

参加者間の選好を考慮したオークションメカニズムの検討

Auction Mechanism Design for externalities among participants

櫻井 祐子*1 横尾 真*2
Yuko Sakurai Makoto Yokoo

*1九州大学大学院システム情報科学研究院, JST さきがけ
Kyushu University, JST PRESTO

*2九州大学大学院システム情報科学研究院
Kyushu University

Auction mechanism design has received a lot of attention from AI researchers. Generally, we assume that agents determine their evaluation values based only on the preferences for items. However, we need to consider more complex situations where the evaluation values of agents are affected by the auction results such as the winners. In this paper, we study mechanism design when agents have any externalities for other agents.

1. はじめに

今日, ネットワーク上には様々なサービスが存在し, 人間の社会活動の一環を担っている. なかでも, 電子商取引分野の成長は著しく, 平成 22 年度 (2010 年) の消費者向け電子商取引の市場規模は 7.8 兆円に達したと報告されている. インターネットオークションの市場規模は 1 兆円を超えており, 電子商取引は発展し続ける一方で, 様々な不正行為の報告も行われている. そのため, 不正行為に対する頑健性や取引結果に関する, なんらかの理論付け等が重要となる. これまで, オークションメカニズムデザインに関する研究は, 従来, ゲーム理論・ミクロ経済学の研究者らによって行われてきたが [Milgrom 07, 鈴木 94, ノイマン 09] 近年, 計算機科学, 特に, 人工知能やマルチエージェントシステムの研究者らによって盛んに行われており, 新たな学際領域として注目されている [Nisan 07, Shoham 08, 横尾 06].

インターネット上では様々な財の取引が行われているが, 近年, 検索連動型広告オークションと呼ばれるオークションが注目されている. 我々が検索エンジンのサイトでキーワードを検索した場合, 検索結果の周囲に関連する広告が表示される. このような広告は検索連動型広告と呼ばれ, 広告の掲載順位と支払額を決定するためにオークションが適用されている. 検索連動型広告オークションでは複数の広告が同時に掲載される. 従って, ブランドイメージを大切にしたい会社は, 同時に掲載される広告がどのような会社かを懸念する可能性が考えられる. そこで, 文献 [櫻井 08] では, 自分の広告だけを独占的に表示させたいと望む入札者の選好を考慮し, 独占掲載か同時掲載かによって異なる入札額を申告することが可能な独占権付き一般化第二価格入札 (GSP-ExR) の提案が行われている. しかしながら, 各入札者の選好は独占掲載を希望するだけでなく, 同時に掲載される広告によって入札額が変化するという, より複雑な選好を持つことが考えられる.

また, ある公共事業を複数の事業者に割り当てるとき, 入札によってどの事業者に割り当てられるかを決定する場合が考えられる. このとき, 事業者の選好として, どの事業者と一緒に仕事を行うことになるかによって入札額が異なる可能性がある.

そこで, 本論文では, 参加者の選好を考慮したオークション

メカニズムの設計について検討する. 参加者らは他の参加者へのポジティブな選好だけでなく, ネガティブな選好を表明することができる状況を考える. ネガティブな選好の具体例として, A 社は B 社と同時に広告が掲載されるのであれば, 主催者から \$100 を払って欲しいという入札がある.

さて, オークションの望ましい性質の代表的な性質として, 個人合理性 (Individual rationality), 戦略的操作不可能性 (strategy-proofness), パレート効率性 (Pareto efficiency) があるが, 本論文では, 非損失性 (Non deficit) も考慮する. ここで, 非損失性とは支払額の和が負にならないことを意味する. ネガティブな選好を考慮した場合, 支払額の決定方法によっては, 損失が生じる可能性がある. しかしながら, 損失が生じる可能性があるメカニズムは主催者にとって望ましくないため, 非損失性を保証したメカニズムが必要である.

本論文では, まず, 既存のメカニズムで, 個人合理性, 戦略的操作不可能性, パレート効率性を同時に満たし, 理論的に望ましいメカニズムと考えられている Vickrey-Clarke-Groves (VCG) メカニズムについて議論する. 残念ながら, VCG メカニズムは参加者間の選好に対して任意の値を表明可能な場合, が上述の 4 つの性質を満たさない. 一方, 表明可能な選好を負の値, すなわち, 負の外部性のみに限定した場合, VCG メカニズムは非損失性を保証し, 4 つの性質を満たすことを示す. さらに, 参加者間の選好に対して任意の値を表明可能な場合, どのようなメカニズムをもってしても 4 つの性質を同時に満たすメカニズムが存在しないことを示す.

本論文の構成は以下の通りである. まず, 第 2 章にて本論文で用いる記法とメカニズムが満たすべき性質を紹介する. 次に, 第 3 章にて既存メカニズムの VCG メカニズムの適用可能性について議論する. その後, 第 4 章にて不存在定理を示し, 第 5 章にて結論を述べる.

2. 準備

2.1 記法

本論文では, 最大 k 人を勝者とするオークションを対象とする. すなわち, 勝者は 1 人でもよいとする. 各参加者は誰が入札するかを知っていると, 各参加者の評価値は, 二者関係において任意の評価値を表明可能であるとする. より複数の参加者の組合せへの評価値は, その組合せ含まれる二者関係の

評価値の和で表す。さらに、評価値として負の値も許容する。すなわち、負の評価値は「その人と一緒に割り当てられる対価として支払ってもらいたい金額」を意味する。さらに、ある参加者とは「一緒に勝者となりたくない」という選好を表明可能であり、この場合の評価値を $-\infty$ とする。

定式化は以下の通りとなる。全ての参加者集合を N としたとき、参加者 $i \in N$ の参加者集合 $S \subseteq N$ への評価値を $v_i(S)$ とする。より具体的には、自分だけが勝者の場合の評価値を $v_i(\{i\}) = v_{i0} \geq 0$ とし、参加者 i の参加者 j への評価値を

$$v_i(\{i, j\}) = v_{i0} + \alpha_i(j)$$

とする。ここで、 $\alpha_i(j)$ は参加者 i の参加者 j への外部性を表す値となる。さらに、入札者集合 S への評価値は

$$v_i(S) = v_{i0} + \sum_{j \in S \setminus \{i\}} \alpha_i(j)$$

で与えらえるとする。

2.2 望ましい性質

メカニズムデザインとは、複数の利己的なエージェントが意思決定を行う場合に、不正行為の影響を受けない等、何らかの望ましい性質を満たすルールを設計することである。本節では、オークションが理論的に望ましい結果を実現するために必要であると考えられている性質について述べる [Krishna 02]。

本論文では、簡単化のため、エージェントの評価値は個人価値とし、他のエージェントの評価値には依存しない。また、エージェントの効用を準線形とする。

戦略的操作不可能性: オークションプロトコルが支配戦略 (効用を最大化する戦略) において戦略的操作不可能であるとは、各エージェントにとって、真の評価値を申告することが支配戦略、すなわち他のエージェントの行動に関わらず最適な戦略となることである。

個人合理性: オークションプロトコルが個人合理的であるとは、支配戦略均衡が存在し、各エージェントが支配戦略を用いた場合に、エージェントはオークションに参加したことにより、参加しない場合と比較して効用が減少することはない。

パレート効率性: パレート効率的な割当てでは、売手と買手を含めた参加者全員の効用の和、すなわち、社会的余剰が最大化される。

非損失性: 参加者の支払額の和が負にならない、すなわち、主催者がオークションを行うことで損失を負うことはない。

以下、これらの4つの性質を満たすようなメカニズムについて検討を行う。

3. 既存メカニズムの適用可能性

3.1 VCG メカニズム

VCG メカニズムは、戦略的操作不可能性、個人合理性、パレート効率性を同時に満たすメカニズムとして知られている。

VCG の基本的なアイデアは以下の通りである。まず、申告された評価値に基づいて、社会的余剰を最大化するように決定される。通常は、社会的余剰 (社会全体の嬉しさの和) を最大化する状態と、各個人の効用を最大化する状態は一致しない。

よって、各参加者にとっては、入札の主催者が社会的余剰を最大化しようとしたとしても、嘘をついた方が個人の効用が増える可能性がある。VCG では、落札者にある種の迷惑料を支払わせることにより、社会的余剰が最大化される状態で、必ず個人の効用も最大化されることを保証している。

以下に、支払額を数式として示す。参加者集合を S としたとき、参加者 $i \in S$ の支払額 $p_i(S)$ は

$$\begin{aligned} p_i(S) &= \sum_{j \in S^*_{\sim i}} v_j(S^*_{\sim i}) - \sum_{j \in S^*} v_j(S^*) \\ &= V(S^*_{\sim i}) - V(S^*) + v_i(S^*) \end{aligned}$$

となる。ここで、 S^* は入札額の総和を最大化する最適な割当てであり、 $S^*_{\sim i}$ は参加者 i が入札しなかった場合での入札額の総和を最大化する割当てとする。

3.2 任意の外部性を表明可能な場合

VCG メカニズムは理論的に優れたメカニズムであるが、参加者間で任意の外部性を表明可能な場合、3つの性質に加えて非損失性を同時に保証することはできないことを次の例を用いて示す。

例 1 検索連動型広告オークションにおいて、最大2スロットの割当てを行うとする*1。このとき、2人の参加者 A, B が存在するとする。各参加者の他の参加者への選好を考慮し、入札を行った結果を図1に示す。例えば、参加者 A は自分だけが掲載された場合は100、参加者 B へは -200 の負の外部性を持ち、同時に掲載された場合は $100 - 200 = -100$ の価値を持つ。一方、参加者 B は参加者 A へ正の外部性を持っている。また、各参加者にとって自分が勝者とならない状況に対して選好は持たないため、 $-$ と示し、計算上は0として扱う。

	A	B	A,B
参加者 A	100	-	-100 (100-200)
参加者 B	-	50	400 (50+350)

図 1: 入札の例

このとき、参加者 A, B を掲載することが最適である。参加者 A の支払額は $50 - 400 = -350$ であり、すなわち、350を受け取ることとなる。一方、参加者 B の支払額は $100 - (-100) = 200$ となる。従って、支払額の合計は -150 となり、非損失性を満たさない。

3.3 負の外部性のみを表明可能な場合

前節で、参加者間で任意の外部性を表明可能な場合、VCG メカニズムが戦略的操作不可能性、個人合理性、パレート効率性、非損失性を同時に満たすことが不可能であることを示した。一方、表明可能な選好を限定した場合であっても、VCG メカニズムはこれらの性質を満たすことは不可能であろうか。この問いに対して、負の外部性のみで限定した場合、VCG メカニズムは適用可能であることを示す。

定理 1 参加者間において負の外部性のみを表明可能な場合、VCG メカニズムは上述の4つの条件を同時に満たす。

*1 一般に検索連動型広告オークションでは、クリック率やキーワードとの関連度などを考慮して割当てが決定されるが、ここでは入札額のみで掲載者が決定されるとする。

証明 1 VCGメカニズムは戦略的操作不可能性, 個人合理性, パレート効率性を満たすことが保証されているため, 参加者間において負の外部性のみを表明可能な場合, 非損失性を満たすことを示す.

参加者 i 以外の参加者集合において社会的余剰を最大化する値を $V(S_{\sim i}^*)$ としたとき,

$$V(S_{\sim i}^*) \geq \max_{S \subseteq S^* \setminus i} \sum_{j \in S} v_j(S)$$

が成り立つ. さらに, $\alpha_i(j) \leq 0$ より, 参加者集合 $S' \subseteq S \subset N$ に対して $v_i(S') \geq v_i(S)$ であることより,

$$\max_{S \subseteq S^* \setminus i} \sum_{j \in S} v_j(S) \geq \sum_{j \in S^* \setminus i} v_j(S^*)$$

が得られる. したがって, $V(S_{\sim i}^*) \geq \sum_{j \in S^* \setminus i} v_j(S^*)$ となり, 結果, 参加者間において負の外部性のみを表明可能な場合, VCGメカニズムは上述の4つの条件を同時に満たす. □

4. 不存在定理

前章で, 任意の選好を表明可能な場合, 既存のVCGメカニズムが戦略的操作不可能性, 個人合理性, パレート効率性, 非損失性の4つの性質を同時に満たさないことを示した. では, 他のメカニズムにおいて4つの性質を同時に満たすメカニズムは存在するのであろうか. この疑問に対しては, 以下に示す通り, 任意の選好を表明可能な場合, どのようなメカニズムをもってしても4つの条件を満たすものは存在しないという不存在定理を示す.

定理 2 参加者間において任意の外部性を表明可能な場合, 上述の4つの条件を同時に満たすメカニズムは存在しない.

証明 2 入札者が2人, 最大2人の勝者を決定するメカニズムを検討する. 今, $0 < a, b, a < 2b$ とする. パレート効率性よ

	A	B	A,B
参加者 A	a	-	b
参加者 B	-	a	b

図 2: Case 1

り参加者 A, B の二人が勝者となる. さらに, 個人合理性より, 参加者 A の支払額を p_A としたとき, $p_A \leq b$ となる. 次に, 非損失性より, どちらか一方の支払額が正である必要があるため, 一般性を失うことなく, $p_A \geq 0$ とできる. 上記の条件から, $0 \leq p_A \leq b$ がいえる.

	A	B	A,B
参加者 A	a	-	c
参加者 B	-	a	b

図 3: Case 2

次に, Case 2 のように, 参加者 A が過少申告をして, $c < 0$, $a < c + b$ という入札をしたとする. パレート効率性より A と B の二人が勝者となり, 個人合理性より, A の支払額を p'_A と

したとき, $p'_A \leq c$ である. さらに, 戦略的操作不可能性より, $p'_A \geq p_A$ を満たす必要がある. すなわち, $p_A \leq p'_A < 0$ となる必要がある. しかしながら, これは, Case 1 の非損失性の $p_A \geq 0$ に矛盾する. 従って, 戦略的操作不可能性を満たすには, Case 1 での非損失性を諦めなければならないことを意味する. 以上より, 任意の選好を表明可能な場合, どのようなメカニズムをもってしても4つの条件を満たすものは存在しない. □

5. おわりに

本論文では, 参加者間に選好 (外部性) が存在する場合を対象にオークションメカニズムの設計に関して議論を行った. 検索連動型広告オークションなどでは参加者間に外部性が存在する状況があり, オークション対象である財や資源に対する評価値だけでなく, より複雑な選好を考慮したメカニズム設計は重要であると考えられる. 本論文では, まず, 既存メカニズムのVCGメカニズムにおいて, 本問題設定での適用可能性について議論した. さらに, 任意の選好を表明可能な場合, どのようなメカニズムをもってしても戦略的操作不可能性, 個人合理性, パレート効率性, 非損失性の4つの性質を同時に満たさないことを示した.

今後の研究の課題としては, 複雑な選好を簡略に表記可能な表現方法の提案と簡略表記法に基づき, 非損失性を制約条件とし, パレート効率性を緩和したメカニズム設計を行うことである.

参考文献

- [Krishna 02] Krishna, V.: *Auction Theory*, Academic Press (2002)
- [ミルグロム 07] ポール ミルグロム: オークション理論とデザイン, 東洋経済新報社 (2007)
- [Nisan 07] Nisan, N., Roughgarden, T., Tardos, E., and Vazirani, V. V. eds.: *Algorithmic Game Theory*, Cambridge University Press (2007)
- [櫻井 08] 櫻井 祐子, 横尾 真, 岩崎 敦: 適切な掲載数を決定するキーワード広告オークションの提案, コンピュータソフトウェア, Vol. 25, No. 4, pp. 60-67 (2008)
- [Shoham 08] Shoham, Y. and Leyton-brown, K.: *Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical Foundations*, Cambridge University Press (2008)
- [鈴木 94] 鈴木 光男: 新ゲーム理論, 勁草書房 (1994)
- [ノイマン 09] ジョン フォン ノイマン, オスカー モルゲンシュテルン: ゲームの理論と経済行動 (全3巻), 筑摩書房 (2009)
- [横尾 06] 横尾 真: オークション理論の基礎, 東京電機大学出版会 (2006)