

ネットワーク上のフローに対する発生源ノードの位置の影響

Effects of positions of flow generators on the networks

越前谷 直之 白山 晋
Naoyuki Echizenya Susumu Shirayama東京大学大学院工学系研究科システム創成学専攻
School of Engineering, The University of Tokyo

Influence of the topology of power grids on its structural robustness has been studied in the field of complex networks. Several relationships have been manifested. However, although it is predicted that the electric generation sources will be widely distributed in near future, the influence of the locations of the source of electric power has not almost been clarified. In this paper, we investigate how the sum of the power flow can be minimized by changing the locations of electric generation sources on the given network.

1. はじめに

ネットワーク分析を用いて、インターネット網・交通網・電力網を対象とした頑健性の評価が行われている。例えば、カスケード故障モデルによって、スケールフリーネットワークはランダムグラフに比べてランダムな攻撃に耐性はあるが、意図的な攻撃には弱いといったことが明らかにされている [Motter 02]。しかしながら、これらのモデルでは、情報、電力などの流れの伝達メカニズムは単純なもの（単純化されたものではない）が多く、例えば、最短経路を通るといった仮定にのみ基づく場合もある。また、流れは、特定の場所から発生し、特定の場所に吸収されるが、これらの位置が考慮されていない。この点は、電力網に対しては特に問題になる。太陽光発電や風力発電などが分散型電源として各所に配置された場合、電源をどこに設置したときにネットワークに対する負荷が小さくなるのかが重要だからである。

本稿では、電力網に対して、実際の電力の流れ（潮流）のモデル方程式を簡略化する形で、潮流を考えるとともに、潮流の発生源の場所とネットワークに対する負荷の関係性を明らかにする。

2. 提案手法

2.1 直流法潮流計算

実際の潮流や電圧分布を厳密に計算するためには、潮流方程式を解く必要がある。しかし、潮流計算はノード数が大きくなると計算量は膨大なものになることが知られている [柳父 06]。このため、本稿では簡略した計算方法である直流法潮流計算を用いる。以下において、文献 [柳父 06] に従い、直流法潮流計算の手法を説明する。

ある送電線において、送電端電圧が V_s 、受電端電圧が $V_r e^{-j\delta}$ 、送電線のインピーダンスが jX であるとする。ここで、 j は虚数単位である。有効電力の表記を P 、無効電力を Q とし、 I を電流とすると、受電端電力 $P_r + jQ_r$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} P_r + jQ_r &= \dot{V}_r I^* \\ &= V_r e^{-j\delta} \left(\frac{V_s - V_r e^{-j\delta}}{jX} \right)^* \end{aligned}$$

$$= \frac{V_s V_r}{X} \sin\delta + j \frac{V_s V_r \cos\delta - V_r^2}{X} \quad (1)$$

ここで、変数のドットは複素ベクトルを示す。(1) 式から、有効電力は

$$P_r = \frac{V_s V_r}{X} \sin\delta \quad (2)$$

となる。

送電線の抵抗が無視できる場合、 $V_s \simeq V_r \simeq 1$ 、 $\sin\delta \simeq \delta$ と近似できる。このとき、有効電力は、

$$P_r = \frac{\delta}{X} \quad (3)$$

と近似される。この式とオームの法則を対応付け、 P_r を電流 I 、 δ を電圧 V 、 X を抵抗 R に相当させる。そして、直流回路計算を行うことで近似した潮流を求める方法が直流法潮流計算である [柳父 06]。

本稿では、この直流法潮流計算によって潮流を求める。その際に直流回路の変数 I, V, R を用いることにする。

2.2 電力網の表現

電力網をネットワークで表し、ノードを、発電機ノード、あるいは消費ノードとする。また、ノードの電位 V_i をノード属性とする。リンクを、送電線とし、その属性を抵抗とする。ノード i とノード j 間にリンクが存在するとき、その抵抗を R_{ij} で示す。本稿では、位相的な観点に着目して発電機ノードの位置の影響を調べるため、全てのリンクにおいて $R_{ij} = 1$ (重みなし) を仮定する。ただし、本稿で用いる手法は重みありの場合に拡張可能であることを確認している。

ノード数を N 、隣接行列を A 、隣接行列の成分を A_{ij} で表す。ネットワークの特徴量として、次数平均、平均頂点間距離、クラスター係数、次数相関などを用いた。また、中心性指標として、次数、近接中心性、媒介中心性などを用いた。特に、注目したものは、次数 k_i 、平均頂点間距離 L 、近接中心性の逆数 L_i 、媒介中心性 b_i である。以下にそれぞれの定義を示す。次数 k_i は次式で算出される。

$$k_i = \sum_j A_{ij} \quad (4)$$

平均頂点間距離 L は次式となる。

$$L = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i < j} d(v_i, v_j) \quad (5)$$

連絡先: 越前谷直之, 東京大学工学系研究科, 〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1 工学部仮設プレハブ A 棟 106 号室, Tel.03-5841-6552, echizenya@nakl.t.u-tokyo.ac.jp

ここで、 $d(v_i, v_j)$ は頂点对 v_i, v_j 間の最短経路長を示す．
特定のノード i から任意のノードまでの平均の距離を L_i とする．

$$L_i = \frac{1}{N-1} \sum_{i \neq j} d(v_i, v_j) \quad (6)$$

これは近接中心性の逆数である．

媒介中心性 b_i は、任意のノード間の最短経路がノード i を通る割合を表し、以下で定義される．

$$b_i = \frac{\sum_{i_s=1, i_s \neq i}^N \sum_{i_t=1, i_t \neq i}^{i_s-1} \frac{g_i^{(i_s i_t)}}{N_{i_s i_t}}}{(N-1)(N-2)/2} \quad (7)$$

ここで、 $g_i^{(i_s i_t)}$ はノード i_s から i_t への最短経路のうちノード i を通るものの数を表し、 $N_{i_s i_t}$ はその最短経路の数である．

2.3 目的関数

リンク ij 間を流れる電流 I_{ij} (これは直流法潮流計算では電力の流れを意味する) をすべてのリンクについて足し合わせたもの $\sum_{i < j} |I_{ij}|$ を目的関数とする．これを最小化する以下の最適化問題を考える．

$$\sum_{i < j} |I_{ij}| \rightarrow \min. \quad (8)$$

電力網を対象とした頑健性の評価を、このような最小化問題として定式化した理由として、

1. 潮流の総和が大きくなるにともない、送電損失が大きくなること
2. 潮流の総和が大きくなるにともない、より多くの設備、あるいはより上限の高い設備を用いる必要があり、どちらの場合もコストが増大すること

の二点が挙げられる．

ネットワークは固定し、発電機ノードの総数は与えるものとする． g_i を発電機ノードの有無を表す変数とする． $g_i = 1$ は、ノード i に発電機ノードを置く場合を示し、置かない場合は、 $g_i = 0$ とする．発電機ノードの総数 N_g は、

$$N_g = \sum_i g_i \quad (9)$$

である．

g_i が与えられると、以下のように I_{ij} が算出できる． $R_{ij} = 1$ から、ノードの電位差 $V_i - V_j$ と、電流 I_{ij} に対して、

$$I_{ij} = V_i - V_j \quad (10)$$

が成り立つ．

次に、 \mathbf{I}^{in} をノードに外部から流れ込む (あるいは流れ出す) 電流を表すベクトルとし、その成分を I_i^{in} とする． I_i^{in} は、ノード i に外部から流れ込む (あるいは流れ出す) 電流である．系全体に外部から流れ込む (流れ出す) 電流の和が N になるようにすれば、

$$I_i^{in} = \begin{cases} \frac{N}{N_g} & (g_i = 1) \\ -\frac{N}{N-N_g} & (g_i = 0) \end{cases} \quad (11)$$

となる．ここで、 $I_i^{in} > 0$ のとき外部から電流がノード i に流れ込むことを表す．

直流回路におけるキルヒホッフの法則から、

$$\Delta \cdot \mathbf{V} = \mathbf{I}^{in} \quad (12)$$

が成り立つ．ここで、 $\Delta (= (\text{diag}(k_i) - A))$ は、グラフラプリアンであり、 \mathbf{V} は電位を表すベクトルである．なお、本稿では、 N_g が N に比べて十分に小さい場合のみを考える．このとき、 $g_i = 0$ のときは $I_i^{in} \simeq -1$ となる．

以上により、目的関数 $\sum_{i < j} |I_{ij}|$ は、発電機ノードの位置のみの関数となり (設計変数が発電機ノードの位置となる)、この目的関数の最小化は、発電機ノードの位置の組み合わせ最適化問題となる．

3. 実験結果と考察

3.1 ネットワーク構造の影響

はじめに、ネットワークモデルから様々なネットワークを作成し、目的関数とネットワーク構造の関係を調べた．この際、ネットワーク構造の影響のみを調べるために、発電機ノード数を $N_g = 10$ に固定し、発電機ノードをランダムに設置して目的関数の平均を算出した．以下において、試行回数は 1000 回としている．

用いたネットワークモデルは、ランダムグラフ [Erdős 59]、WS モデル [Watts 98]、BA モデル [Barabási 99]、KE モデル [Klemm 02]、HK モデル [Holme 02]、CNN モデル [Vázquez 03] である．様々な生成パラメータを用いて、複数のネットワークを生成させた．ただし、ノード数は $N = 1000$ と固定している．

ネットワーク構造を表す特徴量の中で目的関数との明確な関係性が見出されたものは平均頂点間距離 L であった．図 1 に、 L と目的関数の関係を示す．図から、これらの間に強い相関 (相関係数 = 0.983) があることが分かる．現時点では、次数平均、クラスター係数、次数相関などの特徴量と目的関数との相関は見出されていない．

得られた結果からは、 L を小さくするようなネットワークを作れば、目的関数を小さくできることがわかる．しかし、現実の送電網では地理的制約などから L の小さいネットワークを作ることは困難であると考えられる．その一方でスマートグリッド等の小さい系統を構成する際にはここで得られた知見を用いることができる可能性がある．

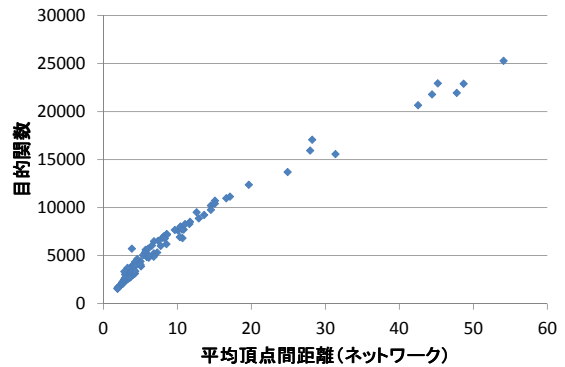


図 1: ネットワーク構造を変化させたときの目的関数

3.2 発電機ノードの設置場所の影響 ($N_g = 1$ のとき)

次に、発電機ノードの設置場所の影響を調べた。この際、特定の発電機ノードの及ぼす影響を明確にするため、 $N_g = 1$ のときの目的関数の設置場所依存性を調べた。具体的には、全てのノードに電力を供給する一つの発電機ノードを全通り試し、そのときの目的関数の変化を調べた。用いたネットワークは実際のアメリカ西部の送電網であり、ノード数は $N = 4941$ である。前節において、平均頂点間距離 L と目的関数の関係が明らかになったが、ここでは、近接中心性の逆数 L_i との関係調べる。

図 2 に、 L_i のノードに発電機ノードを設置した際の目的関数の値を示す。前節と同様に、これらの値の間にも強い相関(相関係数 = 0.903)があることがわかる。発電機を系に一つ設置する場合は、近接中心性の大きなノードに設置すれば目的関数を小さくすることができると考えられる。なお、現時点では、他の中心性指標と目的関数との相関は見出されていない。

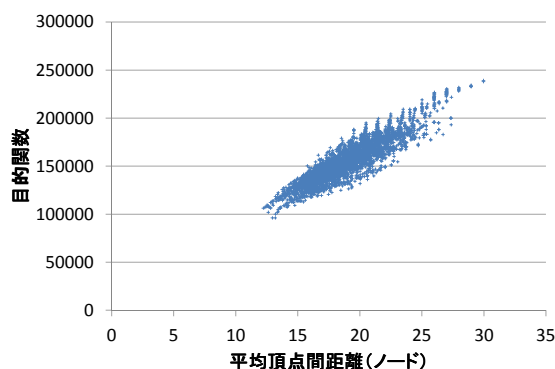


図 2: 発電機ノードの設置位置を変化させたときの目的関数 ($N_g = 1$ のとき)

3.3 設置場所探索

ノード数 N が大きいときは組み合わせ爆発を起こすため、全探索によって発電機ノードの最適配置を考えることは難しい。そこで、単純な方法で設置場所を決定し、その結果をネットワークの特徴量を用いて解釈することを試みる。用いた方法は以下の通りである。

Step1 一つ目の発電機ノードを全探索によって目的関数が最小となる位置に設置する

Step2 次の発電機ノードを目的関数が最小となる位置に設置する

Step3 発電機ノード数 N_g が目的となる数に到達するまで Step2 を繰り返す

上記の方法で探索を行った理由としては、探索が単純で計算コストが小さいことに加え、既存の発電機群を含む系にさらに発電機を加える場合が実現性の意味で現実的であるためである。

ネットワークは 3.2 節と同様のものを用い、発電機ノード数は $N_g = 50$ とした。探索を行った際の、発電機ノード数の増加にともなう目的関数の変化を図 3 に示す。図から、発電機ノード数を増やすと目的関数はほぼ単調に減少していることが

分かる。これは発電機ノードが位相的に様々な位置に設置されることで特定の発電機ノードが遠くに電力を運ぶ必要性を減らし、効率的な電力分配が実現していることを意味しているものと考えられる。さらに発電機ノードの数を増やしていくと、目的関数の減少率が小さくなる。これは適切な発電機ノード数が存在することを意味すると考えられる。

次に、本節の方法によって発電機ノードがどのような特徴を持つ位置に設置されたかを調べるために、3.2 節で目的関数との関係が見出された近接中心性の逆数 L_i に加え、ここでは媒介中心性 b_i を用いる。

発電機ノードとなったノードの特徴量を表したものが図 4 である。図中の青色の水平線は、ネットワーク内の全てのノードにおける L_i の平均を、赤色の水平線は b_i の平均を示す。図より、 L_i は概ね平均値よりも小さい傾向があることが分かる。ただし、平均と同程度、あるいは平均値を上回るノードも存在している。3.2 節で調べたように、 $N_g = 1$ のときは発電機を L_i が小さいノードに設置した方が目的関数を小さくできる。しかし、この結果は発電機を複数個設置する場合は位相的に様々な位置に発電機ノードを設置する必要があるため、 L_i がやや大きめの場所に設置した方が目的関数を小さくできる場合もあることを示唆している。

一方、媒介中心性 b_i はほとんどのノードが平均値よりも大きく、これらのノードは媒介中心性の値が上位 26% 以内となっている。このことから、目的関数を小さくするためには発電機の位置を媒介中心性が大きなノードから選ぶべきだということが分かる。

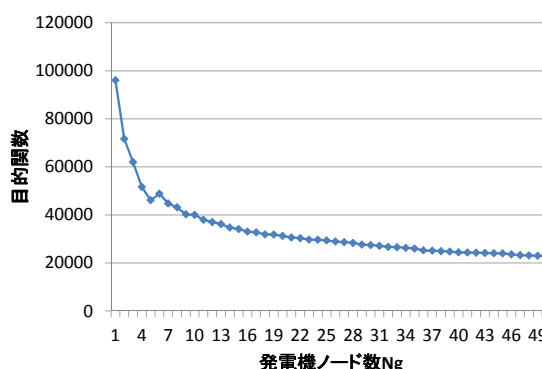


図 3: 発電機ノードの追加に伴う目的関数の変化

4. 結語

ネットワーク分析を用いた電力網を対象とした頑健性の評価において、従来研究では、考慮されることが少ない実際の電力の流れ(潮流)を直流法潮流計算を用いて計算し、リンクを流れる電流の総和を目的関数とし、発電機ノードの位置を設計変数とする最小化問題として定式化することを提案した。

数値計算によって、最小化する際の発電機の分布とネットワークの特徴量の関係性を調べた。目的関数を小さくするネットワークは平均頂点間距離 L が小さいネットワークであり、発電機ノードの位置としては平均頂点間距離 L_i は比較的小さく、かつ媒介中心性 b_i は大きい位置に置くことが明らかになった。

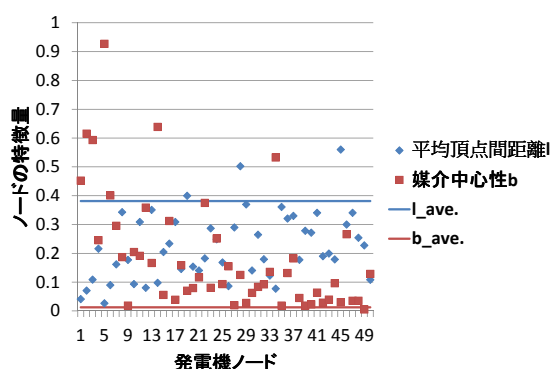


図 4: 設置した発電機ノードとノードの特徴量の関係

今後の課題としては、リンクに重みをつけた場合の分析、発電機ノードを複数設置した際の発電機ノード間の関係の精査、より現実問題に近づくためのモデル化などが挙げられる。

参考文献

- [Motter 02] A. E. Motter and Y. -C. Lai: Cascade-based attacks on complex networks, *Physical Review E*, 66, 065102 (2002)
- [柳父 06] 柳父 悟, 加藤 政一: 電力系統工学, 東京電機大学出版局 (2006)
- [Erdős 59] P. Erdős and A. Rényi: On random graphs I, *Publicationes Mathematicae*, 6, pp.290-297 (1959)
- [Watts 98] D. J. Watts and S. H. Strogatz: Collective dynamics of 'small world' networks, *Nature*, 393, pp.440-442 (1998)
- [Barabási 99] A. -L. Barabási and R. Albert: Emergence of scaling in random networks, *Science*, 286, pp. 509-512 (1999)
- [Klemm 02] K. Klemm and V. M. Eguíluz: Highly clustered scale-free networks, *Physical Review E*, 65, 026107 (2002)
- [Holme 02] P. Holme and B. J. Kim: Growing scale-free networks with tunable clustering, *Physical Review E*, 65, 026107 (2002)
- [Vázquez 03] A. Vázquez: Growing network with local rules: Preferential attachment, clustering hierarchy, and degree correlations, *Physical Review E*, 67, 056104 (2003)