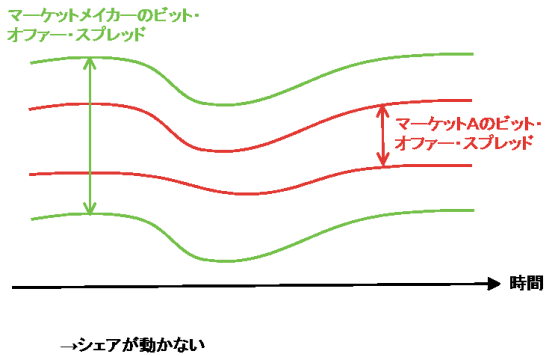


図 3: シェア変動メカニズム (平常時)。

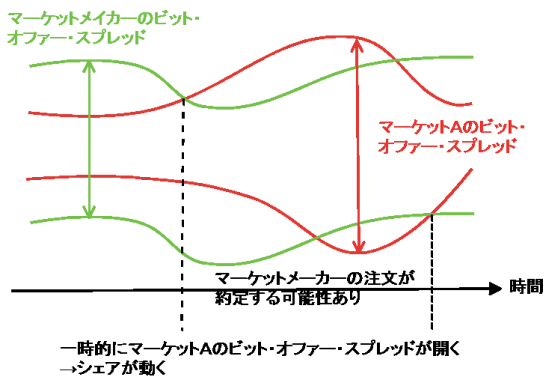


図 4: シェア変動メカニズム (マーケットメーカー約定時)。

大半は図 3 のような状態となっており、取引市場 A のビット・オファー・スプレッド θ_A はマーケットメーカーのスプレッド θ より小さい。しかし、一時的に図 4 のような取引市場 A のビット・オファー・スプレッド θ_A がマーケットメーカーのスプレッド θ を上回る場合がある。この期間はマーケットメーカーの注文が約定される可能性がある。しかし、もちろんマーケットメーカーの注文が取引市場 B の最良気配になっている必要がある。

マーケットメーカーの妥当性についても簡単に述べておく。今回用いたマーケットメーカーのモデルは非常にシンプルであり、また個体数も 1 体と設定した。現実世界のマーケットメーカーは多数存在する場合もあるが、シェアの推移がどの要因に作用されるのかを分かりやすくするためにあえてシンプルなモデルにした。またこのモデルに関して言えば、マーケットメーカーの個体数は大きな影響を及ぼさないとと言える。さらにマーケットメーカーの利得についても簡単に触れておく。マーケットメーカーの利得は基本的にプラスであるが、本研究のシミュレーションでは、ティックサイズが 1% より小さい場合はプラスであり、現実の金融市場でも存在可能なマーケットメーカーであると考えられる。

4. まとめ

本研究では、人工市場モデルを用いたシミュレーションを行い、マーケットメーカーの有無と初期の出来高シェアが異なる 2 つの取引市場がある場合、どのようにシェアが移り変わるかを分析した。シェアが取れていないマイナーな取引市場 B のみ指値注文を出すマーケットメーカーの提示するビット・オファー・スプレッド θ はメインとなっている取引取引市場 A

のビット・オファー・スプレッドの平均値 $\bar{\theta}_A$ より大きな値でもシェアを奪うことが出来ることが分かった。またそのシェアを奪うメカニズムについて言及した。今後の課題として詳細な実証分析との比較、マーケットメーカーのリスク許容度の考慮等が考えられる。今回のモデルではリスク許容度を重要視せずにモデル化を行った。本研究ではマーケットメーカーが極端に偏ったポジションを持つことは確認されなかったが、現実にはマーケットメーカーごとにリスク許容度は決まっているおり、リスク許容度を超えた場合、損切りであっても行うようなモデルで検証してみる必要がある。

留意事項

本論文の内容や意見は筆者ら個人に属し、日本取引所グループ、スパークス・アセット・マネジメント株式会社等及び筆者らが所属する組織の公式見解を示すものではありません。

参考文献

- [Chen 09] Chen, S., Chang, C., and Du, Y.: Agent-based economic models and econometrics, *Knowledge Engineering Review* (2009)
- [Chiarella 09] Chiarella, C., Iori, G., and Perelló, J.: The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 33, No. 3, pp. 525–537 (2009)
- [Cont 01] Cont, R.: Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues, *Quantitative Finance*, Vol. 1, pp. 223–236 (2001)
- [Friedman 93] Friedman, D.: The double auction market institution: A survey, *The Double Auction Market: Institutions, Theories, and Evidence*, pp. 3–25 (1993)
- [深見 12] 深見 泰孝: 新たな段階に入った欧州の取引所間競争, 証券レビュー, Vol. 52, No. 10, pp. 135–152 (2012)
- [Hagstrmer 13] Hagstrmer, B. and Nordn, L.: The diversity of high-frequency traders, *Journal of Financial Markets* (2013)
- [井上 07] 井上 武: 米国株式市場間競争のもう一つの側面, 野村資本市場クォーターリー, 冬号, pp. 123–135 (2007)
- [井上 09] 井上 武: 新たな段階に入った欧州の取引所間競争, 野村資本市場クォーターリー, 冬号, pp. 178–195 (2009)
- [LeBaron 06] LeBaron, B.: Agent-based computational finance, *Handbook of computational economics*, Vol. 2, pp. 1187–1233 (2006)
- [水田 12] 水田 孝信: 金融市場における最新情報技術: 1. 金融の役割と情報化の進展-市場の高速化と課題-, 情報処理, Vol. 53, No. 9, pp. 892–897 (2012)
- [水田 13a] 水田 孝信, 和泉 潔, 八木 勲, 吉村 忍: 人工市場を用いた値幅制限・空売り規制・アップティックルールの検証と最適な制度の設計, 電気学会論文誌 論文誌 C, Vol. 133, No. 9, pp. 1694–1700 (2013)
- [水田 13b] 水田 孝信, 早川 聡, 和泉 潔, 吉村 忍: 人工市場シミュレーションを用いた取引市場間におけるティックサイズと取引量の関係性分析, JPX ワーキングペーパー no2 (2013)
- [Murase 14] Murase, Y., Uchitane, T., and Ito, N.: A tool for parameter-space explorations, *Proceedings of 27th Annual the Center for „Simulation Physics Workshop* <https://www.csp.uga.edu/Workshop/2014/> (2014)
- [大崎 12] 大崎 貞和: 期待される PTS 利用の拡大, 金融 IT フォーカス, 9 月号, pp. 8–9 (2012)
- [Thurner 12] Thurner, S., Farmer, J., and Geanakoplos, J.: Leverage causes fat tails and clustered volatility, *Quantitative Finance*, Vol. 12, No. 5, pp. 695–707 (2012)
- [東京 12] 東京証券取引所: 東証公式株式サポーター 株式取引編 第 5 版 (2012)
- [Wang 13] Wang, C., Izumi, K., Mizuta, T., and Yoshimura, S.: Investigating the Impact of Trading Frequencies of Market Makers: a Multi-agent Simulation Approach, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 6, No. 3 (2013)