

時間減衰ダイナミクスをもつ投票者モデルによる意見形成

Opinion Formation by Voter Model with Temporal Decay Dynamics

木村昌弘^{*1} 齊藤和巳^{*2} 大原剛三^{*3} 元田浩^{*4}
 Masahiro Kimura Kazumi Saito Kouzou Ohara Hiroshi Motoda

^{*1}龍谷大学 Ryukoku University ^{*2}静岡県立大学 University of Shizuoka
^{*3}青山学院大学 Aoyama Gakuin University ^{*4}大阪大学 Osaka University

Social networks play an important role for spreading information and forming opinions. A variety of voter models have been defined that help analyze how people make decisions based on their neighbors' decisions. In these studies, common practice has been to use the latest decisions in opinion formation process. However, people may decide their opinions by taking account not only of their neighbors' latest opinions, but also of their neighbors' past opinions. To incorporate this effect, we enhance the original voter model and define the temporal decay voter (TDV) model incorporating a temporary decay function with parameters, and propose an efficient method of learning these parameters from the observed opinion diffusion data. We further propose an efficient method of selecting the most appropriate decay function from among the candidate functions each with the optimized parameter values. We adopt three functions as the typical candidates: the exponential decay, the power-law decay, and no decay, and evaluate the proposed method (parameter learning and model selection) through extensive experiments. We, first, experimentally demonstrate, by using synthetic data, the effectiveness of the proposed method, and then we analyze the real opinion diffusion data from a Japanese word-of-mouth communication site for cosmetics using three decay functions above, and show that most opinions conform to the TDV model of the power-law decay function.

1. はじめに

ソーシャルネットワークは、ニュースや思想など様々な情報の普及やオピニオンの形成に関して重要な役割を果たしている。ソーシャルメディアの登場により、Web空間内に大規模なソーシャルネットワークが多数構築されてきており、近年、ソーシャルネットワークにおける情報拡散の研究 [Kempe 03, Leskovec 07, Chen 09, Kimura 10a] や、オピニオン形成の研究 [Even-Dar 07, Wu 08, Yang 09, Kimura 10b, Kimura 11] が注目されている。

本研究では、人々はオピニオンを、友人たちのオピニオンに基づいてどのように決めるのかという問題を論じるために、オピニオンダイナミクスの数理モデルを考える。このような問題の分析に最もよく使われるモデルの一つとして、投票者モデルがある [Even-Dar 07]。投票者モデルは、ノードがその近傍のオピニオンに基づいてそのオピニオンを変更する、最も基本的な確率過程モデルであり、様々な拡張モデルが定義され、それらの性質が研究されている [Sood 05, Yang 09]。我々も、オピニオン価値とノードの反多数派傾向を含むように投票者モデルを拡張し、そのモデルの性質を調べるとともに、過去のオピニオン拡散の観測データから将来のオピニオンシェアを予測する問題を研究した [Kimura 10b, Kimura 11]。ところで、これらの拡張された投票者モデルでは、オピニオン形成過程において、友人たちの最新のオピニオンを利用することを仮定していた。しかしながら、人々はオピニオンを決める際、友人たちの最新のオピニオンだけでなく、友人たちの過去のオピニオンをも考慮するかもしれない。さらに、オピニオン形成の対象によっては、友人たちの遠い過去のオピニオンが長期にわたって影響するものあれば、最近のものしか影響しないものもありうる。本論文では特に、人々はオピニオンを決めるとき、彼ら自身や彼らの友人たちのこれまでのオピニオンに、どのように影響されるのかという問題を扱う。

上記問題を研究するために、オピニオンダイナミクスの数理モデルとして、通常の投票者モデルに時間的減衰関数を組み込んだ、“TDV モデル”と呼ばれる新たな投票者モデルを定義する。ユーザ行動モデリングにおける時間的減衰関数の導入では、指数的減衰関数が良く用いられ、例えば、有効なレコメンデーションシステム開発のために、協調フィルタリングにも組み込まれている [Koren 09]。我々は、本論文で扱う問題をできるだけ広範に研究するために、TDV モデルに対して、パラメータをもつ一般的な減衰関数のモデルを構築する。そして、観測されたオピニオン拡散データから TDV モデルのパラメータを学習する効率的な手法を提案する。さらに、TDV モデルにおける減衰関数モデルの候補が与えられたとき、観測データに最も適合する減衰関数モデルを選択する効率的な手法を提案する。我々は、典型的な減衰関数モデルとして、指数的減衰関数、べき乗的減衰関数、そして減衰なしの3つを採用し、提案法（パラメータ学習とモデル選択）を実験で評価する。

2. 時間減衰ダイナミクスをもつ投票者モデル

時間減衰ダイナミクスをもつ投票者モデルとして TDV モデルを定義する。 $G = (V, E)$ を自己リンクをもつ有向ネットワークとする。ここに、 V はノード全体の集合で $E \subset V \times V$ はリンク全体の集合である。ノード u からノード v への（有向）リンクを (u, v) で表す。リンク (u, v) が存在するとき、オピニオン形成過程において、 v は近傍 u から影響をうけると仮定する。ノード $v \in V$ の近傍ノード全体の集合を、 $B(v) = \{u \in V; (u, v) \in E\}$ とする。 $v \in B(v)$ に注意。整数 $K (\geq 2)$ に対して、 G 上での K 個のオピニオンの拡散を考える。ここに、各ノードは、時刻 $t = 0$ で K 個のオピニオンの1つを等確率で持ち、任意の時刻 $t (> 0)$ では1つのオピニオンを持つとする。 $g_t : V \rightarrow \{1, \dots, K\}$ を時刻 t での“オピニオン分布”とする。ここに、 $g_t(v)$ は時刻 t でのノード v のオピニオンを表す。 g_0 は初期オピニオン分布を表していることに注意。時刻 t にノード $v \in V$ のオピニオン更新が行われるとき、任意の $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ に対して、時刻

連絡先: 木村昌弘, 龍谷大学理工学部電子情報学科, 〒520-2194
 大津市瀬田大江町横谷 1-5, kimura@rins.ryukoku.ac.jp

t の直前にオピニオン k を持っている、ノード v の近傍ノード数を $U_k(t, v)$ とする。すなわち、

$$U_k(t, v) = |\{u \in B(v); \varphi_t(u) = k\}|$$

である。ここに、 $\varphi_t(u)$ はノード u が時刻 t の直前にもっているオピニオンを表す。

2.1 投票者モデル

通常の投票者モデルにおけるオピニオン拡散過程は次のとおりである。

1. 時刻 0 で各ノード v は、パラメータ 1 の指数分布^{*1}のようなある確率分布にしたがって、独立にそのオピニオン更新時刻 t を決める。引き続き、次のオピニオン更新時刻は、各更新時刻 t において同様に決定される。
2. 更新時刻 t において、ノード v は、次の確率分布にしたがって K 個のオピニオンの中から 1 つのオピニオンを選択する。

$$P(g_t(v) = k) = \frac{|U_k(t, v)|}{|B(v)|}, \quad (k = 1, \dots, K). \quad (1)$$

3. 本過程は、初期時刻 $t = 0$ から、次の更新時刻が与えられた最終時刻 T を過ぎるまで繰り返される。

2.2 TDV モデル

人々はオピニオンを決定するとき、友人たちの最新のオピニオンだけでなく、友人たちの過去のオピニオンも考慮すると考えられる。このような状況をモデル化するために、任意の $t > 0$ と $v \in V$ に対して、時刻 t より前に個人 (ノード) v がオピニオンを表明した時刻全体の集合 $M(t, v)$ を考える。また、 $k = 1, \dots, K$ に対して、 $M(t, v)$ の部分集合

$$M_k(t, v) = \{\tau \in M(t, v); g_\tau(v) = k\}$$

を考える。ここに $M_k(t, v)$ は、時刻 t より前に v がオピニオン k を表明した時刻全体の集合である。まず、過去に表明されたすべてのオピニオンを考慮する投票者モデルを定義する。本モデルは、通常の投票者モデルにおいて式 (1) を、

$$P(g_t(v) = k) = \frac{1 + \sum_{u \in B(v)} |M_k(t, u)|}{K + \sum_{u \in B(v)} |M(t, u)|}, \quad (k = 1, \dots, K) \quad (2)$$

に置き換えたものとして定義される。ここで、ラプラス平滑化として知られているベイズ事前分布を使用した。式 (2) でのラプラス平滑化は、時刻 $t = 0$ では各ノードが等確率で K 個のオピニオンの 1 つを持つことに対応している。我々は、このような投票者モデルを“基礎 TDV モデル”と呼ぶ。

これまで、過去のすべてのオピニオンが等しく重みづけらると仮定した。しかしながら、非常に古いオピニオンはほとんど影響を及ぼさないのが普通であり、一般には、古いオピニオンほど影響が小さいと考えられる。そこで、このような効果を反映させるために、我々は減衰関数を導入することを考える。その最も単純なものは指数減衰関数であり、

$$\rho(\Delta t; \lambda) = \exp(-\lambda \Delta t) \quad (3)$$

で定義される。ここに、 $\lambda \geq 0$ はパラメータ、 $\Delta t = t - \tau$ はオピニオン採用時刻 t とオピニオン表明時刻 τ との時間差を表している。また、他の妥当なものにはべき乗減衰関数であり、

$$\rho(\Delta t; \lambda) = (\Delta t)^{-\lambda} = \exp(-\lambda \log \Delta t) \quad (4)$$

で定義される。ここに、 $\lambda \geq 0$ はパラメータである。

より一般的な減衰関数のモデルを構築する。与えられた正整数 J に対して、 $(0, +\infty)$ 上の関数 f_1, \dots, f_J で、 $1, f_1, \dots, f_J$ が線形独立であるものを考え、 J 次元特徴ベクトル

$$F_J(\Delta t) = (f_1(\Delta t), \dots, f_J(\Delta t))^T$$

を構築する。ここに、 a^T はベクトル a の転置を表す。非負の要素からなる実 J 次元列ベクトル

$$\lambda_J = (\lambda_1, \dots, \lambda_J)^T$$

をパラメータベクトルとして、減衰関数 $\rho(\Delta t; \lambda_J)$ を、

$$\rho(\Delta t; \lambda_J) = \exp(-\lambda_J^T F_J(\Delta t)) \quad (5)$$

で定義する。ここに、行列演算が用いられている。ところで $J = 1$ のとき、 $\rho(\Delta t; \lambda_J)$ は、 $F_J(\Delta t) = \Delta t$ ならば指数減衰関数になり、 $F_J(\Delta t) = \log \Delta t$ ならばべき乗減衰関数になることに注意する。

この一般的な減衰関数のモデル $\rho(\Delta t; \lambda_J)$ (式 (5) 参照) を用いて、TDV モデルを定義する。TDV モデルは、通常の投票者モデルにおいて式 (1) を、

$$P(g_t(v) = k) = \frac{1 + \sum_{u \in B(v)} \sum_{\tau \in M_k(t, u)} \rho(t - \tau; \lambda_J)}{K + \sum_{u \in B(v)} \sum_{\tau \in M(t, u)} \rho(t - \tau; \lambda_J)}, \quad (k = 1, \dots, K) \quad (6)$$

に置き換えたものとして定義される。ここに、 λ_J が J 次元零ベクトル $\mathbf{0}_J$ であるとき、式 (6) は式 (2) と同じになるので、 $\lambda_J = \mathbf{0}_J$ の TDV モデルは基礎 TDV モデルと一致することに注意する。

3. 学習法

ネットワーク G 上の TDV モデルを期間 $[0, T]$ における観測データ \mathcal{D}_T から同定する問題を考える。ここに、 \mathcal{D}_T は、 $0 \leq t \leq T$ なる時刻 t にノード v がそのオピニオンをオピニオン k に更新したことを表す 3 つ組 (k, t, v) の全体である。

3.1 パラメータ推定法

オピニオン拡散の観測データ \mathcal{D}_T から TDV モデルのパラメータベクトル λ_J の値を推定する手法を与える。本モデルのオピニオン拡散過程 (式 (6)) に基づいて、対数尤度関数を、

$$\mathcal{L}(\mathcal{D}_T; \lambda_J) = \log \left(\prod_{(k, t, v) \in \mathcal{D}_T} P(g_t(v) = k) \right) \quad (7)$$

と定義できる。このとき、我々のパラメータ推定問題は、目的関数 $\mathcal{L}(\mathcal{D}_T; \lambda_J)$ を λ_J に関して最大化する問題として定式化される。式 (6) と式 (5) より、式 (7) は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathcal{D}_T; \lambda_J) = & \sum_{(k, t, v) \in \mathcal{D}_T} \log \left(1 + \sum_{u \in B(v)} \sum_{\tau \in M_k(t, u)} \exp(-\lambda_J^T F_J(t - \tau)) \right) \\ & - \sum_{(k, t, v) \in \mathcal{D}_T} \log \left(K + \sum_{u \in B(v)} \sum_{\tau \in M(t, u)} \exp(-\lambda_J^T F_J(t - \tau)) \right) \end{aligned}$$

*1 平均遅れ時間は 1 となる。

と表現できる。したがって、我々は、EM アルゴリズム的な手法で λ_j の値を推定する。本論文では、ページ数制限のため、アルゴリズムの詳細は省略する。

3.2 モデル選択法

TDV モデルにおける減衰関数モデル (特徴ベクトル) の候補が与えられたとき、その中からサンプル数 N の観測データ \mathcal{D}_T に最も適合するものを選択すること考える。

基礎 TDV モデルは、過去のすべてのオピニオンを等しく重みづける特別な TDV モデルであるので、まず、候補の減衰関数をもつ TDV モデルが、基礎 TDV モデルよりも観測データ \mathcal{D}_T により適合するかどうかを調べる。そのために、我々は尤度比検定を利用する。与えられた特徴ベクトル $F_j(\Delta t)$ に対して、それに基づく減衰関数をもつ TDV モデルの最尤推定量を $\hat{\lambda}_j(F_j)$ とする。基礎 TDV モデルは $\lambda_j = \mathbf{0}_j$ なる TDV モデルであるので、 $F_j(\Delta t)$ をもつ TDV モデルの基礎 TDV モデルに関する対数尤度比統計量は、

$$Y_N(F_j) = \mathcal{L}(\mathcal{D}_T; \hat{\lambda}_j(F_j)) - \mathcal{L}(\mathcal{D}_T; \mathbf{0}_j) \quad (8)$$

で与えられる。よく知られているように、サンプル数 N が無限大における $2Y_N(F_j)$ の漸近分布は、自由度 J の χ^2 分布である。そこで、有意水準 α ($0 < \alpha < 1$) (例えば $\alpha = 0.005$) を設定し、 $2Y_N(F_j)$ を $\chi_{J,\alpha}$ と比較することにより、 $F_j(\Delta t)$ をもつ TDV モデルが基礎 TDV モデルよりも有意に適合するかどうかを検定する。ただし、 $\chi_{J,\alpha}$ は自由度 J の χ^2 分布の上側 α 点である。有意水準 α での尤度比検定により選択された候補特徴ベクトル (すなわち、減衰関数) 全体の集合を \mathcal{FV} とする。対数尤度比統計量 $Y_N(F_j)$, ($F_j(\Delta t) \in \mathcal{FV}$) (式 (8) 参照) を最大にする特徴ベクトル $F_{j^*}(\Delta t) \in \mathcal{FV}$ を求め、 $F_{j^*}(\Delta t)$ に基づく減衰関数を持つ TDV モデルを選択することを提案する。 \mathcal{FV} が空集合ならば、 \mathcal{D}_T に対して基礎 TDV モデルを選択する。

さて、自然および社会科学における典型的な減衰関数には、指数的減衰関数 (式 (3) 参照) とべき乗的減衰関数 (式 (4) 参照) がある。指数的およびべき乗的減衰関数をもつ TDV モデルをそれぞれ、“指数的 TDV モデル” および “べき乗的 TDV モデル” と呼ぶ。実験では特に、基礎、指数的、およびべき乗的 TDV モデルのどれが、観測データ \mathcal{D}_T に最も適合するかを調べる。したがって、考察する TDV モデルは $J = 1$ であり、パラメータ λ をもつ。

4. 人工データによる実験評価

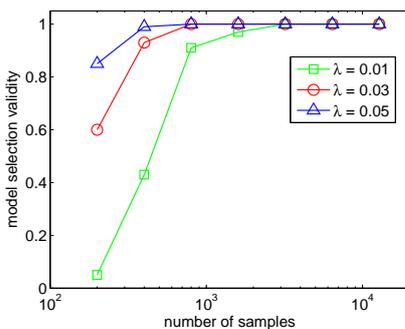


図 1: 指数的 TDV モデルに関するモデル選択の精度

人工データを用いた実験により、パラメータ推定およびモデル選択に関する提案法の有効性を調べた。簡単のため、完全

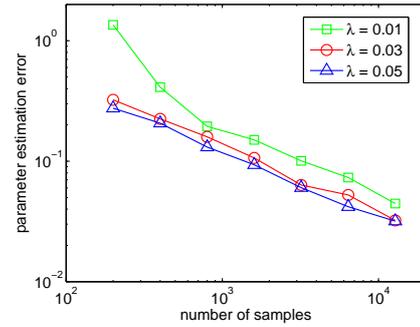


図 2: 指数的 TDV モデルに関するパラメータ推定誤差

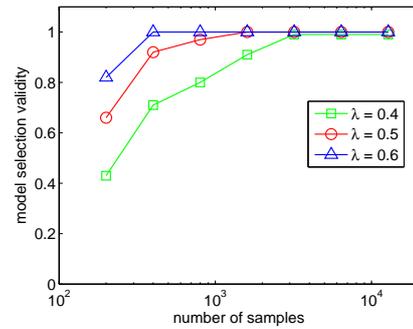


図 3: べき乗的 TDV モデルに関するモデル選択の精度

ネットワークを仮定した。オピニオン k 、時刻 t 、ノード v の 3 組 (k, t, v) からなるオピニオン拡散系列 \mathcal{D}_T を、TDV モデルにしたがって人工的に生成し、提案法を適用した。ここに、サンプル数は $|\mathcal{D}_T| = N$ であり、有意水準 α としては $\alpha = 0.005$ を用いた。真の減衰関数としては、指数的減衰関数とべき乗的減衰関数の 2 つの場合を仮定した。基礎 TDV モデルに対する指数的 TDV モデルおよびべき乗的 TDV モデルの対数尤度比統計量を、それぞれ Y_N^e と Y_N^p とする。5 節の実データに関する分析結果に基づいて、パラメータ λ の値を、指数的 TDV モデルでは $\lambda = 0.01, 0.03, 0.05$ 、べき乗的 TDV モデルでは $\lambda = 0.4, 0.5, 0.6$ の範囲で変化させた。サンプル数 N の観測データ \mathcal{D}_T を変えて 100 回実験し、提案法を評価した。

まず、モデル選択の精度を $\mathcal{F}_N/100$ で評価した。ここに、 \mathcal{F}_N は提案法が真のモデルを選択した数である。次に、提案法のパラメータ推定誤差を、 $\mathcal{E}_N = |\hat{\lambda}(N) - \lambda^*|/\lambda^*$ で評価した。ここ

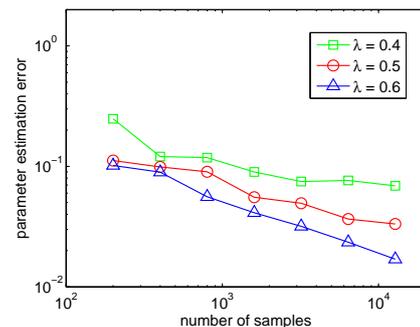


図 4: べき乗的 TDV モデルに関するパラメータ推定誤差

に、 λ^* はパラメータ λ の真の値であり、 $\hat{\lambda}(N)$ は提案法によるサンプル数 N の観測データ \mathcal{D}_T からのその推定値である。図 1 と図 2 は指数的 TDV モデルに関する結果であり、図 3 と図 4 はべき乗的 TDV モデルに関する結果である。ただし、図 1 と図 3 は、 $\mathcal{F}_N/100$ を N の関数として表示しており、図 2 と図 4 は \mathcal{E}_N を N の関数として表示している。期待どおり、 N が増加すると、精度 \mathcal{F}_N は高くなり、誤差 \mathcal{E}_N は小さくなった。さらに、 λ が大きくなるにつれて、精度 \mathcal{F}_N は高くなり、誤差 \mathcal{E}_N は小さくなった。ここに、 λ が大きいということは、過去のアクティビティを急速に忘れるということであり、 λ が小さいということは、それをゆっくり忘れるということであることに注意する。したがって、TDV モデルを正しく学習するには、小さい λ をもつ TDV モデルほどより多くの学習サンプルが必要である。図 1、図 2、図 3、図 4 から、 N が 500 よりも大きく、 λ が、指数的 TDV モデルなら 0.01 よりも、べき乗的 TDV モデルなら 0.4 よりも大きいとき、提案法は十分機能することが観察される。

5. ソーシャルメディアデータにおける実験

化粧品クチコミサイトである“@cosme”^{*2}から実データを収集した。@cosme では、ユーザは各ブランドに対してレビューと評点（1 点から 7 点まで）を投稿できる。ユーザは別のユーザをお気に入りとして登録すると、それらのユーザ間に「ファンリンク」が生成される。2009 年 12 月にランダムに抽出したユーザからファンリンクを 10 ステップまでたどり、ユーザ v が時刻 t にブランド b に対し評点 k をつけたというデータ (b, k, t, v) の集合を収集した。各ブランド b 毎に、ユーザ v によってつけられた評点 k を v のオピニオン k と見なし、3 つ組 (k, t, v) からなるオピニオン拡散系列 $\mathcal{D}_T(b)$ を構築した。特に、サンプル数 $N = |\mathcal{D}_T(b)|$ が 500 よりも大きいブランドに絞った。このとき、ブランド総数は 120 となった。このデータセットを @cosme データセットと呼ぶ。

提案法を @cosme データセットに適用した。前節と同様、基礎 TDV モデル、指数的 TDV モデルおよびべき乗的 TDV モデルを採用し、モデル選択における有意水準 α としては $\alpha = 0.005$ を用いた。このとき、 $2Y_N^e > \chi_{1,\alpha}$ なるブランドが 9 ブランド、 $2Y_N^p > \chi_{1,\alpha}$ なるブランドが 93 ブランドあった。さらに、 $2Y_N^p > \max(\chi_{1,\alpha}, 2Y_N^e)$ なるブランドが 92 ブランド、 $2Y_N^e > \max(\chi_{1,\alpha}, 2Y_N^p)$ なるブランドが 1 ブランド、 $\max(2Y_N^p, 2Y_N^e) \leq \chi_{1,\alpha}$ なるブランドが 27 ブランドあった。すなわち、提案法によれば、92 ブランドがべき乗的 TDV モデルに、27 ブランドが基礎 TDV モデルに、そして 1 ブランドのみが指数的 TDV モデルに従っていた。これらの結果は、ほんどのブランドがべき乗的 TDV モデルに従うことを示しており、人間の多くの活動はべき乗則と関連があるという Barabási らの研究 [Barabási 05, Oliveira 05] とも合致している。

6. おわりに

人々のオピニオンが、彼ら自身や彼らの友人たちのオピニオン履歴によりどのように影響されるのかという問題を論じた。古いオピニオンほど影響が小さく、最近のオピニオンほど影響が大きいと仮定するのは自然であろう。この仮定に基づいて、TDV モデルと呼ばれる新たな投票者モデルを構築した。TDV モデルでは、過去のすべてのオピニオンを、パラメータをもつ与えられた時間的減衰関数の中に組み込んで用いている。我々

は、観測されたオピニオン拡散データから本パラメータを学習する効率的手法を提案した。さらに、TDV モデルにおける減衰関数モデルの候補が与えられたとき、観測データに最も適合する減衰関数モデルを選択する効率的手法を提案した。我々は、典型的な減衰関数モデルとして、指数的減衰関数、べき乗的減衰関数、そして減衰なしの関数の 3 つを採用し、提案法（パラメータ学習とモデル選択）を実験評価した。まず、人工データを用いた実験で、提案法の有効性を実証した。次に、化粧品クチコミサイトからのオピニオン拡散の実データを分析し、ほんどのブランドがべき乗的減衰関数をもつ TDV モデルに従うことを示した。

謝辞:

本研究は、科学研究費補助金基盤研究 (C) (No. 23500194) の補助を受けた。

参考文献

- [Barabási 05] Barabási, A.L.: The origin of bursts and heavy tails in human dynamics: *Nature* 435, 207–211, 2005.
- [Chen 09] Chen, W., Wang, Y., and Yang, S.: Efficient influence maximization in social networks, In *Proc. of KDD 2009*, 199–208, 2009.
- [Even-Dar 07] Even-Dar, E., and Shapira, A.: A note on maximizing the spread of influence in social networks, In *Proc. of WINE 2007*, 281–286, 2007.
- [Kempe 03] Kempe, D., Kleinberg, J., and Tardos, E.: Maximizing the spread of influence through a social network, In *Proc. of KDD 2003*, 137–146, 2003.
- [Kimura 10a] Kimura, M., Saito, K., Nakano, R., and Motoda, H.: Extracting influential nodes on a social network for information diffusion, *Data Min. Knowl. Disc.*, 20, 70–97, 2010.
- [Kimura 10b] Kimura, M., Saito, K., Ohara, K., and Motoda, H.: Learning to predict opinion share in social networks, In *Proc. of AAAI 2010*, 1364–1370, 2010.
- [Kimura 11] Kimura, M., Saito, K., Ohara, K., and Motoda, H.: Detecting anti-majority opinionists using value-weighted mixture voter model, In *Proc. of DS 2011*, 150–164, 2011.
- [Koren 09] Koren, Y.: Collaborative Filtering with Temporal Dynamics, In *Proc. of KDD 2009*, 447–456, 2009.
- [Leskovec 07] Leskovec, J., Krause, A., Guestrin, C., Faloutsos, C., VanBriesen, J., and Glance, N.: Cost-effective outbreak detection in networks, In *Proc. of KDD 2007*, 420–429, 2007.
- [Oliveira 05] Oliveira, J.G., Barabási, A.L.: Dawin and Einstein correspondence patterns, *Nature*, 437, 1251, 2005.
- [Sood 05] Sood, V., and Redner, S.: Voter model on heterogeneous graphs, *Phys. Rev. Lett.*, 94, 178701, 2005.
- [Wu 08] Wu, F., and Huberman, B. A.: How public opinion forms, In *Proc. of WINE 2008*, 334–341, 2008.
- [Yang 09] Yang, H., Wu, Z., Zhou, C., Zhou, T., and Wang, B.: Effects of social diversity on the emergence of global consensus in opinion dynamics, *Phys. Rev. E*, 80, 046108, 2009.

*2 <http://www.cosme.net/>