

時変ガウスモデルを用いた UAV のパラメータ推定

Parameter Estimation of UAV Using Time-Varying Gaussian Modeling

高橋 将太*¹ 赤石 美奈*² 堀 浩一*¹
 Shota TAKAHASHI Mina AKAISHI Koichi HORI

*¹東京大学大学院工学系研究科
 School of Engineering, The University of Tokyo

*²法政大学情報科学部
 Faculty of Computer and Information Sciences, Hosei University

In this paper we propose a method for parameter estimation method for linear dynamic systems affected by transient external force. To track sudden change of the external force, the proposed method assumes that the probability density function of state transient noise is non-stationary. The probability density function of the transient external force is modeled as local Gaussian whose covariance matrix is multiplication of time-variant scalar coefficient and time-invariant matrix. We have confirmed that the proposed method can estimate the parameters more accurately than conventional methods by applying it to UAV in a changing environment such as a wind gust disturbance.

1. はじめに

1.1 背景

近年、飛行ロボットについての研究は盛んに行われている。地上ロボットにはない三次元移動が可能であるという利点を生かし、災害地での救助支援、気象観測、屋内における偵察やナビゲーションなど、多種多様な用途への活用が期待されている。特に無人小型飛行ロボットについては、開発、製造、保管のコストが小さく、人に行わせることができない危険なミッションでも、墜落の被害を考慮に入れることなく遂行させることができる。しかし小型飛行ロボットはペイロードの制限から十分なセンサ、アクチュエーターを搭載する事ができず、大幅な機能の制限や外乱に対する脆弱性など、実用に向けた上で克服すべき様々な問題を抱えている。

一方で信号処理の分野では、カルマンフィルタやカルマンスムーザといった、ノイズのあるデータから精度よく状態量を推定するための統計的手法が研究されている。特に近年、突発的な外力が加わりシステムノイズの分散が変化するようなシステムについて、パラメータ群を時間ごとに変化する時変パラメータと変化しない時不変パラメータに分けることで、高精度に状態量を推定することが可能である時変ガウスモデリングが提案されている。

1.2 目的

本研究では、

- ・システムモデリングに誤差がある
- ・センサのノイズが大きい
- ・突風など突発的に外乱が変化する

といった UAV の持つ問題を克服するために、時変ガウスモデリングを用いたパラメータ推定法を適用することで、状態量やシステムのパラメータの推定精度を向上させることを目的とする。

2. 手法

2.1 線形システムのパラメータ推定

以下のような線形システムにおいて、リアルタイムで状態量の推定を行うカルマンフィルタ、ある区間 $t = [1, L]$ に渡るデータが得られた時に過去の状態量を推定するカルマンスムーザといった、推定に関するアルゴリズムは過去に多くの研究がなされてきている。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u}_t \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{C}\mathbf{x}_t + \mathbf{w}_t \quad (2)$$

$$p(\mathbf{u}_t) = \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_u) \quad (3)$$

$$p(\mathbf{w}_t) = \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_w) \quad (4)$$

Ghahramani ら [1] の線形システムのパラメータ推定法では、カルマンフィルタ、カルマンスムーザで得られた推定値から、EM アルゴリズムを用いて $\mathbf{A}, \mathbf{C}, \mathbf{R}_u, \mathbf{R}_w$ といったシステムのパラメータを推定する。

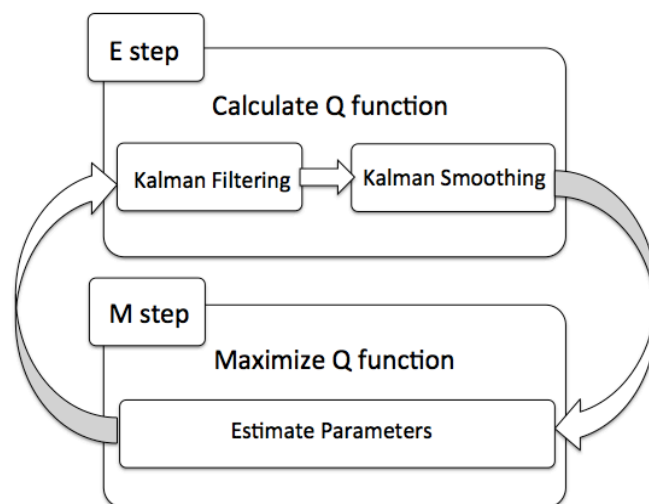


図 1: パラメータ推定アルゴリズム

連絡先: 高橋将太

東京大学大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻
 〒 113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1
 takahashi@ailab.t.u-tokyo.ac.jp

2.2 時変ガウスモデルを用いたパラメータ推定

従来のガウスモデルによるパラメータ推定では、システムノイズの分散共分散行列は時間に依らず一定であるものとしてモデリングされてきた。しかしシステムに加わる外力が急激に変化するような環境の場合、このようなモデルでは状態量を正確に推定することは難しい。外力の急激な変化に追従するため、システムノイズの分散共分散行列を完全に時変であると仮定すると、推定すべきパラメータ数が多くなることで過学習を起し、パラメータの推定は難しくなる。

戸上 [2] は以下のようにシステムノイズの分散共分散行列をモデリングしたパラメータ推定法を提案している。

$$\mathbf{R}_{u_t} = v_t \mathbf{R}_u \quad (5)$$

ここで v_t は時変のスカラー係数、 \mathbf{R}_u は時不変の行列である。 \mathbf{R}_{u_t} を時変のスカラーと時不変の行列の積で表すことによって、外乱の変化を追従することを可能にしつつ、パラメータ数を抑えることで過学習が起きにくくなっている。

時変ガウスモデルを用いたパラメータ推定アルゴリズムは以下のとおりである。

E step

Kalman Filtering

$$\hat{\mathbf{x}}_{1|0} = \boldsymbol{\pi} \quad (6)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{1|0}} = \mathbf{Z} \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{t-1|t-1} \quad (8)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|t-1}} = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t-1|t-1}}\mathbf{A}^T + \mathbf{R}_{u_t} \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|t-1}}\mathbf{C}^T(\mathbf{R}_w + \mathbf{C}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|t-1}}\mathbf{C}^T)^{-1} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t|t} = \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t(\mathbf{y}_t - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|t}} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t\mathbf{C})\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|t-1}} \quad (12)$$

ただし $\boldsymbol{\pi}$ は初期状態量の平均、 \mathbf{Z} は初期状態量の誤差分散行列である。

Kalman Smoothing

$$\mathbf{J}_t = \mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|t}}\mathbf{A}^T\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t+1|t}}^{-1} \quad (13)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|L}} = \mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|t}} - \mathbf{J}_t(\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t+1|t}} - \mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t+1|L}})\mathbf{J}_t^T \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t|L} = \hat{\mathbf{x}}_{t|t} + \mathbf{J}_t(\hat{\mathbf{x}}_{t+1|L} - \hat{\mathbf{x}}_{t+1|t}) \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_t = \mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|L}} + \hat{\mathbf{x}}_{t|L}\hat{\mathbf{x}}_{t|L}^T \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{t,t-1} = \mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t,t-1|L}} + \hat{\mathbf{x}}_{t|L}\hat{\mathbf{x}}_{t-1|L}^T \quad (17)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t,t-1|L}} = \mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|t}}\mathbf{J}_{t-1}^T - \mathbf{J}_t(\mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t|t}} - \mathbf{R}_{\mathbf{x}_{t+1,t|L}})\mathbf{J}_{t-1}^T \quad (18)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{L,L-1|L}} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_L\mathbf{C})\mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{L-1|L-1}} \quad (19)$$

M step

観測行列 \mathbf{C} 、観測ノイズの分散共分散行列 \mathbf{R}_w 、初期状態のパラメータは以下のように求められる。

$$\mathbf{C}_{\text{new}} = \left(\sum_{t=1}^L \mathbf{y}_t \hat{\mathbf{x}}_{t|L}^T \right) \left(\sum_{t=1}^L \mathbf{P}_t \right)^{-1} \quad (20)$$

$$\mathbf{R}_{w,\text{new}} = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L (\mathbf{y}_t \mathbf{y}_t^T - \mathbf{C}_{\text{new}} \hat{\mathbf{x}}_{t|L} \mathbf{y}_t^T) \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\pi}_{\text{new}} = \hat{\mathbf{x}}_{1|L} \quad (22)$$

$$\mathbf{Z}_{\text{new}} = \mathbf{P}_1 - \boldsymbol{\pi} \boldsymbol{\pi}^H \quad (23)$$

システム行列 \mathbf{A} 、システムノイズの時変スカラー係数 v_t 、時不変の分散共分散行列 \mathbf{R}_u は以下のように求められる。

$$\mathbf{A}_{\text{new}} = \left(\sum_{t=2}^L v_t^{-1} \mathbf{P}_{t,t-1} \right) \left(\sum_{t=2}^L v_t^{-1} \mathbf{P}_{t-1} \right)^{-1} \quad (24)$$

$$v_{t,\text{new}} = \frac{1}{M} \text{tr} \{ \mathbf{R}_u^{-1} (\mathbf{P}_t - \mathbf{A}_{\text{new}} \mathbf{P}_{t,t-1}^T - \mathbf{P}_{t,t-1} \mathbf{A}_{\text{new}}^T + \mathbf{A}_{\text{new}} \mathbf{P}_{t-1} \mathbf{A}_{\text{new}}^T) \} \quad (25)$$

$$\mathbf{R}_{u,\text{new}} = \frac{1}{L-1} \sum_{t=2}^L \frac{1}{v_{t,\text{new}}} (\mathbf{P}_t - \mathbf{A}_{\text{new}} \mathbf{P}_{t,t-1}^T - \mathbf{P}_{t,t-1} \mathbf{A}_{\text{new}}^T + \mathbf{A}_{\text{new}} \mathbf{P}_{t-1} \mathbf{A}_{\text{new}}^T) \quad (26)$$

ただし M は状態量ベクトルの次元を表す。

3. 実験

本研究では2章で述べた手法を適用する UAV として小型飛行船を選定し、シミュレーションを行う。

3.1 飛行船の力学モデル

ここでは Zwaan らのモデル [3] を参考に、飛行船の力学モデルを考える。まず飛行船の機体座標系と静止座標系を定義する。機体座標系を考えるに当たり、飛行船の質量中心を求めることは一般的に難しいことから、体積中心を原点とする。 u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向への速度、 p, q, r はそれぞれの軸の周りの角速度を表す。また、 α, β, γ は静止座標系における飛行船の姿勢角を表す。

飛行船を剛体と考えたときの運動方程式は、次のような6次元の自由度を持つニュートン・オイラー方程式で表される。

$$M\dot{\mathbf{x}} + D(\mathbf{x})\mathbf{x} + G(\alpha, \beta, \gamma) = \boldsymbol{\tau} \quad (27)$$

ここで、各記号の意味は以下の通りである。

\mathbf{x} : 速度ベクトル

速度ベクトル \mathbf{x} は6次元のベクトルで、以下の成分を持つ。

$$\mathbf{x} = [u \ v \ w \ q \ p \ r]^T \quad (28)$$

M : 質量行列

質量行列 M は 6×6 の行列で、以下のように分割される。

$$M = M_{RB} + M_A \quad (29)$$

ここで、 M_{RB} は飛行船を剛体とみなしたときの質量と慣性モーメント、 M_A は付加質量と付加慣性モーメントを成分に持つそれぞれ 6×6 の行列である。

研究で用いる小型の飛行船の場合、機体座標系における $x-z$ 平面と $y-z$ 平面に関して気体は対称であると近似することができる。このとき、慣性モーメントにおけるクロスカップリング成分は無視することができる。また行列 M_A は対角成分のみとなり、以下のように表すことができる。

$$M_A = \text{diag} [A_{11} \ A_{22} \ A_{33} \ A_{44} \ A_{55} \ A_{66}] \quad (30)$$

$D_S(x)$:制動行列

$D(x)$ は空力的な抵抗による 6×6 の制動行列で、以下のよう
に分割される。

$$D = D_S(x) + D_M(x) \quad (31)$$

ここで、 $D_S(x)$ は乱流境界層によって引き起こされる表面摩擦による抵抗を、 $D_M(x)$ は機体によって生じる渦の影響で発生する抵抗を表す。

本研究で用いるような低速で移動する小型飛行船の場合、抵抗は線形な表面摩擦係数のみを考慮すればよいとされる。このとき、制動行列は以下のように表すことができる。

$$D(x) = \text{diag} [X_u \ Y_v \ Z_w \ K_p \ M_q \ N_r] \quad (32)$$

G :重力、浮力ベクトル

G は重力、浮力による 6 次元のベクトルである。静止座標系では鉛直方向成分しか持たないが、機体座標系に変換するために姿勢角をパラメータとする回転行列が用いられる。

τ :推進力ベクトル

ベクトル τ は推進機構によって生じる力とモーメントを表す 6 次元のベクトルである。低速で移動する小型飛行船の場合、 τ はプロペラの推力と幾何的な配置によって決まる。本研究で用いる飛行船の推進機構の配置より、 τ は以下のように表すことができる。

$$\tau = \begin{bmatrix} T_{cmn} \\ 0 \\ T_v \\ 0 \\ d_z T_{cmn} \\ d_y T_{diff} \end{bmatrix} \quad (33)$$

ここで、 T_{cmn} は右舷側のプロペラの推力 T_s と左舷側のプロペラの推力 T_p の和 $T_{cmn} = T_s + T_p$ であり、 T_{diff} は差 $T_{diff} = T_s - T_p$ である。また、 T_v は垂直方向のプロペラの推力である。 d_y は体積中心から左右のプロペラまでの水平方向の距離、 d_z は体積中心から垂直方向のプロペラまでの垂直方向の距離である。

3.2 運動方程式の線形化

飛行船の運動が平衡状態からの微小な摂動であるとみなすと、運動方程式を線形化することができる。

このとき、飛行船の運動方程式は縦の運動と横の運動に完全に分離することができる。さらに飛行船の姿勢角について、ピッチ、ロール方向の運動は小さいとして、 $\beta = \gamma = 0$ と仮定する。

3.2.1 縦の運動

飛行船の縦の運動 ($x-z$ 平面上) について、関係する状態量と制御量は以下のように与えられる。

$$x = [\delta u \ \delta w \ \delta q \ \delta \beta]^T \quad (34)$$

$$\tau = [\delta T_{cmn} \ \delta T_v]^T \quad (35)$$

ここで、重力と浮力の効果を考慮に入れた正方行列を得るために、状態量にピッチ角の摂動 $\delta \beta$ を追加した。

運動方程式は以下のように表すことができる。

$$M\dot{x} = Ax + B\tau \quad (36)$$

$$M = \begin{bmatrix} m + A_{11} & 0 & ma_z & 0 \\ 0 & m + A_{33} & -ma_x & 0 \\ ma_z & -ma_x & I_{yy} + A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$A = \begin{bmatrix} -X_u & 0 & 0 & -(mg - f_b) \\ 0 & -Z_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M_q & -a_z mg \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ d_z & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

3.2.2 横の運動

飛行船の横の運動 ($x-y$ 平面上) について、関係する状態量と制御量は以下のように与えられる。

$$x = [\delta v \ \delta p \ \delta r \ \delta \gamma]^T \quad (40)$$

$$\tau = \delta T_{diff} \quad (41)$$

ここで、縦の運動と同様に、重力と浮力の効果を考慮に入れた正方行列を得るために、状態量にロール角の摂動 $\delta \gamma$ を追加した。

運動方程式は以下のように表すことができる。

$$M\dot{x} = Ax + B\tau \quad (42)$$

$$M = \begin{bmatrix} m + A_{22} & -ma_z & ma_x & 0 \\ -ma_z & I_{xx} + A_{44} & 0 & 0 \\ ma_x & 0 & I_{zz} + A_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$A = \begin{bmatrix} -Y_v & 0 & 0 & mg - f_b \\ 0 & -K_p & 0 & -a_z mg \\ 0 & 0 & -N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

ここで、 m は機体質量、 g は重力加速度、 f_b は浮力、 a_x, a_z は機体座標系における機体重心の座標、 I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} は慣性モーメントを表す。

3.3 シミュレーション

今回の実験では、制御入力なしに定常飛行している飛行船にインパルス状の突風が外力として加わるという条件で、状態量をどれだけ精度よく推定できるかを従来手法と提案手法と比較する。また、システムの遷移行列 A 、制御行列 B 、観測行列 C は既知として更新はせず、システムノイズの分散共分散行列 R_u 、観測ノイズの分散共分散行列 R_w 、状態量の初期推定値、誤差分散行列について更新する。

ただし提案手法のアルゴリズムでは、 R_w と v_t 、 R_u を同時に更新すると不安定になることが知られている。そのため、まずは $v_t = 1$ として従来手法と同じ条件で R_w を予め決めた回数だけ EM アルゴリズムで更新し、その後 R_w の更新を止めた条件のもとで v_t を更新する、という方法を取る。

評価には次のような正規化した誤差を用いた．

$$\mathcal{F} = \frac{\sum_t \|C_{estimate} \hat{x}_{t|L} - C_{correct} x_{correct}\|^2}{\sum_t \|C_{correct} x_{correct}\|^2} \quad (46)$$

3.4 結果

図 2 は，縦の運動における状態量の第一成分の真値，観測値，従来手法と提案手法によるそれぞれの推定値を表したものである．提案手法の方が，従来手法よりも状態量の急激な変化を良く追従できていることが確認できる．

図 3 は，提案手法と従来手法における真値との誤差を表したものである．提案手法によって v_t を更新したタイミングから誤差が急激に小さくなっていることが確認できる．

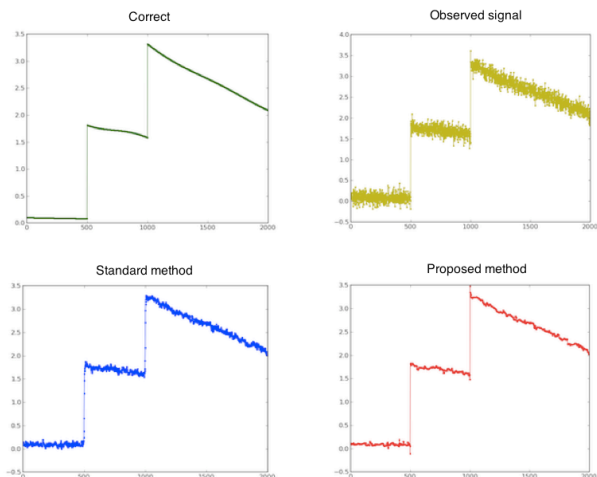


図 2: 結果

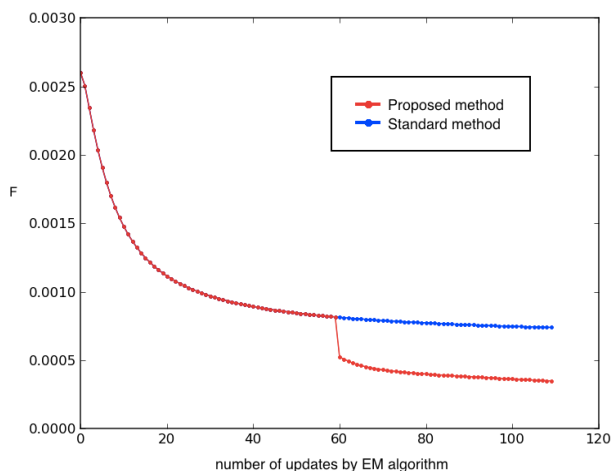


図 3: 真値との誤差

4. おわりに

本稿は突発的な外力が加わるような線形システムに対し，時変ガウスモデルを用いたパラメータ推定法を提案し，飛行船の

運動に適用した．その結果，インパルス状の外乱に対しては従来手法よりも高い推定精度を得られることを確認した．今後は飛行船以外の UAV についても提案手法が適用可能か検証していきたい．また外乱が変化する環境における地図作成など具体的なミッションを想定し，可能であれば実機による実験を行いたい．

参考文献

- [1] Z. Ghahramani and G.E. Hinton, "Parameter estimation for linear dynamical systems," Technical Report CRG-TR-96-2, Department of Computer Science, University of Toronto, 1996.
- [2] M. Togami, "Statistical Estimation Theory Considering Time-Varying Nature of Systems and Source-Probability Distributions," University of Tokyo, 2011.
- [3] Sjoerd van der Zwaan, Alexandre Bernardino, and Jose Santos-Victor, "Vision based station keeping and docking for an aerial blimp," IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems-IROS'2000, 2000.