

情報格差がもたらす GARCH 効果発生メカニズムの分析

Analysis of Generating Mechanism of GARCH Effect by the Information Gap

湯浅 辰丸*¹
Tatsuma YUASA

鳥海 不二夫*²
Fujiu TORIUMI

石井 健一郎*¹
KenIchiro ISHII

間瀬 健二*¹
Kenji MASE

*¹名古屋大学 大学院 情報科学研究科
Graduate School of Information Science, Nagoya University

*²東京大学 大学院 工学系研究科
Graduate School of Engineering, The University of Tokyo

“ GARCH Effect ” is an important factor explaining a confusion of the financial market. However, neither a definite theory nor demonstrating result concerning its generating mechanism in yet shown. The generating mechanism is suggested that market participant’s information structure be a generation factor. In this study, We specify the generating mechanism by controlling the condition of the market participation and the market by using an artificial market. We modeled fundamental traders and technical traders, and put both traders in an artificial market. We experimented on them by giving an information gap. The information gap is realized by changing frequency of giving information provision. As a result, we found that when there is a shallow information gap in market, the suggestion that the GARCH Effect happened easily.

1. はじめに

近年、米国でのサブプライムローン問題を引き金とした金融危機やギリシャを発端としたヨーロッパにおける金融危機など、金融市場の過剰な変動による混乱が問題視されている。このような過剰な変動が起こる要因を分析する研究がこれまでに数多く行われている。その中で、金融資産価格の変動過程を記述するには GARCH モデル [Bollerslev 86] が有効であることが知られている。

GARCH モデルは金融資産価格の時系列データの分散の不均一性を捉えるモデルとして優れている。GARCH モデルにより記述される分散の不均一性は、GARCH モデルが考案された 1986 年から株価を対象として数多く検証されてきた。そして今日では、為替レートを含め多くの金融資産価格の分散の不均一性を捉えることが可能なモデルとして広く認知されている。分散の不均一性とは、「小さな変動の後には小さな変動が続く、大きな変動の後には大きな変動が続く」という現象であり、このような現象が発生することを「GARCH 効果が存在する」という。

しかしながら、GARCH 効果は経済学方面から偶然に発見されたものであり、未だにその発生メカニズムは解明されていない。市場参加者の情報収集・分析能力の差や市場参加者各々の行動の特性といった情報構造が、GARCH 効果の発生要因であることが現在では示唆されている。中でも、GARCH モデルを考案した Bollerslev らの行った取引実験において、ファンダメンタル価値について多くの情報を持っているトレーダーの存在が GARCH 効果の発生要因である可能性が示唆されている。

そこで本研究では、市場参加者の情報構造がその発生要因であるとの仮説を人工市場を用いて検証する。本研究に用いる人工市場は人工市場 2.0 である [Izumi 09]。特に、情報の格差に注目し、人工市場上でシミュレーションを行い、GARCH 効果の発生メカニズムを検証する。この発生メカニズムを解明することにより、金融危機下の過剰な変動の要因を解明することに繋がると考えられる。

2. GARCH 効果測定手法

2.1 GARCH モデル

GARCH モデルの基礎となっている時系列モデルが ARCH(Auto-Regressive Conditional Heteroscedasticity) モデルである。

為替レートや株価などの金融資産価格の時系列データを詳しく調べると、残差はホワイトノイズの性質を満たしていないことが発見された。すなわち、金融資産価格の時系列データの残差の分散は一樣ではなくばらつきに特徴があることが明らかとなった。その特徴は、為替レートの場合であれば、ある期間大きく円高方向に変化した場合はその後で逆に円安方向に大きく変化する期間が続くという性質である。このような性質を分散の不均一性 (Heteroscedasticity) と呼ぶ。Engle らは、このような分散の不均一性を組み込んだ時系列データを表す確率モデルが ARCH モデルである。

ARCH(p) モデルは時系列 x_t を以下の式 (1) で表す。

$$\begin{aligned} x_t &= x_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\sim N(0, h_t) \end{aligned}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (1)$$

式 (1) において、ある時点の価格 x_t と 1 つ前の価格 x_{t-1} との残差を ε_t で表す。また、 $\varepsilon_t \sim N(0, h_t)$ は、残差の平均が 0、分散が h_t で表される正規分布に従っていることを表している。 α_0 は定数項であり、価格変動のスケールによってとる値が変動する。そして、 α_i は残差項の係数であり、過去の残差との依存によりその値が変動する。

その後、Bollerslev らにより、ARCH モデルを一般化した GARCH(Generalized Auto Regressive Conditional Heteroscedastic) モデルが提案された。GARCH モデルは ARCH モデルの条件付き分散が過去の分散だけでなく、過去の残差にも依存するという関係を組み込んだモデルである。今日では、GARCH モデルは ARCH モデルに比べて分散の不均一性を捉えるのに優れていることが知られている [Bollerslev 86]。

GARCH(p, q) モデルは時系列 x_t を以下の式 (2) で表す。

$$\begin{aligned}
 x_t &= x_{t-1} + \varepsilon_t \\
 \varepsilon_t &\sim N(0, h_t) \\
 h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i} \quad (2)
 \end{aligned}$$

式 (2) の右辺第 3 項は過去の残差にも依存するという自己相関項を表しており、この項が ARCH モデルを拡張した部分である。定数項 α_0 、残差項の係数 α_i は ARCH モデルと同じであり、 β_i は過去の残差に依存する自己相関項の係数である。

2.2 GARCH モデルのパラメータ推定と尤度の導出

GARCH モデルのパラメータの最尤推定値を求めるためには、対数尤度関数を適応度関数として、それを最大とするパラメータを求める。

時系列モデルの対数尤度は式 (3) で与えられる [北川 05]。

$$l(\theta) = \log L(\theta) = \sum_{n=1}^N \log g_n(y_n | y_1, \dots, y_{n-1}; \theta) \quad (3)$$

式 (3) において、 g_n は時系列モデルを表し、 N は時系列データの個数である。また、 θ は変化する時系列モデルのパラメータである。そして、 y_n は時系列データを表している。

式 (3) を用いて、GARCH モデル式 (2) の対数尤度関数を求める。本研究に使用する GARCH モデルは、最も基本的な形とされている GARCH(1, 1) モデルとする。式 (2) から GARCH(1, 1) モデルは式 (4) のように記述できる。

$$\begin{aligned}
 x_t &= x_{t-1} + \varepsilon_t \\
 \varepsilon_t &\sim N(0, h_t) \\
 h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (4)
 \end{aligned}$$

ここで、尤度計算において推定すべきパラメータ θ は、 α_0 、 α_1 、 β_1 である。

GARCH(1, 1) モデルの対数尤度関数は以下の式で求められる。

$$\begin{aligned}
 l(\theta) &= \log L(\theta) \\
 &= \sum_{t=1}^N \log h_t(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_1; \theta) \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{N}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \log(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \frac{\varepsilon_t^2}{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}} \quad (6)
 \end{aligned}$$

2.3 最尤推定による GARCH 効果の計測

価格時系列を最も尤もらしく表現する GARCH モデルを式 (6) に対し最尤推定を行うことで求める [Greene 93]。最尤推定で求まる対数尤度を GARCH 効果の強さとする。

尤度は、価格時系列がどれだけ GARCH モデルに適合しているかの程度を示している。GARCH モデルに適合しているということは、価格時系列の分散の不均一性を捉えていると言える。すなわち、尤度によって GARCH 効果を表すことができる。

実際の為替価格データに基づく GARCH 効果の計測結果を図 1 に示す。縦軸は、一ヶ月単位の為替価格に対して GARCH

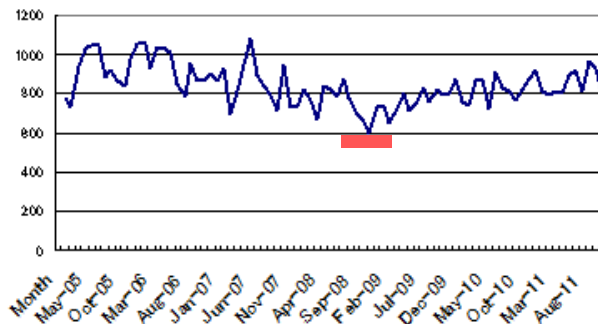


図 1: 為替価格の尤度

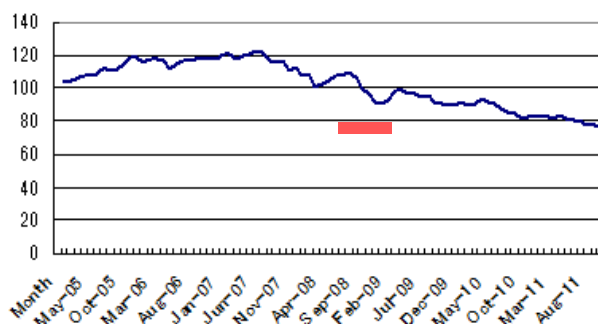


図 2: 為替価格

効果を求めた尤度であり、横軸は期間を示している。期間は 2005 年 4 月から 2011 年 8 月までである。赤い印はリーマンショックの期間である。

また、価格変動を図 2 に示す。縦軸が価格、横軸が期間である。これらから、2008 年 8 月からのリーマンショック付近では最も尤度が下がり GARCH 効果が現れていない。全体的な傾向として、以前の価格変動よりも急に变化した場合、GARCH 効果が現れていないことが分かる。

3. 人工市場を用いた GARCH 効果検証実験

3.1 トレーダーのモデル化

現実の市場取引は、機関投資家やデイトレーダー、個人投資家など様々なトレーダーが参加している。これらの市場参加者は、情報収集能力や情報の分析能力に関して格差があると考えられる。機関投資家などはトレードが本業であるため、情報量も豊富であると考えられる。一方、個人投資家は機関投資家に比べて得られる情報量が少ない。このような情報格差により両者の投資行動に差が生じる。情報量が多いと理論に近いファンダメンタル価値を予測でき、逆に情報が少なければ理論から外れたファンダメンタル価値の予測を行う。また、チャートイストのように価格の動きを分析する方法では情報に遅れが生じることがある。そもそも、チャートイストは予測が誤っていることが多いため、市場を乱す存在になりがちである。

以上を踏まえ、人工市場に投入するエージェントを

1. ファンダメンタルエージェント (ファンダメンタリスト)
2. テクニカルエージェント (チャートイスト)
3. ノイズエージェント

とモデル化する。

それぞれのエージェントモデルは [Yagi 10] で用いられているモデルを参考に作成した。

3.1.1 ファンダメンタルエージェント

ファンダメンタルメンタルエージェントは理論株価に基づいて当期株価を予想し、その予測株価において当期資産が最大になるよう株式保有数を調整する [和泉 03]。

第 t 期の理論株価 P_t^* は外部より与えられる。本シミュレーションではこの理論株価を与えられるサイクル n がエージェント毎に異なる。 P_t^* は平均 P_{t-300}^* 、分散 $(0.01P_{t-300}^*)^2$ の正規分布に従って決定される。エージェント i の t 期の予想株価 $\tilde{P}_{i,t}$ は平均が $(1 + \epsilon_{i,t})P_t^*$ で、分散が $(\alpha(1 + \epsilon_{i,t})P_t^*)^2$ の正規分布に従うものとし、 n 期ごとに更新する。 n は任意の値である。ただし、 $\epsilon_{i,t}$ はエージェント i の第 t 期における強気度、 α はエージェント i の予想価格のばらつきを表す係数で、今回は $\alpha = 0.1$ とした。その他、第 t 期の取引前のキャッシュを $Q_{i,t-1}$ 、第 t 期の取引前の株式保有数を $q_{i,t-1}$ とすると、第 t 期の株価決定前のエージェント i の総資産 $W_{i,t}$ は次のように表される。

$$W_{i,t} = Q_{i,t-1} + P_{t-1} \cdot q_{i,t-1} \quad (7)$$

そして、株価決定後の総資産量から計算される効用の主観的期待値を条件式 (7) の下で最大化する株式保有数 $\tilde{q}_{i,t}$ は、

$$\tilde{q}_{i,t} = \frac{(1 + \epsilon_{i,t})P_t^* - P_{t-1}}{\beta(\alpha(1 + \epsilon_{i,t})P_t^*)^2} \quad (8)$$

と表すことができる。ただし、 $\beta (> 0)$ はリスク回避係数を表し、この値が大きいほどリスクを回避するため、エージェントは保有株式数を小さくする [和泉 03]。ファンダメンタルエージェント i は $\tilde{q}_{i,t}$ を基に売買方針を決定する。第 t 期において、 $\tilde{q}_{i,t} - q_{i,t-1} > 0$ を満たすとき、エージェント i は株価 $\tilde{P}_{i,t}$ で株式数 $\tilde{q}_{i,t} - q_{i,t-1}$ の買い注文を出す。ただし、 $S_{max} - q_{i,t-1}$ を買い付け限度とする。 S_{max} は最大購入可能株数である。一方、第 t 期において、 $\tilde{q}_{i,t} - q_{i,t-1} < 0$ を満たすとき、エージェント i は株価 $\tilde{P}_{i,t}$ で株式数 $q_{i,t-1} - \tilde{q}_{i,t}$ の売り注文を出す。

第 t 期において、 $\tilde{q}_{i,t} = q_{i,t-1}$ を満たすときエージェント i は売買せずに待機する。

3.1.2 テクニカルエージェント

テクニカルエージェントは移動平均に基づいた株式売買を行う。テクニカルエージェントには順張り派と逆張り派が存在する。エージェント i が利用する、第 t 期における $n_{i,t}$ 期間移動平均を

$$A_{t,n_{i,t}} = \frac{1}{n_{i,t}} \sum_{j=1}^{n_{i,t}} P_{t-j} \quad (9)$$

とし、 $\Delta A_{t,n_{i,t}} = A_{t,n_{i,t}} - A_{t-1,n_{i,t}}$ とする。そして、エージェントが順張り派に属するとき、以下の方針で売買を行う。

- $\Delta A_{t,n_{i,t}} > 0$ のとき、株価 $(1 + \alpha_t)P_{t-1}$ 、株式数 $q_{i,t}^T$ の買い注文を出す。
- $\Delta A_{t,n_{i,t}} < 0$ のとき、株価 $(1 + \alpha_t)P_{t-1}$ 、株式数 $q_{i,t}^{T'}$ の売り注文を出す。
- $\Delta A_{t,n_{i,t}} = 0$ のとき、待機する。

一方、逆張り派に属するときは、以下の方針で売買を行う。

- $\Delta A_{t,n_{i,t}} > 0$ のとき、株価 $(1 + \alpha_t)P_{t-1}$ 、株式数 $q_{i,t}^{T'}$ の売り注文を出す。

- $\Delta A_{t,n_{i,t}} < 0$ のとき、株価 $(1 + \alpha_t)P_{t-1}$ 、株式数 $q_{i,t}^T$ の買い注文を出す。
- $\Delta A_{t,n_{i,t}} = 0$ のとき、待機する。

なお、 $n_{i,t}$ の初期値は、 $1 \leq n_{i,t} \leq 50$ を満たすランダムな値である。 α_t は平均 P_{t-1} 、分散 $(0.1P_{t-1})^2$ の正規分布に従う乱数とする。 $q_{i,t}^T$ は、平均 10、分散 1 の正規分布に従う乱数で、 $0 \leq q_{i,t}^T \leq S_{max} - q_{i,t-1}$ を満たす。 $q_{i,t}^{T'}$ は、平均 10、分散 1 の正規分布に従う乱数である。

3.1.3 ノイズエージェント

ノイズエージェント i はそれぞれ 1/3 の確率で、買い、売り、待機を選択する。買いの場合、エージェント i は、株価 $(1 + \alpha_t)P_{t-1}$ で、株式数 $q_{i,t}^N$ の買い注文を出す。ただし、 $q_{i,t}^N$ は、平均 10、分散 1 の正規分布に従う乱数である。一方、売りの場合、株価 $(1 + \alpha_t)P_{t-1}$ で、株式数 $q_{i,t}^{N'}$ の売り注文を出す。ただし、 $q_{i,t}^{N'}$ は、平均 10、分散 1 の正規分布に従う乱数である。

3.2 シミュレーション設定

設定した人工市場の構成について以下に示す。

- 1 回のシミュレーションに投入するエージェントの数は 100 体
- ファンダメンタルエージェント 45 体、テクニカルエージェント 45 体、ノイズエージェント 10 体
- 取引の期間は、300 ステップ
- シミュレーション途中の人数の増減はしない (ただし、資産が無くなった時点で取引をやめる)

情報の格差を実現するため、人工市場に投入するファンダメンタルエージェントに与える価格情報のサイクル n を変化させてシミュレーションする。今回のシミュレーションでは、 n は 1~150 の範囲で値を変化させる。エージェントごとにその与えられた n から、ランダムで 1~ n までの情報が与えられるサイクル n_i を決める。 $n = 150$ である場合には、エージェントは 1 サイクル毎に情報を得られるエージェントもいれば 150 ステップ毎にしか情報を得ることができないエージェントも存在する。そして、 n を 1~150 まで変化させ、それぞれの n における価格系列に対して GARCH モデルの尤度を求め、その推移を算出する。

テクニカルエージェントに関しては、シミュレーション開始時に順張りか逆張りかをエージェント毎にランダムで選択する。また、5~100 ステップの期間でランダムに移動平均を算出する。

ノイズエージェントは市場の流動性を高める目的のために投入する。同じ設定のシミュレーションでも、注文を出すタイミング、数量、価格、エージェントの設定にランダム要素が混ざり算出される尤度に差が出る。そのため、一連の流れの実験シミュレーションを 100 回繰り返して GARCH モデルを推定し、尤度の平均を求めた。シミュレーションで算出された尤度と価格変動を参考に分析を行う。

3.3 実験結果と考察

実験結果を図 3 に示す。縦軸が尤度であり、横軸が変化させたサイクル n の値である。この結果から、情報に格差が広がると尤度が低下していくことが確認できる。尤度が高いということは価格系列に GARCH モデルが適合していると言え、すなわち価格系列に GARCH 効果が現れていると言える。

次に、 n が 10, 30, 50 における価格変動及びファンダメンタル価格を図 4 に示す。 n が小さいときは、ファンダメンタル

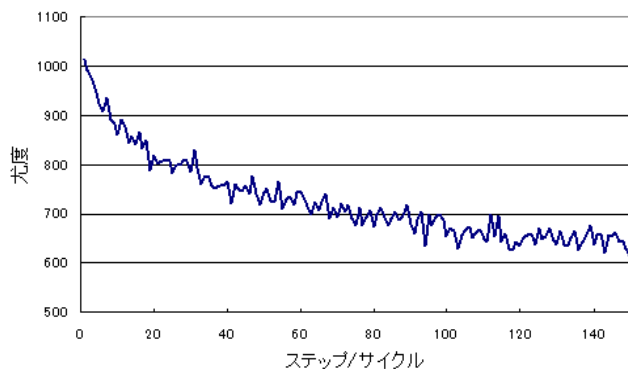


図 3: サイクル数 (格差) を変化させたときの尤度

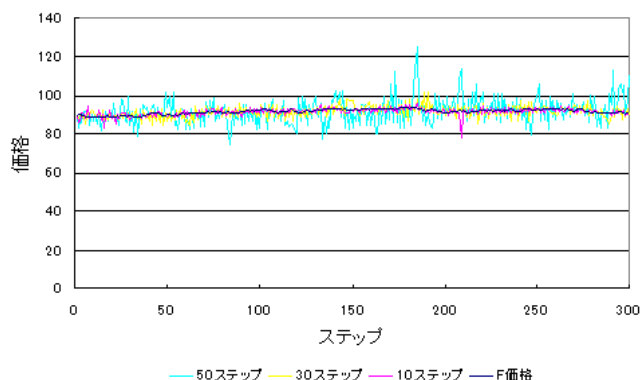


図 4: サイクル数 (格差) を変化させたときの価格変動

価格に追従している。一方で、 n が大きくなるにつれ、ファンダメンタル価格から乖離していることが確認できる。また、 n が大きくなるにつれ、前のステップよりも急に価格が変化している場合が多いことも確認できる。

以上の実験結果から考察を行う。図 3 より、 n が小さい場合、すなわち、情報が頻繁に与えられエージェント毎に格差がないときは尤度が高く、GARCH 効果が現れていることが確認できる。また、図 4 から、 n が小さいときには一定の価格変動を示し、価格の急な変動があまり見られず、尤度は高い値を示した。逆に n が大きいときには小さく変動していた直後に大きく変動し始める、大きく変動していた直後に小さく変動し始めるなど、価格の急な変動が見られ、尤度は低い値を示した。以上のことから、 n が小さい場合には GARCH 効果の「小さな変動が続く場合には小さな変動が続き、大きな変動が続く場合には再び大きな変動を起こしやすい」という現象を捉えていると考えられる。すなわち、市場に情報格差が少ない場合に GARCH 効果が発生しやすいのではないかと推測される。逆に、格差がある場合には、GARCH 効果が現れないという結果を得た。

一方で、図 1、図 2 から分るとおり、現実の市場においてリーマンショックの際には尤度が低く、GARCH 効果が現れていないことが示されている。これらから、実際の市場においてもリーマンショックのような市場参加者の情報が混乱している状況、すなわち、情報に格差がある場合においては GARCH 効果は現れないことが示されており、本シミュレーションの結果を支持している。

4. おわりに

本研究では、人工市場を用いて情報に格差がある場合の GARCH 効果発生について分析を行った。GARCH 効果の計測方法として、価格時系列を最も尤もらしく表現する GARCH モデルを求め、そのモデルにおける価格時系列自身の尤度を GARCH 効果の程度とする手法を用いた。GARCH モデルに適合しているということは、価格時系列の分散の不均一性を捉えている。すなわち、尤度が高いと GARCH 効果が強く現れていると言える。

これまでに、市場参加者の情報構造が GARCH 効果の発生要因であると示唆されていたことから、ファンダメンタルエージェント毎に得られる情報のサイクルに差をつけ、そのサイクル n を変化させて尤度の測定を行うシミュレーションを行ったその結果から、 n の値が小さい場合、すなわち、エージェントに情報の格差が少ないほど尤度が高い値を示した。このことより、市場に参加者の情報格差が少ない場合に、GARCH 効果が発生しやすいという示唆を得た。また、実際の市場データから求めた GARCH 効果から、リーマンショックのような情報が混乱しているときには GARCH 効果が現れておらず、参加者の情報に格差があったのではないかと示唆を得た。

今回は情報の格差として、情報を与える頻度に注目して実験を行った。他にも情報の格差として市場に存在する情報の正確さなども考えられる。よって今後は、それらについても実験を行い、GARCH 効果の発生原因についてさらに詳しく調べていくことが課題である。

謝辞

本研究は科研費 22330097 の助成を受けたものである。また、有益なアドバイスをいただきましたスパークス・アセット・マネジメント株式会社の水田 孝信氏に心より感謝します。

参考文献

- [Engle 82] R.Engle, R.F.:"Autoregressive conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variances of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, No.4, pp.987-1007, vol.50, (1982).
- [Bollerslev 86] Bollerslev, Taylor: "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, No.3, pp.307-327, vol.31, (1986).
- [Izumi 09] Kiyoshi Izumi, Fujio Toriumi, Hiroki Matsui: 『Evaluation of Automated Trading Programs Using an Artificial Market』, *Neurocomputing* 72, pp.3469-3476, (2009).
- [Yagi 10] I.Yagi, T.Mizuta, and K.Izumi: 『A study on the effectiveness of short-selling regulation in view of regulation period using artificial markets.』, *Evolutionary and Institutional Economics Review*, Vol.7, No.1, pp.113-132, (2010).
- [和泉 03] 和泉 潔: 『人工市場:市場分析の複雑系のアプローチ』, 森北出版, (2003).
- [北川 05] 北川 源四郎: 『時系列解析入門』, 岩波書店, (2005).
- [Greene 93] William H. Greene: 『グリーン 計量経済分析 1・2』, エコノミスト社, (1993).