

株式銘柄間における外生ショック伝播の移動エントロピー解析

Transfer Entropy Analyses of External Shock Propagation in Stocks' Network

和泉 潔^{*1*2}
Kiyoshi Izumi

鈴木 裕士^{*1}
Hiroshi Suzuki

鳥海 不二夫^{*1}
Fujio Toriumi

吉村 忍^{*1}
Shinobu Yoshimura

^{*1} 東京大学大学院 工学系研究科
School of Engineering, the University of Tokyo

^{*2} 科学技術振興機構 CREST
CREST, JST

This study analyzed changes of the relationship between stocks in a financial market when external shocks occurred, using order book information and transfer entropy. As a result, in comparison with the conventional method using a correlation coefficient, it was shown that transfer entropy can catch the direction of the information propagation between stocks in detail.

1. はじめに

近年、株式売買システムの高度化に伴い高頻度取引が増えてきており、複数の銘柄に大量の注文の出し入れが行われるようになった。そのような中、市場が急落する前には銘柄間で価格が連動しているという研究結果が発表されるなど、投資におけるリスク管理のために銘柄間の関係性を理解することが非常に重要になっている[1]。

2. 関連研究および研究目的

銘柄間の関係性を分析する研究では、価格データを用いて銘柄間の相関係数を求める手法が一般的である。Kullman ら[2]は各銘柄の価格データを用い、時間差をつけて相関係数を計算することで、どの銘柄がどの銘柄に価格の影響を与えているのかの分析を試みた。ところが相関係数はデータの連続性が考慮に入られていないという問題点がある。

Schreiber[3]により導入された移動エントロピー (transfer entropy) は、時系列データの連続性を考慮した計算方法であり、データ間の情報伝播の方向性もわかる手法である。Marschinski ら[4]はこの移動エントロピーを用い、ダウ平均株価から DAX 指数へ価格伝播があることを示した。Kwon ら[5]は対象とするインデックスの種類を 25 に増やし、情報の流れをネットワークとして可視化した。ところがこれらの研究はすべてインデックスどうしを対象にしていたり、長期間の情報伝播を対象にしていたりしており、日々の投資家の活動に役立つものとは言えない。

本研究では、板情報と移動エントロピーを用いることで、個別銘柄間の関係性を解明する。銘柄間の関係性とは、どの銘柄の板や価格が、どの銘柄の板や価格に影響を及ぼすかという情報伝播を表す。市場に外的ショックが生じたとき(市場異常時)に、外的ショックが生じる前(市場正常時)と比べて、銘柄間の関係性がどのように変化するかを分析することで、投資家のリスク管理に有益な情報を提供することを目的とする。

3. 移動エントロピーによる情報伝播の分析

移動エントロピーは、離散的な 2 つの定常過程間の情報の

流れを測定するために Schreiber[3]により導入された。ここで、2 つの離散的な定常過程 I と J を考える。過程 I から k 個のサンプル、過程 J から l 個のサンプルを用いて計算する場合、移動エントロピーは以下ようになる。

$$T_{J \rightarrow I} = \sum p(i_{n+1}, i_n^{(k)}, j_n^{(l)}) \log \frac{p(i_{n+1} | i_n^{(k)}, j_n^{(l)})}{q(i_{n+1} | i_n^{(k)})} \quad (1)$$

i_n と j_n はそれぞれ過程 I と J の時間 n における離散状態を表す。 $i_n^{(k)}$ は過程 I の時間 n における状態から k 個分遡った状態までを含めたベクトルであり、 $i_n^{(k)} = (i_n, i_{n-1}, \dots, i_{n-k+1})$ と表される。 $j_n^{(l)}$ も同様に、 $j_n^{(l)} = (j_n, j_{n-1}, \dots, j_{n-l+1})$ と表される。同時確率分布 $p(i_{n+1}, i_n^{(k)}, j_n^{(l)})$ は i_{n+1} , $i_n^{(k)}$, $j_n^{(l)}$ がそれぞれ特定の値をとるときの確率である。条件付き確率分布 $p(i_{n+1} | i_n^{(k)}, j_n^{(l)})$ と $q(i_{n+1} | i_n^{(k)})$ はそれぞれ、 $i_n^{(k)}$ と $j_n^{(l)}$ 、あるいは $i_n^{(k)}$ の値が既知であるときに i_{n+1} が特定の値をとる確率である。

$T_{J \rightarrow I}$ では、同時確率分布と条件付き確率分布の i と j を入れ替えることで逆向きの影響 $T_{I \rightarrow J}$ を計算することができる。また、移動エントロピーの計算方法は i_n と j_n に関して非対称になっており、これにより 2 つの時系列データの情報伝播の方向性がわかる。

4. 外生ショック時の情報伝播分析

4.1 分析期間と使用データ

以下の 3 つの期間について数値実験を行う。それぞれの期間はさらに、土日祝日を除いた、1 週間ずつの区間に分かれている。

- ① 東日本大震災前後の期間(震災発生日:2011 年 3 月 11 日, 期間:2011 年 2 月 28 日~2011 年 3 月 27 日)
- ② 2013 年 3 月の SQ 算出日前後の期間(SQ 算出日:2013 年 3 月 8 日, 期間:2013 年 2 月 25 日~2013 年 3 月 24 日)
- ③ 株価が急落した前後の期間(急落日:2013 年 5 月 23 日, 期間:2013 年 5 月 6 日~2013 年 6 月 2 日)

銘柄は、表 1 に示す計 26 銘柄を用いる。様々な銘柄グループから時価総額が大きく取引量が多いものを複数種ずつ選別している。

4.2 分析方法

使用したデータを 1 週間ごとの区間に分割し、各区間を一つ

連絡先: 和泉 潔, 東京大学大学院 工学系研究科 システム創
成学専攻, izumi-sec@ni.mints.ne.jp

表1 使用銘柄

銘柄グループ	銘柄
インデックス	日経平均先物
素材	帝人、東レ、クラレ、旭化成
製薬	武田薬品工業、アステラス製薬、エーザイ、第一三共
自動車	日産、トヨタ、三菱自動車、マツダ、本田
銀行	三菱UFJ FG、三井住友 FG、みずほ FG
不動産	三井不動産、三菱地所、住友不動産
電力	東京電力、中部電力、関西電力
値嵩株	ファナック、ファーストリテイリング、ソフトバンク

の時系列データとして扱う。各区間をさらにある時間間隔で分割し、この時間間隔で板の各特徴量を計算する。各特徴量それぞれを、値の大小により1と0と-1に3分割する。このとき、データの数が均等になるように調整する。この離散化したデータを用い、式(1)で $k = 1$ とし、各区間で移動エントロピーを計算する。

データの時間間隔としては、1秒、2秒、3秒、4秒、5秒、6秒、7秒、8秒、9秒、10秒、15秒、20秒、25秒、30秒、45秒、1分、1.5分、2分、3分、4分、5分の計21種類を用いる。

他の銘柄の板に影響を与える特徴量としては、表2に示す特徴量を用いる。これらの特徴量は、計算に約定価格と出来高を用いる、板情報を基にした特徴量と、計算に注文情報を用いる、板情報を基にした特徴量との2つに大別できる。パラメーターが存在する特徴量は複数のパラメーターで実験を行い、計30種類の特徴量を用いる。また、他の銘柄の板から影響を受ける特徴量としては、リターン¹⁾の絶対値と出来高を用いる。

表2 使用特徴量

	特徴量名	パラメーター
基に約定情報特徴量を	出来高(Execution Volume)	なし
	約定回数(Execution Number)	なし
	平均出来高(Execution Mean)	なし
	累積変動価格(Accumulated Change)	なし
	リターン(Price Return)	なし
	リターンの絶対値(Absolute Return)	なし
	Spread	なし
基にした板情報特徴量を	Order Imbalance	なし
	Order Imbalance Revised	なし
	Order Imbalance BD(k)	2, 3, 4, 5
	Cost-to-Trade	0.01, 0.001, 0.0001
	Dispersion	2, 3, 4, 5
	BLM	0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3
	Slope	2, 3, 4, 5

各区間において、時間間隔と他に影響を与える板の特徴量を変化させ、それぞれにおいて、すべての銘柄間の移動エントロピーを計算する。以下の3つについて、市場異常時と市場正常時とを比べ、銘柄間の関係性がどのように変化するかを分析する。

- ① 全体的な銘柄間の関係性の強さ
- ② 時間間隔ごとの銘柄間の関係性分析に有効な特徴量
- ④ 銘柄グループと個別銘柄との関係性

4.3 東日本大震災

東日本大震災前後の期間について、被影響特徴量がリターンの絶対値の場合の結果を記す。

時間間隔 1秒のとき、ある銘柄の特徴量から他の銘柄のリターンの絶対値への移動エントロピーを全銘柄ペアで平均をと

った結果の一部を図1に示す。横軸は他の銘柄に影響を与える特徴量、縦軸は移動エントロピーの平均であり、1週間ずつの区間ごとに結果を示している。この図から、ほとんどすべての特徴量において、震災直後の区間(20110314_20110318)の移動エントロピーの値が他の区間に比べて著しく大きくなっていることがわかる。この傾向は時間間隔が1分程度まで続き、それ以降では大きな差が現れなくなっている。

震災直後の区間を見ると、他の銘柄に影響を与える特徴量が spread の場合の移動エントロピーの値が最も大きく、銘柄間の関係性をとらえるのに最も性能の良い特徴量であることがわかる。このように、被影響特徴量をリターンの絶対値とした場合の、各区間、各時間間隔で最も性能の良い特徴量をまとめて表3に示す。この表から、比較的時間間隔が短い間は、震災前の正常時は約定回数のような約定情報を基にした特徴量の性能が良く、震災直後の異常時は spread のような板情報を基にした特徴量の性能が良いことがわかる。

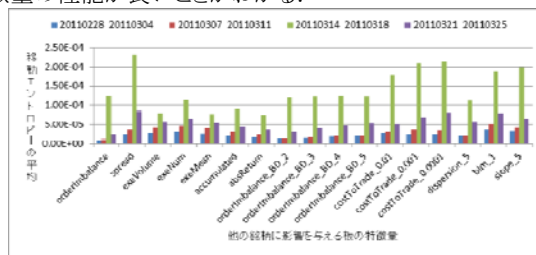


図1 全銘柄間の移動エントロピー平均

表3 各区間の各時間間隔で最も性能の良い特徴量(被影響特徴量: リターンの絶対値)

区間	震災前	震災直後	SQ線出前	SQ線出週	株価急落前	株価急落週				
区間開始日	20110228	20110314	20130225	20130304	20130513	20130520				
区間終了日	20110304	20110318	20130301	20130308	20130517	20130524				
時間間隔	1秒	約定回数	blm	spread	order imbalance BD	slope				
	2秒									
	3秒									
	4秒									
	5秒									
	6秒									
	7秒									
	8秒									
	9秒									
	10秒									
15秒	リターン	約定回数	spread	order imbalance BD	slope					
20秒										
25秒										
30秒										
45秒										
1分										
1.5分						リターン	約定回数	spread	order imbalance BD	slope
2分										
3分										
4分										
5分										
5分										

震災直後の区間において、時間間隔 1秒で最も性能の良かった spread について詳細な結果を図2に示す。この図は、銘柄グループごとに移動エントロピーを計算し、平均をとった結果を示している。凡例の“他の銘柄に与える影響量”は各グループの銘柄から他の銘柄への移動エントロピーの平均を表し、“他の銘柄から受ける影響量”は他の銘柄から各グループの銘柄への移動エントロピーの平均を表している。このとき、日経平均先物の spread が他の銘柄のリターンの絶対値に大きな影響を与えており、電力銘柄のリターンの絶対値は他の銘柄の spread から大きな影響を受けていることがわかる。比較のため、同様の条件設定で相関を求め、絶対値の平均を求めた結果を図3に示す。時間的前後関係を作るために、時間間隔一単位分ずつで相関を求めている。凡例の“先行”は、各グループの銘柄を先行させ、他の銘柄を遅行させたときの相関係数の絶対値の平均を表している。“遅行”は、各グループの銘柄を遅行させ、

他の銘柄を先行させたときの相関係数の絶対値の平均を表している。この図から、銘柄グループごとの相関の強さに大きな差はなく、先行、遅行による相関の強さの違いもほとんどない。このことから、銘柄間の情報伝播の方向性をとらえるには、相関係数よりも移動エントロピーの方が有効であると考えられる。

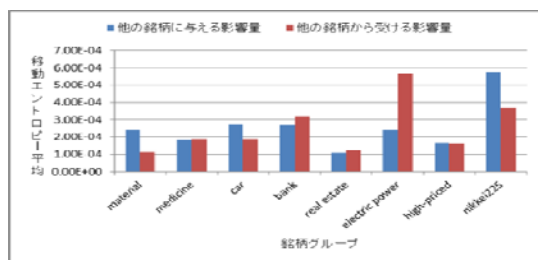


図2 銘柄グループごとの移動エントロピー平均

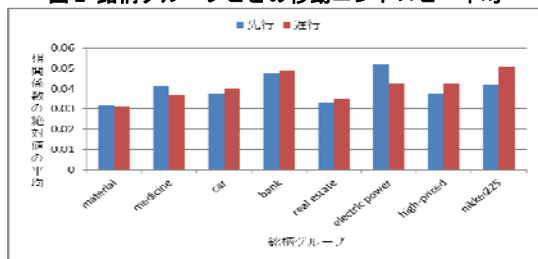
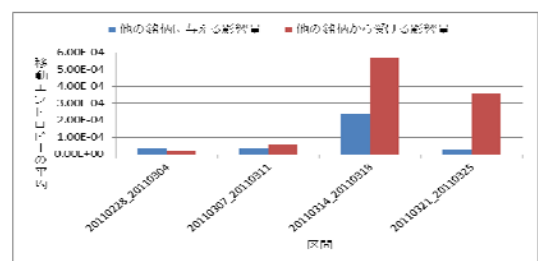
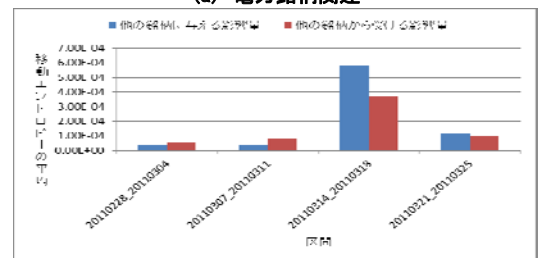


図3 銘柄グループごとの相関係数絶対値の平均

時間間隔 1 秒、spread からリターンの絶対値への移動エントロピーの区間ごとの比較を図 4 に示す。(a)は電力銘柄、(b)は日経平均先物に関連した移動エントロピー平均値の区間ごとの比較である。(a)より、電力銘柄に関連した移動エントロピーは震災前までは小さな値しか示さなかったが、震災直後から非常に大きな値を示すようになったことがわかる。特に、他の銘柄の spread から電力銘柄のリターンの絶対値への移動エントロピーが非常に大きくなっている。(b)より、日経平均先物に関連した移動エントロピーも震災直後から非常に大きな値を示すようになっており、特に、日経平均先物の spread から他の銘柄のリターンの絶対値への移動エントロピーが非常に大きくなったことがわかる。



(a) 電力銘柄関連



(b) 日経平均先物関連

図4 区間ごとの比較 (東日本大震災)

4.4 SQ 算出日

SQ 算出日前後の期間について、被影響特徴量がリターンの絶対値の場合の結果を記す。

全体的な銘柄間の関係性の強さについて、各時間間隔において、東日本大震災のときのような区間ごとの顕著な結果の違いは表れていない。

表 3 より、比較的短い時間間隔において、SQ 算出前の正常時は約定回数のような約定情報を基にした特徴量の性能が良く、SQ 算出週の異常時は spread のような板情報を基にした特徴量の性能が良い。

日経平均先物に関連した、時間間隔 1 秒、spread からリターンの絶対値への移動エントロピーの区間比較を図 5 に示す。この図より、SQ 算出週に日経平均先物の spread が他の銘柄のリターンの絶対値に大きな影響を与えるようになり、その影響力は逆向きの影響力よりも著しく大きくなっていることがわかる。

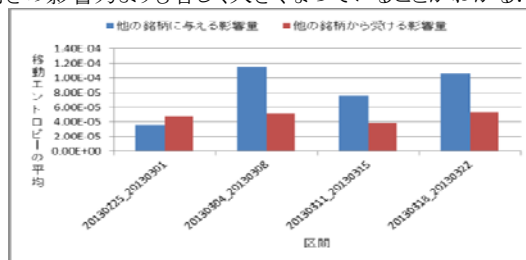


図5 区間ごとの比較 (SQ 算出週)

4.5 株価急落

株価が急落した前後の期間について、被影響特徴量がリターンの絶対値の場合の結果を記す。

時間間隔が 1 分程度まではほとんどすべての特徴量において、株価急落週の全体的な銘柄間の関係性の強さが他の区間に比べて著しく大きい。

表 3 より、比較的短い時間間隔において、株価急落前の正常時は約定回数のような約定情報を基にした特徴量の性能が良い場合が多く、株価急落週の異常時は slope のような板情報を基にした特徴量の性能が良い。

日経平均先物に関連した、時間間隔 1 分、累積変動価格からリターンの絶対値への移動エントロピーの区間比較を図 5 に示す。この図より、株価急落週に日経平均先物の累積変動価格が他の銘柄のリターンの絶対値に大きな影響を与えるようになり、その影響力は逆向きの影響力よりも著しく大きくなっていることがわかる。

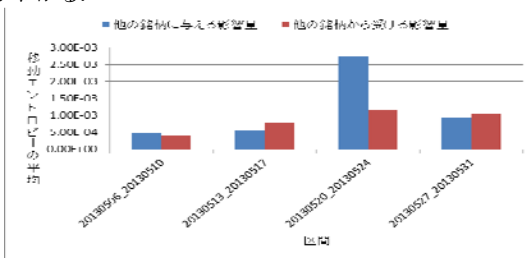


図6 区間ごとの比較 (株価急落週)

4.6 比較分析

被影響特徴量を出来高にした場合でも、表 3 と同様の傾向が現れた。すなわち、被影響特徴量がどちらの場合でも、市場異常時には銘柄間の関係性をとらえるにあたり、比較的短い時間間隔では板情報を基にした特徴量が有効である。一方、市場正常時は、比較的短い時間間隔では約定情報を基にした特

微量が有効である。これは、市場異常時には正常時よりも注文の出し入れが活発に行われることで注文が流動的になるため、板情報が比較的短い時間間隔の取引に影響を与えているからであると考えられる。

市場異常時における、日経平均先物関連の移動エントロピー平均の区間比較を図7に示す。(a)は時間間隔1秒、(b)は時間間隔1分であり、被影響特徴量はリターンの絶対値の場合である。他の銘柄に影響を与える特徴量は、各区間の各時間間隔、各被影響特徴量において最も性能の良かったものを用いて移動エントロピーを計算した結果を示している。これらの図より、震災直後の区間では、時間間隔が長くなることで日経平均先物と他の銘柄との関係性が強くなっている。また、その関係性は、時間間隔にかかわらず、日経平均先物が他の銘柄のリターンの絶対値に影響を与えるという関係性が強い。株価急落週の区間では、時間間隔が短いときでも日経平均先物と他の銘柄との関係性が強い。その関係性は、日経平均先物のリターンの絶対値が他の銘柄から受ける影響量の方が大きかったが、時間間隔が長くなると、日経平均先物が他の銘柄のリターンの絶対値に与える影響量の方が著しく大きくなる。このように、市場に生じる外的ショックにより、時間間隔ごとの、日経平均先物と他の銘柄との関係性は異なる。

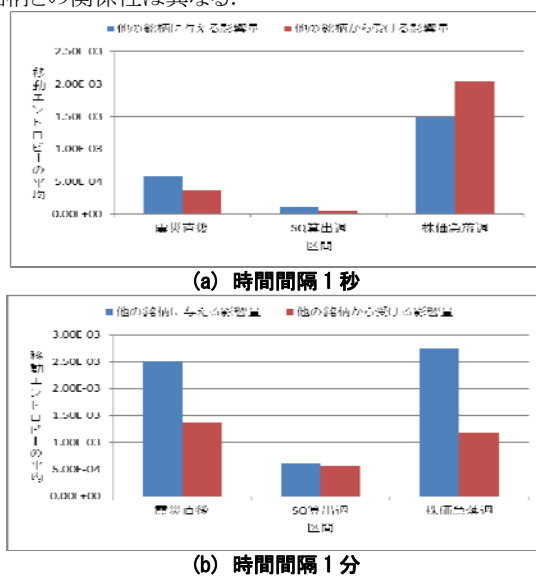


図7 日経平均先物関連の区間比較

5. まとめ

本研究では、板情報と移動エントロピーを用いて以下の3つを明らかにすることで、外的ショックが生じたときの銘柄間の関係性の変化を解明することができた。

- ①外的ショックが生じる前の市場正常時と比べ、市場異常時は銘柄間の関係性が著しく強くなる
- ②比較的短い時間間隔では、正常時は約定情報を基にした特徴量、異常時は板情報を基にした特徴量を用いることが、銘柄間の関係性をとらえるのに役立つ
- ③異常時は日経平均先物が他の銘柄への影響力を強めており、この影響力の強さは外的ショックの種類や時間間隔にも依存する

さらに、既存研究で用いられることの多い相関係数と移動エントロピーを比較することで、移動エントロピーの方が銘柄間情報伝播の方向性を解明するうえで有効であることを示した。

参考文献

- [Harmon2011] D. Harmon, M. A. M. Aguiar, D. D. Chinellato, D. Braha, I. R. Epstein and Y. Bar-Yam: Predicting economic market crises using measures of collective panic, arXiv:1102.2620v1, 2011.
- [Kullman2002] L. Kullman, J. Kertész and K. Kaski: Time-dependent cross-correlations between different stock returns: A directed network of influence, Physical Review E, Vol. 66, 026125, 2002.
- [Schreiber2000] T. Schreiber: Measuring information transfer, Physical Review Letters, Vol. 85, No. 2, pp. 461-464, 2000.
- [Marschinski2002] R. Marschinski and H. Kantz: Analysing the information flow between financial time series: An improved estimator for transfer entropy, The European Physical Journal B, Vol. 30, pp. 275-281, 2002.
- [Kwon2008] O. Kwon and J.-S. Yang: Information flow between stock indices, Europhysics Letters, Vol. 82, No. 6, 68003, 2008.