1D5-OS-11b-1

# 高速 SAT ソルバー ZENN 及びその高速化手法

SAT Solver ZENN and Its Heuristics

早田 翔\*1 安本 猛 越村 三幸\*2 藤田 博\*2 長谷川 隆三\*2 Sho Hayata Takeru Yasumoto Miyuki Koshimura Hiroshi Fujita Ryuzo Hasegawa

\*1九州大学大学院システム情報科学府 Graduate School of Information Science and Electrical Engineering \*2九州大学大学院システム情報科学研究院 Faculty of Information Science and Electrical Engineering

Boolean Satisfiability Problem (SAT) determines whether there exists a variable assignment that makes a propositional Boolean formula evaluate to true. If such an assignment exists, the formula is satisfiable, otherwise, the formula is unsatisfiable. SAT problem is the first known NP-complete problem proven by Stephen Cook. Many real-world problems were formalized as SAT problems. This includes verification problems in hardware and software, planning, scheduling and combinatorial design. Thus, SAT problem is one of the most important and extensively studied problem in computer science. Designing efficient SAT solvers is widely expected.

This paper describes a SAT solver ZENN 0.1.0, which won the 2nd prize on SAT Competition 2013 (Application, SAT) and 3rd prize on (Application SAT+UNSAT). We evaluate ZENN 0.1.0 using benchmarks of the competition.

## 1. はじめに

充足可能性問題 (Boolean Satisfiability Problem: SAT 問題) とは、「与えられた論理式に対し、式全体を真とする変数割り当てが存在するか否かを判定する」という問題である。SATはNP 完全問題であることが証明された最初の問題であり、回路検証やネットワーク検証、スケジューリングなど様々な応用問題が存在する。そのため SAT 問題を解く意義は大きく、これらをより高速に解くソルバーの開発が期待されている。

本稿では、SAT Competition2013Application 部門にて SAT カテゴリで 2 位、SAT+UNSAT カテゴリで 3 位を獲得したソルバー ZENN 0.1.0 について説明する. また、同競技会の結果データをもとに ZENN 0.1.0 の性能を評価する.

## 2. 学習節の新しい評価指標

ZENN 0.1.0 は従来の学習節評価指標 LBD[1] の代わりに LBD を改良した評価指標を使用している。これは決定レベルが 0 であるようなリテラルを無視して LBD を計算するというものであり、True LBD(TLBD)[2] と呼ぶ。TLBD には 3 種類の使い方があり、以下の通りである。

## Newest True LBD(NTLBD)

常に最新の TLBD を計算,保持する.

#### Lowest True LBD(LTLBD)

TLBD 値が小さくなればその値で LTLBD を更新. それ 以外はそれまでの最小値を保持する. これは Glucose[3] や GlueMiniSat[4] が採用しているアイデアである.

#### Highest True LBD(HTLBD)

TLBD 値が大きくなればその値で HTLBD を更新. それ 以外はそれまでの最大値を保持する.

連絡先: 早田 翔, 九州大学大学院 システム情報科学府 情報学専攻, 〒 819-0395 福岡県福岡市西区大字元岡 744 番地ウエスト二号館 914 室, 092-802-3599, 2IE13035M@s.kyushu-u.ac.jp

# 3. Phase Shift

Phase Shift[5] とは、ZENN 0.1.0 が採用している探索手法である。異なるソルバーがとる手法を一つのソルバーに統合し、相乗効果を狙うというものである。ZENN 0.1.0 は minisat[6]をベースに、Luby SE Phase と LBD+CDLV Phase の二種類の手法を切り替えながら探索する。

切り替えのタイミングはリスタート回数を基準にしている. 本稿では ZENN 0.1.0 は Luby SE Phase で 32 回リスタート を行うと LBD+CDLV Phase へ移行し、LBD+CDLV Phase で 128 回リスタートを行うと Luby SE Phase へ移行する.

ま学習節削除のタイミングは両 Phase 共通で GlueMinisat 2.2.5 と同じ方法を採用している. すなわち矛盾発生回数が閾値 (初期値 30000) を超えたときに学習節を削除し、その度に閾値を式 1 のように増加させる.

閾値
$$+ = 30000 + 10000 \times$$
 削除回数 (1)

## 3.1 Luby SE Phase

Luby SE Phase は、解が SATISFIABLE であるような問題に特化した Phase である.

#### リスタート戦略

この Phase ではリスタート戦略として、Minisat のとる Luby リスタート [7] を改良した Luby SE リスタートと 呼ばれる戦略を取っている. 従来の Luby リスタートは 式 2 のような配列であるが、これを改良した Luby SE は 式 3 のように浅い探索を部分的に省略することでより深い探索を行うようにしている.

具体的には、Luby によるアルゴリズムで自分自身の配列を複製し追加する段階を改良している。1回目は追加すべき配列要素の最初の1個を削除してから追加を行う。そして2回目は3個,3回目は6個,4回目は10個… という風に各段階で削除する個数を階差数列的に増やしている。

$$Luby = \{1, 1, 2, 1, 1, 2, 4, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 4, 8, \ldots\}$$
 (2)

$$LubySE = \{1, 2, 4, 4, 8, 1, 1, 2, 4, 8, 16 \dots\}$$
 (3)

## 学習節削除戦略

学習節を TLBD の大きい順にソートし, TLBD の大きい順に半分を削除する. ただし, TLBD が 2 以下の学習 節は削除対象としない.

#### var-decay

Minisat が使用している変数のアクティビティ増加値 vardecay を 0.990 に設定している. この値は予備実験により決定した.

#### 3.2 LBD+CDLV Phase

LBD+CDLV Phase は、解が UNSATISFIABLE である問題に特化した Phase である.

#### リスタート戦略

リスタート戦略は、GlueMiniSat2.2.5 の積極的リスタート戦略において LBD を NTLBD に変更した戦略をとっている。これを今後 LBD+CDLV リスタートと呼ぶことにする。これは、次の二つの条件のうちどちらかを満たせば即座にリスタートするというものである。

- 矛盾が発生した時の決定レベルについて、直近50回の平均が全体平均を上回る。
- 矛盾が発生した時のNTLBDについて,直近50回の平均が全体平均の0.8倍を上回る.

### 学習節削除戦略

学習節を TLBD の大きい順にソートし、TLBD の大きい順に4分の3を削除する。ただし、TLBD が3以下の学習節または後述の待機節の条件が成り立つ学習節は削除対象としない。また、削除数が半分以下の場合は、半分になるまで追加で削除する。

## var-decay

予備実験により 0.800 に設定している.

# 3.3 SAFE LBD

SAFE LBD とは、学習節を待機させる際に用いる手段である. Luby SE Phase で学習節を削除するとき、式 4、式 5 が成り立てば LBD+CDLV Phase で有効な学習節だと判断し、削除せずに待機状態にする.

$$LTLBD < SAFELOWLBD$$
 (4)

$$HTLBD \le SAFEHIGHLBD$$
 (5)

また、LBD+CDLV Phase で学習節を削除するとき、待機節のうちこの式が成り立つような節を待機状態から使用状態に戻す. Luby SE Phase においても、削除の条件に当てはまらない学習節のうち待機節は待機状態から使用状態に戻す. これにより今必要ではないが将来役に立つ節を保持しつつ、推論速度の低下を防ぐことができる.

ZENN 0.1.0 は SAFE LOW LBD を 2, SAFE HIGH LBD を 60 に設定している.

# 4. 実験

ZENN 0.1.0 が PhaseShift による相乗効果を発揮できているか確認するため、各 Phase 単体での実験を行った。参考のため minisat2.2.0 も比較対象に入れた.

#### 4.1 実験環境

• CPU

Intel(R) Xeon(R) CPU X5260@3.33GHz

・メモリ

8GB

● 問題セット

SAT competition 2011 Application 部門の 300 問

• 制限時間

5000 sec

- ソルバー
  - 1. ZENN 0.1.0(Luby SE Phase)
  - 2. ZENN 0.1.0(LBD+CDLV Phase)
  - 3. ZENN 0.1.0

## 4.2 実験結果

実験結果の内訳を表 1,解けた問題数と求解時間の関係を図 1 に示す.また,解けた問題数と実行時間の関係を SATISFI-ABLE 問題・UNSATISFIABLE 問題別に見た場合を図 2,図 3 に示す.

Luby SE Phase で SATISFIABLE 問題, LBD+CDLV Phase で UNSATISFIALBE 問題が minisat に比べ多く解けていることがわかる. この 2 つを PhaseShift させることでそれぞれの長所を活かすことができ, 性能が向上していることが確認できる.

表 1: 実験で解けた問題数の内訳

	SAT	UNSAT	TOTAL
MiniSat2.2.0	92	101	193
ZENN 0.1.0(Luby SE Phase)	96	93	189
ZENN 0.1.0(LBD+CDLV Phase)	87	116	203
ZENN 0.1.0	96	116	212

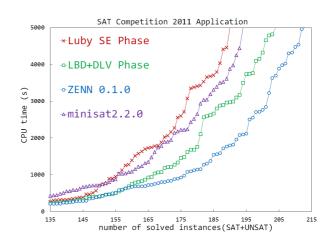


図 1: ZENN 0.1.0 と各 Phase 単体での性能比較 (SAT+UNSAT)

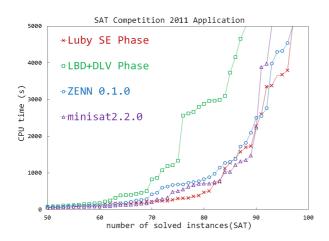


図 2: ZENN 0.1.0 と各 Phase 単体での性能比較 (SAT)

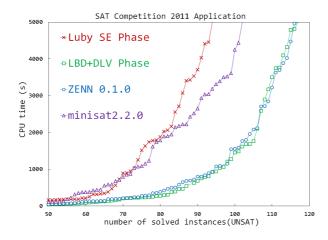


図 3: ZENN 0.1.0 と各 Phase 単体での性能比較 (UNSAT)

# 5. SAT Competition 2013 の結果分析

この節では SAT competition 2013 Application 部門の結果 データ [8] をもとに ZENN 0.1.0 の評価を行う. SAT+UNSAT, SAT, UNSAT で好成績を修めたソルバーそれぞれ上位 5 つと比較を行った.

まず、SATISFIABLE 問題の求解数で上位 5 位のソルバー、UNSATISFIABLE 問題の求解数で上位 4 位のソルバーと ZENN 0.1.0 について、解けた問題数の内訳を表 2、表 3、解けた問題数と求解時間の関係を図 4、図 5 に示す.次に SAT+UNSAT で上位 5 位のソルバーについて、解けた問題数の内訳を表 4、解けた問題数と求解時間の関係を図 6 に示す.

図のグラフについては、同じ求解時間で見た場合にグラフの線分がより右側にあるソルバーほど、多くの問題を解けているということになる.

## SATISFIABLE 問題

SATISFIABLE 問題に関しては 1000 秒以内に解けた問題は少ないが、1000 秒から 2000 秒の間に解けた問題が比較的多く、これにより他のソルバーと差をつけることができている. しかし、Lingeling aqw に関しては全体的に大幅な差をつけられてしまっている.

## UNSATISFIABLE 問題

UNSATISFIABLE 問題に関しては推論の早い段階で解答できている問題は比較的多く、1000 秒から 2000 秒付近では Lingeling aqw に次いで多く解けている。しかし2000 秒から 5000 秒までは解くペースが落ちており、5000秒という長い制限時間では他のソルバーに差をつけられてしまっていることが分かる。順位としては13位という成績であったので、UNSATISFIABLE 問題を伸ばすことが今後の課題の一つである。

#### 総合評価

1800 秒付近までは、他のソルバーに比べて優れた性能を発揮している。前述のように SATISFIABLE 問題と UNSATISFIABLE 問題ともに 2000 秒以内で解けた問題が多かったため、これにより他のソルバーと差をつけることができたと考えられる。しかし、他の問題は解くのに時間がかかっており Lingeling aqw に大幅に遅れをとっていることが分かる。最終的には Lingeling 587f に若干の差をつけられてしまったが総合 3 位と良い成績を残すことができた。

表 2: SAT Competition 2013 result(SAT)

Rank	Solver	SAT
1	Lingeling aqw	119
2	ZENN 0.1.0	113
3	satUZK 48	110
4	Riss3g 3g	108
5	Lingeling 587f	107

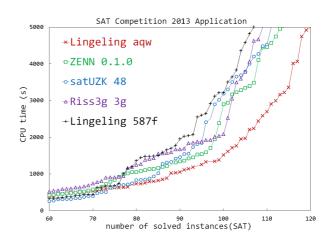
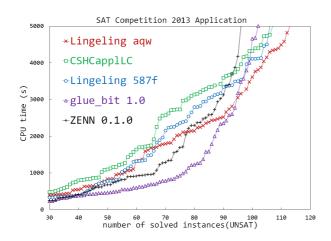


図 4: SAT Competition 2013 result(SAT)

表 3: SAT Competition 2013 result(UNSAT)

Rank	Solver	UNSAT
1	Lingeling aqw	112
2	CSHCapplLC	106
3	Lingeling 587f	105
4	glue_bit 1.0	102
13	ZENN 0.1.0	95



☑ 5: SAT Competition 2013 result(UNSAT)

表 4: SAT Competition 2013 result(SAT+UNSAT)

Rank	Solver	SAT	UNSAT	TOTAL
1	Lingeling aqw	119	112	231
2	Lingeling 587f	107	105	212
3	ZENN 0.1.0	113	95	208
4	CSHCapplLC	100	106	206
5	CSHCapplLG	106	99	205

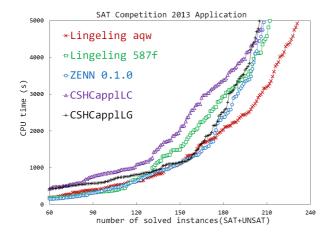


図 6: SAT Competition 2013 result(SAT+UNSAT)

## 6. まとめ

ZENN 0.1.0 は LBD や Luby リスタートを改良し, さらに異なるソルバーの推論手法を相互作用させることで SAT Competition 2013 Application 部門で良い成績を残すことができた. しかし Lingeling aqw や Lingeling 587f とは差が大きくついてるため, 今後も更なる改良をしていきたい. Phase Shift において探索手法を動的に切り替えたり, 使用する探索手法を 2 つでなく 3 つ以上に増やしたりすることなどが考えられる.

また、各 Phase 単体における手法を改良することでも ZENN 0.1.0 の高速化に貢献することができる. 特に、今回の結果から考えると UNSATISFIABLE 問題を伸ばすことが課題の一

つであるので、LBD+CDLV Phase のリスタート戦略や学習 節削除戦略を改良することで UNSATISFIABLE 問題にも強 い性能を発揮させたい.

謝辞 本研究は科研費 (25330085) の助成を受けたものである.

# 参考文献

- Gilles Audemard and Laurent Simon.: Predicting Learnt Clauses Quality in Modern SAT Solvers, IJCAI 2009, pp. 399-404 (2009)
- [2] 奥川巧,安本猛,越村三幸,藤田博,長谷川隆三:SATソルバの学習節に対する新しい評価手法の提案,人工知能学会第26回全国大会,1E3-OS-4-3(2012)
- [3] Audemard, G. Simon, L.: GLUCOSE: a solver that predicts learnt clauses quality, SAT 2009 competitive events booklet, preliminary version, pp.7-8 (2009)
- [4] 鍋島英知, 岩沼宏治, 井上克巳: GlueMiniSat 2.2.5: 単位 伝播を促す学習節の積極的獲得戦略に基づく高速 SAT ソルバー, 日本ソフトウェア科学会第28回大会, 6E-1 (2011)
- [5] 早田翔,安本猛,越村三幸,藤田博,長谷川隆三:SATソルバーの学習節を考慮した新高速化手法,人工知能学会第27回全国大会,2E4-OS-09a-2 (2013)
- [6] Eén, Niklas and Sörensson, Niklas: An Extensible SATsolver, SAT 2003, pp. 502-518 (2003)
- [7] Luby, M., Sinclair, A.and Zuckerman, D.: Optimal speedup of Las Vegas Algorithms, Inform, Process Lett., Vol.47, No.4, pp.173-180 (1993)
- [8] http://edacc4.informatik.uni-ulm.de/SC13/experiment/19/results/full-csv