

最急降下法を用いた CDS プロキシヘッジにおける 最適ヘッジ比率の学習

Optimization of hedge ratio in CDS proxy hedge using steepest descent method

後藤 卓^{*1}
Takashi Goto

松井 藤五郎^{*2}
Tohgoroh Matsui

和泉 潔^{*3}
Kiyoshi Izumi

^{*1} 三菱東京 UFJ 銀行

^{*2} 中部大学

^{*3} 東京大学 ^{*4} JST さきがけ

This paper describes a method to optimize the hedge ratio in the CDS proxy hedge using steepest descent. In money market, CDS (Credit Default Swap) is used as hedge of a sovereign exposure or a corporate exposure. “CDS proxy hedge” means that when it is necessary to hedge against an exposure where there is no CDS market, the hedge is entered against another sovereign CDS or a corporate CDS. But the method is not generalized yet.

1. はじめに

金融市場において、国債や企業向け貸出の信用リスクヘッジ手段として、CDS (Credit Default Swap) が幅広く用いられるようになってきており、国内外において数千の銘柄(国、企業)の CDS が取引されている。

しかし、依然として、アジアを中心に CDS の流動性がない国や企業が存在する。こうした先の信用リスクヘッジに関しては、状況が似ている他国や同じ業種の企業の CDS を用いてヘッジするプロキシヘッジの取組がなされているが、その際、適切な銘柄選定と最適なヘッジ比率の設定が課題となっている。

本論文では、株価を説明変数と仮定し、最急降下法を用いて投資比率 f を最適化する手法を用い、ヘッジ比率を最適化し、適合度の検証を行った。

2. 今回の研究

2.1 CDS とは

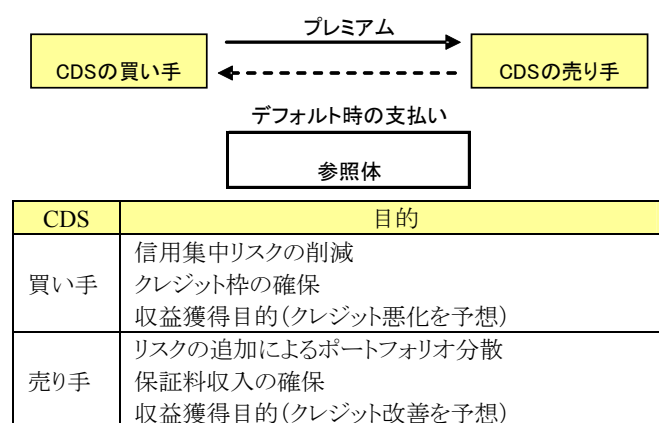
CDS とは、株式市場のように取引所に上場されている銘柄の取引(取引所取引)とは異なり、金融機関同士が相対にて取引を行う店頭デリバティブ取引である。

CDS の買い手は、プレミアム(保証料)を支払い、参照体(例:国、企業)がデフォルトした場合の保証を受ける。契約書には、参照体、クレジットイベント、対象となる想定元本金額、プレミアム額等が明示され、参照体にクレジットイベントが発生した場合、CDS の売り手は損失に対する対価を支払う【図 1】。

以前は、銀行は貸出を実行したらその保有を継続することが基本であり、取引先の信用リスク上昇時における第 3 者への売却は、取引先との関係上限定的な選択肢であったが、近年は CDS に代表されるクレジットデリバティブ市場の発達により、取引先との関係を気にせず、信用リスクをヘッジすることが可能になっている。

連絡先:後藤 卓, 三菱東京 UFJ 銀行, 東京都千代田区丸の内 2-7-1, takashi_6.gotou@mufj.jp

本稿は、筆者の個人的見解に基づくものであり、三菱東京 UFJ 銀行の公式見解を示すものではありません。また、資料中に含まれるあり得べき誤りや表現方法については、全て筆者に属します。



【図 1】 CDS の仕組みと参加者の目的

尚、本稿の内容とは直接関係しないものの、CDS を買うことにより取引先の信用リスクはヘッジできるが、新たに CDS の売り手となる金融機関がデフォルトするリスク(カウンターパーティリスク)を抱えることとなる点に留意が必要である。リーマン破綻時にはこのリスクが顕在化し、金融危機につながった。

2.2 CDS と株価

CDS は相対取引であり、買い手は売り手を、売り手は買い手を探す必要がある。売り手が現れない場合等、CDS の流動性が乏しい参照体も存在する。プロキシ(代理)ヘッジとは、この場合に、代わりに流動性のある参照体をヘッジする行為を指す。

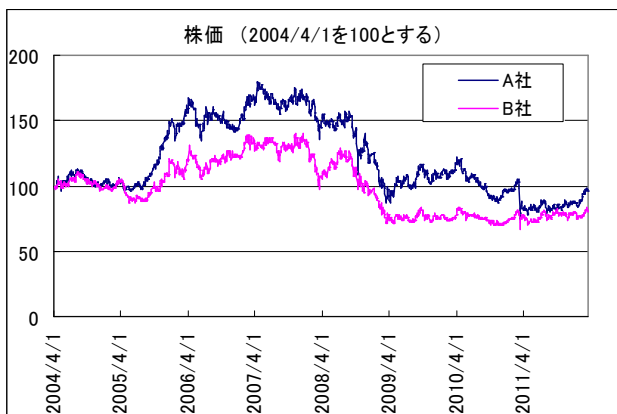
プロキシヘッジには①適切な銘柄・商品の選択、及び②適切なヘッジ比率の選定が必要であるが、今回の研究では後者に絞ることとする。既に CDS と株価が判明している企業を 2 社(A 社、B 社)選定し、A 社の CDS 情報、株価情報、及び B 社の株価情報を用いて、B 社の CDS と同等の経済効果を、A 社の CDS を用いて獲得することを目指す。

ここで、CDS における A 社と B 社の関係が、株価における A 社と B 社の関係と略同様であるとの仮定をおいているが、CDS と株価の商品としての性格や、市場参加者が異なること等により、実際には関係性は同等とは定義できない。これは、①適切な銘柄・商品選択の問題に繋がる問題であるが、本論文では言及しない。

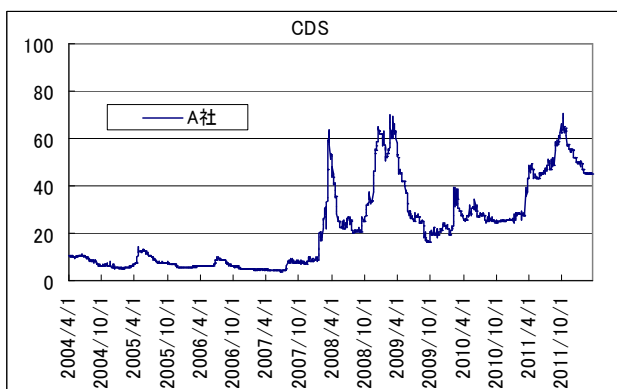
表 1 はプロキシヘッジのイメージを表したものである。例えば、B 社 CDS の流動性がない場合に、B 社のヘッジ効果を、A 社 CDS を買うことによって実現することを指す。

【表 1】株価、CDS の流動性

	A 社	B 社
株価	○	○
CDS	○	×



【図 2】A 社、B 社の株価(グラフ)



【図 3】A 社の CDS(グラフ)

3. 投資比率とヘッジ比率

3.1 投資比率 f

複利型強化学習は、エージェントが獲得する複利リターンを将来にわたって最大化する行動規則を、試行錯誤を通じて学習する枠組みである【1,2】。この学習では、エージェントが自分の試算のうちどれだけを投資するかを表す投資比率パラメータ f が導入されている。投資比率 f に関しては、リターンの確率分布が既知であるなら、複利リターンを最大化する投資比率を解析的に求められることが明らかとなっている【3】。これまでに、オンライン勾配法を用いて投資比率 f を最適化し、複利リターンを最大化する行動規則の有効性が確認されている【4】。

本論文では、【4】で提案した投資比率 f の最適化に注目し、これを同じ仕組みを用いてプロキシヘッジのヘッジ比率を最適化する手法を提案する。

3.2 最急降下法によるヘッジ比率の最適化

平均二乗誤差の最小化に基づく最適化を用いることとする。銘柄 i へのリターンを $R_{i,t}$ と表す。

銘柄 i への投資 1 に対する銘柄 j への投資を f とし、これをヘッジ比率と呼ぶ。

このとき、時刻 t におけるリターンの差は以下の式で表される。

$$|R_{i,t} - R_{j,t}f| \quad (1)$$

時刻 1 から t までのリターンの差の二乗和は次のように書ける。

$$\sum_{k=1}^t (R_{i,k} - R_{j,k}f)^2 \quad (2)$$

これを最小化することを考える。まず、f について微分する。

$$\frac{\partial}{\partial f} \sum_{k=1}^t (R_{i,k} - R_{j,k}f)^2 = -2 \sum_{k=1}^t R_{j,k} (R_{i,k} - R_{j,k}f) \quad (3)$$

最急降下法を用いてこれを最小化する場合は次のようになる。

$$f_{n+1} = f_n + 2\eta \sum_{k=1}^t R_{j,k} (R_{i,k} - R_{j,k}f) \quad (4)$$

ここで、 η は学習率と呼ばれるパラメータである。

4. 実験と考察

4.1 実験

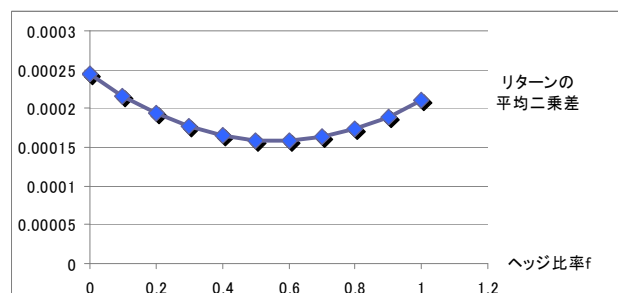
もし、A 社と B 社の株価の関係性と、A 社と B 社の CDS の関係性が等しければ、既に判明している株価を用いて B 社に対する A 社のヘッジ比率 f を最適化し、f を A 社の CDS に適用することでプロキシヘッジが可能となる。

今回は、日経平均採用銘柄から株価、CDS ともに存在する同業種を 2 社(A 社、B 社)選定し、2005 年～2011 年の株価、CDS のデータを用いてヘッジ比率 f を算出し、算出したヘッジ比率 f を用いて 2012 年 1～3 月の 3 ヶ月間プロキシヘッジにてヘッジした結果と、実際の B 社の CDS にてヘッジした結果を比較する。

尚、ヘッジ比率の最適化にあたっては株価の配当金を考慮しない。

4.2 結果

B 社の株価を対象とした A 社株価のヘッジ比率 f は 0.56 となった【図 4】。



【図 4】f を 0～1 まで変化させたときのリターンの平均二乗差

このヘッジ比率を用い、2012年初にB社のCDSを1億円ヘッジした場合の3ヶ月間のヘッジコスト(保証料+価格変動)と、A社のCDSを0.56億円ヘッジした場合のヘッジコストを比較した【表2】。

【表2】結果まとめ

単位:千円

	CDS ヘッジ量	保証料	価格 変動	合計 (ヘッジコスト)
①	B社1億円	▲115	▲12	▲127
②	A社0.56億円	▲70	▲19	▲89
③	A社0.8億円	▲100	▲27	▲127
④	A社1億円	▲125	▲33	▲158

※実際には、通常、取引最小単位は通常5億円である。

①(B社1億円)をヘッジするのに、④(A社1億円)では、結果としてヘッジコストが超過している。実際には、①をヘッジするのに最適な f は0.8(③)であった。

A社とB社の関係においては、株価から算出したヘッジ比率 f では、CDSのヘッジには小さすぎることがわかった。これは、A社・B社間における株価の関係性とCDSの関係性が異なることを示している可能性が高い。

また、【図2】、【図3】からもわかるとおり、株価とCDSの値動きが異なることから、株価の関係を使ってCDSの関係を示すことには限界があると考えられる。

5. まとめ

今回は、CDSのプロキシヘッジにあたり、最急降下法を用いてヘッジ比率 f を最適化する手法を提案した。また、過去の市場データを用いて、株価の関係性から予測したヘッジ比率 f を用いたプロキシヘッジと、実際のCDSを用いたヘッジのコストを比較する実験を実施した。

その結果、株価の関係性からCDSの関係性を示すことについては限界がありそうだ、ということがわかった。

今後は、最急降下法以外の手法を検討するとともに、株価からではなく、比較的流動性のあるCDSインデックスや社債等を用いたCDSプロキシヘッジの可能性につき、検討を行いたい。

参考文献

- [1] 松井藤五郎:複利型強化学習, 人工知能学会論文誌, Vol.26, No.2, pp. 330-334, 2011.
- [2] 松井藤五郎, 後藤卓, 和泉潔, 陳ユ: 複利型強化学習の枠組みと応用. 情報処理学会論文誌, Vol.52, No.12, pp. 3300-3308, 2011.
- [3] John Larry Kelly, Jr.: A new interpretation of information rate. *Bell System Technical Journal*, Vol. 35, pp. 917-26, 1956.
- [4] 松井藤五郎, 後藤卓, 和泉潔, 陳ユ: オンライン勾配法における投資比率最適化付き複利型強化学習, 第8回ファイナンスにおける人工知能応用研究会(SIG-FIN), pp. 42-45, 2012.