

状態遷移先の分散を最小化した状態空間量子化手法 ～ 運動計画問題への応用 ～

State Space Quantization that Minimizes the Divergence of State Transitions
- Application to Motion Planning -

山崎翔太*¹ 金天海*² 辻野広司*² 菅野重樹*¹
Shota Yamazaki Chyon Hae Kim Hiroshi Tsujino Shigeki Sugano

*¹早稲田大学大学院 創造理工学研究科

Graduate School of Creative Science and Engineering, Waseda University

*²(株)ホンダ・リサーチ・インスティテュート・ジャパン

Honda Research Institute Japan Co., Ltd.

This paper describes state space quantization that has been used in many searching algorithms to redact continuous problems to discrete problems. We address the approximation error in state transitions when the quantization is operated. We propose a definition of the approximation error based on the divergence of state transitions. We established a quantization algorithm that minimizes our proposal approximation error using a binary tree. The definition and algorithm are examined in several optimal motion planning experiments. As a result, planned motions obtained by the proposed quantization algorithm showed higher optimality than traditional quantization methods.

1. はじめに

人工知能における探索は、多項式時間では解くことのできない問題を試行錯誤によって解く場合の基本的な解決手法である。近年はコンピュータの高速化のみならず、並列計算技術の向上により、より大規模な探索問題を高速かつ高精度に解くことが可能になってきている。

試行錯誤を伴う探索問題には、目的に応じて探索効率を上げる様々な手法が考えられており、連続空間を量子化することで状態近似を行う方法が多くの分野で応用されている [Krose 92, Kuffner 04, Tazaki 10, Kim 11]。しかし、量子化を利用した状態近似は、連続量である状態ベクトルを離散量に置き換える処理であり、そこで近似誤差が生じてしまう。この近似誤差は、探索によって求まる解や学習によって得られる関数の最適性の誤差、得られた解を実行する際の誤差などとして表れる。

以上を踏まえ、近似誤差を最小限に抑えつつ状態空間を量子化する問題を考える。この問題に対して、量子化を利用した近似誤差を、状態遷移先の分散によって定義する方法を提案する。また、定義した近似誤差を最小化するように、二分木の空間分割構造を用いて状態空間を量子化する手法を提案する。

本稿では、定義した近似誤差の最小化が、探索の精度を上げること確かめるために、提案する量子化手法を、動力学に基づいた運動計画 [Donald 93] における最適運動を求める問題に応用し、その検証実験を行う。提案法により量子化した状態空間を利用して状態近似を行うことで、状態空間全体を効率的に探索することが可能となり、同等の計算時間で最適性の高い解を発見できることを示す。

2. 具体的な問題

本稿では特に、状態空間内において試行錯誤により状態遷移先を探索することで、状態系列を解として求める状態系列探索問題を扱い、量子化による近似誤差を定義する。

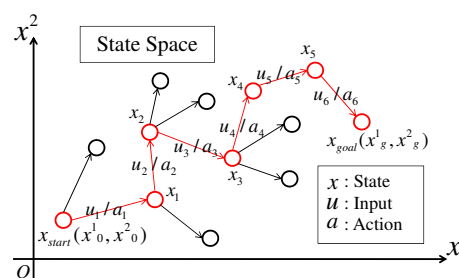


図 1: Search for a sequence of state transitions

2.1 状態系列探索問題

状態系列探索問題は、経路探索 [Kuffner 04] や強化学習による未知環境での行動系列の獲得 [Neumann 07] などに代表される、状態系列を求める問題である。具体的には、求めたい解は状態空間内での初期状態から目標状態までの状態系列として得られる。図 1 は、入力または行動により生じる状態遷移と状態系列探索を、状態空間上で模式的に表したものである。

従来、状態空間量子化の応用分野では、行動の試行錯誤を通して状態空間を漸次的に量子化していく手法 [Krose 92] などが研究されているものの、多くの場合では量子化の定義は単に状態間の幾何学的関係に基づいている。そこで、状態間の近似をそこから発展する状態系列の近似と捉え、状態遷移の仕方に基づいた量子化手法を提案する。

2.2 運動計画問題

本稿では、状態系列探索問題の例として運動計画問題を扱う。運動計画問題とは、機械の運動状態を状態空間によって表現し、ある状態から別の状態までの中間状態の系列を計算する問題である。このとき、速度や加速度の限界といった力学的な拘束条件を満たして運動を計画するために、機械状態を位置と速度からなる運動学的状態として表し、位相空間上での状態遷移を探索する必要がある [Donald 93]。この運動計画問題において、運動時間やエネルギーなどのコストが最小となる最適運動を求める手法を構築し、提案する量子化手法を応用する。一般に位相空間における状態遷移は非線形であり、最適運動の状態系列は探索により発見的に求める他にない。したがって、

連絡先: 山崎翔太, 早稲田大学大学院 創造理工学研究科,
s.yamazaki@sugano.mech.waseda.ac.jp

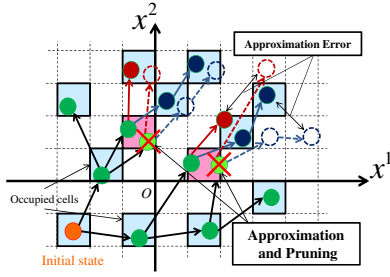


図 2: State search tree and approximation

探索に要する計算を効率化し、かつ精度よく最適に近い状態系列を絞り込む枠組みが必要となる。

運動計画問題については様々な手法が研究されており、Rapidly-Exploring Random Trees (RRT) を用いた手法 [LaValle 01] や状態空間の量子化による線形近似を利用した手法 [Tazaki 10], 量子化された状態空間上で枝刈りを行いつつ連続空間で探索を行う手法 [Kim 11] などが提案されている。この文献 [Kim 11] の手法では、状態空間の量子化を利用して、同一の格子に入った状態から発展する状態系列を同じものと見なす状態近似により探索木の枝刈り処理を行っている (図 2)。しかし、状態空間を量子化する方法は状態間の幾何学的距離に基づいた均一な量子化であり、近似誤差を状態系列の近似として定義してはいない。本稿では、提案する近似誤差の定義と量子化手法を検証するために、この量子化手法を文献 [Kim 11] の運動計画手法に応用して検証実験を行う。

提案法における近似誤差の定義とその理論的アプローチについては、図 2 を状態遷移と近似誤差の例として説明を進める。

3. 提案法

提案法では、状態遷移方程式から状態遷移先の分散によって状態系列の近似誤差を定義する。この近似誤差は、一般的に空間の量子化数 (以降これを状態数と呼ぶ) が大きいほど小さくなるが、状態数と探索に要する計算量には正の相関があるため、計算時間と近似誤差はトレードオフの関係にある。以上を踏まえると、状態数が同じであっても近似誤差を小さくできることが望ましい。これを実現するために、二分木を基にした空間分割構造を利用し、繰り返し計算により状態空間全体で平均的な近似誤差を最小化するように状態空間を量子化する。

3.1 アプローチ

状態遷移の探索における 1 ステップでは、まず状態遷移を予測する。一般的な運動計画では、運動方程式に基づいて、数値積分により状態 $x(t)$ から入力 $u(t)$ に対する一定時間 Δt 後の状態 $x(t + \Delta t)$ を予測する [LaValle 01]。

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \int_t^{t+\Delta t} \dot{x}(t) dt = F(x(t), u(t)) \quad (1)$$

この $F(x, u)$ が運動計画における状態遷移方程式である。

図 2 にも表れているように、現在時刻の状態間距離と遷移後の状態間距離の関係は状態遷移方程式に依存し、発展する系列がどれだけ類似するかも状態遷移方程式に依存する。運動計画問題のような状態系列の探索を行う場合の状態近似とは、同時刻の状態間ではなくそれらの状態から発展する状態系列を近似することを意味する。したがって、近似誤差の尺度として、状態間の幾何学的距離をそのまま用いることは、多くの場合適当ではない。ある状態とそれを近似した状態からそれぞれ探索して得られる状態系列が、どれだけ類似するかを考える必要がある。

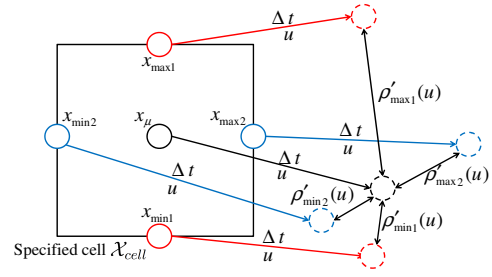


図 3: State transitions from a cell

3.2 近似誤差の定義

量子化された状態空間上において、着目する格子に含まれる一状態から発展する状態系列の近似誤差を表す尺度として、同じ入力 $u(t)$ (問題によっては行動) に対する Δt 後の遷移状態 $x(t + \Delta t)$ と近似される領域の代表点である格子点 x_μ からの遷移状態 $x_\mu(t + \Delta t)$ の幾何学的距離が利用できると考えられる。したがって、入力 $u(t)$ に対する近似誤差の尺度は、格子内に含まれる任意の状態と格子点における状態遷移先の距離を格子全体 (領域 X_{cell}) で平均することにより表すことができる。こうして求めた入力 $u(t)$ に対する近似誤差の尺度について、取り得る入力集合 U について平均をとると、格子内の平均的な近似誤差 $Error_{cell}$ は、状態遷移先の分散として、

$$Error_{cell} = \frac{\int_U \int_{X_{cell}} \rho(F(x, u), F(x_\mu, u)) dx du}{\int_U \int_{X_{cell}} dx du} \quad (2)$$

と表すことができる。 ρ は幾何学的距離を表す関数である。この $Error_{cell}$ を近似誤差と定義し、これを最小化する状態空間の量子化手法を構築する。

3.3 量子化の実装方法

式 (2) で表される近似誤差を計算するためには、代表点について $F(x, u)$ を計算し、平均を取るという方法で近似計算を行う。本稿の実装では、図 3 のように各軸方向の最大点と最小点をそれぞれ代表点としてとり、次式により近似誤差を計算する。 $dim X$ は状態空間の次元である。

$$Error_{cell} \approx \frac{\sum_{u \in U} E_{cell}(u)}{|U|} \quad (3)$$

$$E_{cell}(u) = \frac{1}{dim X} \sum_{i=1}^{dim X} \frac{\rho'_{min i}(u) + \rho'_{max i}(u)}{2} \quad (4)$$

近似誤差 $Error_{cell}$ を最小化した量子化を実現するために、[Tazaki 10] でも用いられている二分木の空間分割構造を用いる。この構造は、指定した格子を二つの子格子 (Sub-cells) に分割する細分化の機能を備えている。また提案法では、細分化だけではなく子格子を結合する処理も行うことで、状態数を指定した数に固定して処理を行うことを可能にする。図 4 に処理の概要のフローを示し、以下に各手順の説明を示す。

- {1} 状態空間の範囲と各状態変数の最低量子化数を指定し、状態空間を均一に分割する。この処理によって、基本となる全て同じ形状の格子 (Basic cells) を生成する。
- {2} 最終的な空間の総量子化数となる、状態数を取得する。
- {3} サブルーチン A :
全ての格子に対して、指定された状態数に達するまで、最も近似誤差が小さくなる方向に格子の細分化を繰り返す。この手順において状態数は指定された値に達する。

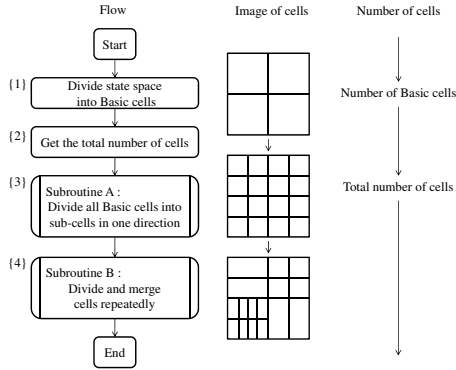


図 4: Proposed quantization algorithm

- {4} サブルーチン B: 状態空間全体での近似誤差の平均が小さくなるように、細分化と結合の処理を繰り返す。この手順において状態数は変化しない。

サブルーチン A の処理では、基本格子の中で近似誤差が最小となるように細分化を行う。しかし、全基本格子において、その中の子格子の数はほぼ一定となっているため、この段階では局部的に調整された量子化が行われる。そこで、基本格子の間にまたがり、さらに大域的に近似誤差を小さくする処理として、細分化と結合を繰り返すサブルーチン B の処理を行う。このサブルーチン B では、格子の重要度を空間全体の体積 V_{space} に占める格子の体積 V_{cell} で表し、この重要度で重みづけられた空間全体での近似誤差の総和を最小化するように分割を再構成する (式 (5))。正確には、この処理では近似誤差の総和は局所解へと収束する。

$$\text{minimize} \sum_{cell \in \mathcal{X}} \frac{V_{cell}}{V_{space}} Error_{cell} \quad (5)$$

4. 実験

提案法により状態系列に対する近似誤差が小さくなり、探索が効率化することで、発見される解の最適性が向上することを確認するために、図 5 に示す二自由度倒立振り子モデルのシミュレータを構成し最適運動計画の検証実験を行った。

4.1 実験設定

本稿の検証実験では、力学的拘束条件を満たした最適運動を求める問題を取り上げる。しかし、RRT を用いた手法 [LaValle 01] は確率的手法であるため必ずしも最適に近い運動を計画できるとは限らない。また、状態空間の量子化による線形近似を利用した手法 [Tazaki 10] は、遷移の線形性を仮定しているため、厳密には状態遷移を連続的に扱うことはできない。そこで、連続的な探索により準最適運動を計画できる手法 [Kim 11] を実装した。この手法では、前述の通り状態空間の

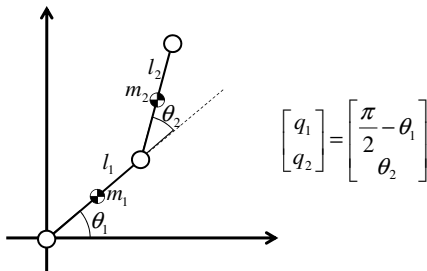


図 5: Double inverted pendulum

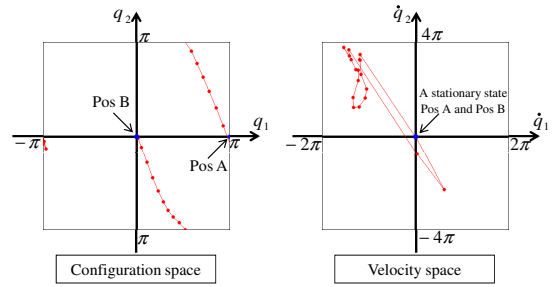


図 6: An example of the planned motion

量子化を利用した状態近似により枝刈りの処理を行うことで、全探索の試行を行いながらも計算の発散を防ぎ、動的計画法 の概念で最適軌道を絞り込むことができる。

モデルの状態遷移方程式としては、文献 [Kim 11] と同様の運動方程式およびパラメータを用いた。また、力学的な拘束条件として、表 1 に示す条件を設定して探索を行った。

表 1: Dynamics constraint

Joint	Limit of position [rad]	Limit of velocity [rad/s]	Maximum torque [Nm]	Searching torque resolution
1	No limit	2π	2.0	30
2	No limit	4π	2.0	30

シミュレータの刻み時間幅 Δt は 50[ms] とし、運動のコストを運動時間で考え最適解を最短時間運動とした。したがって、拘束条件の下で準最短時間運動を求め、解の最適性を運動時間で評価した。また、距離の関数 ρ として次式を設定した。

$$\rho(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 (w_p^2 (q_{a i} - q_{b i})^2 + w_v^2 (\dot{q}_{a i} - \dot{q}_{b i})^2)} \quad (6)$$

この w_p および w_v は各軸の重み定数であり、本実験では各関節とも w_p および w_v にはそれぞれ 1.0 および 0.2 を使用した。以上の条件のもとで、両リンクが共に下がって静止した状態 (Pos A [$q_1 = \pi, q_2 = 0$]) から、共に倒立して静止した状態 (Pos B [$q_1 = 0, q_2 = 0$]) までの運動計画を、状態数 20^4 で提案法により量子化した空間を利用して行くと、図 6 のような、状態空間上における準最短時間運動の状態系列が求められる。

本実験では、初期状態 \mathbf{x}_{init} として Pos A および Pos B を設定し、ランダムサンプリングした状態 $\mathbf{x}_{goal rand}$ を目標状態として探索した場合の解の最適性すなわち運動時間を調べた。100000 個の $\mathbf{x}_{goal rand}$ からなるサンプルデータを作り、これらの状態までの運動時間の平均を、様々な条件での均一な量子化と提案法による量子化の探索結果について比較した。均一な量子化は状態間の幾何学的関係に基づいた量子化手法であり、提案法は状態遷移先の分散で定義した状態系列の近似誤差に基づいた量子化手法である。また、提案する量子化手法の適用に当たっては、状態空間の姿勢方向には均一に量子化を固定し、速度方向にのみ定義した近似誤差を最小化するように状態空間を量子化した。この理由は、障害物が姿勢空間上の拘束条件として表されるため、また距離の式 (6) のパラメータ設定の影響を小さく抑えるためである。初期化に当たる基本格子の量子化数には全ての軸方向に同じ値を設定した。

4.2 検証結果

状態数を 20^4 として設定した場合の、一つの均一な量子化および状態遷移方程式に応じて適応的に量子化した状態空間の一姿勢格子点 ($q_1 = -\frac{\pi}{10} \sim 0, q_2 = \frac{9}{10}\pi \sim \pi$) における速度空

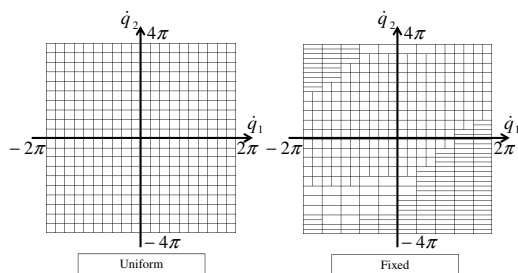


図 7: Quantized state space ($q_1 = -\frac{\pi}{10} \sim 0$, $q_2 = \frac{9}{10}\pi \sim \pi$)

間の断面を図 7 に示す．提案法により不均一に量子化されていることが確認できる．

図 8 に，実験によって得られた各量子化条件における平均運動時間を示す．この中の Uniform は各姿勢方向と速度方向に対して同じ量子化数を設定した均一な量子化方法であり，Fixed は同状態数における提案法により量子化した場合の結果である．状態数が増えれば近似誤差は小さくなり，より最適性の高い解である短時間の運動を発見できることが確認できる．状態数が増えるにつれ，真の最短運動時間の平均値である，ある値に収束していくことが予想される．また，検証した全ての状態数について，提案法により状態系列の近似誤差を最小化した量子化は，均一な量子化に比べてより短時間で遷移する運動を発見できていることが確認できる．

図 9 は，状態数が 16^4 , 20^4 , 24^4 , 28^4 のそれぞれの場合について，均一に量子化する条件を変えて，提案法により量子化した場合と合わせて比較した結果である．この中の Uniform 1, 2, 3 は同状態数になるように q_1 方向と q_2 方向の量子化数の比をそれぞれ 1:4, 1:1, 4:1 に設定したものである．このとき，図 8 の収束先と考えられる真の最短運動時間の平均値に対して，どの程度の最適性が得られているかを考えたいが，真の最短運動時間を解析的に求めることはできないため，状態数 30^4 に相当する高状態数のときの値を最短時間平均の基準として最適性を計算した．均一な量子化は状態数によって最適な条件が異なる一方で，提案法による量子化では全ての状態数で均一な量子化よりも良好な解が得られていることが確認できる．

4.3 考察

本稿で扱った二自由度モデルの運動計画実験では，量子化における空間分割方向の選択肢は二通りに過ぎない．状態空間の次元数が増えた場合，本稿で定義した近似誤差の空間内での分散はより大きくなると考えられ，分割方向の選択肢もそれに依りて増加する．したがって，この近似誤差の最小化の効果は，状態空間が高次元になるほど，有意に表れると考えられる．

また，本稿では状態系列探索問題として運動計画問題を扱ったが，状態遷移先を予測して探索する場合に，そこから発展する状態系列を近似するときの誤差は探索の効率化に当たって本質的な問題であり，状態空間の探索と状態遷移を扱っている他の分野にも応用できる可能性がある．

5. まとめ

本稿では，探索問題において状態空間の量子化を利用した状態近似誤差を最小限に抑える問題を考え，特に状態系列の近似誤差を小さくする状態空間量子化手法について論じた．提案法では，状態遷移先の分散により近似誤差を定義し，二分木の空間分割構造を用いてこの近似誤差を最小化するように状態空間を量子化する．また，状態系列の探索問題として運動計画問題を応用例とし，検証実験を行った．その結果，提案する量子

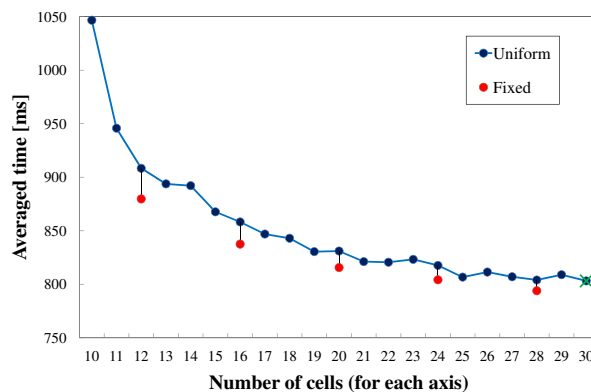


図 8: Averaged time for number of cells

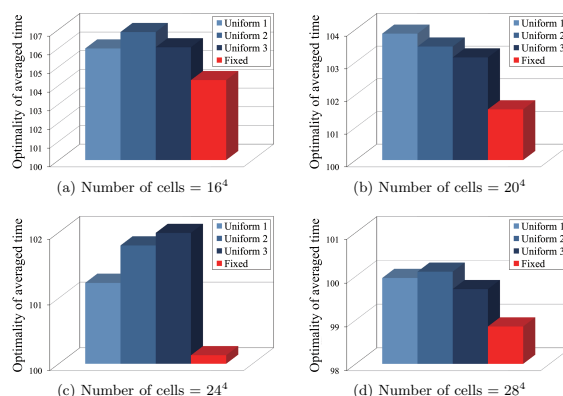


図 9: Difference of optimality for quantization method

化手法を適用した場合は幾何学的距離に基づいた量子化手法を適用した場合に比べ，同等の計算時間でも最適性の高い解を精度よく発見できることを確認した．提案する量子化手法は，状態空間全般について汎用的なものであり，状態空間の探索と状態遷移を扱っている他の分野にも応用できる可能性がある．

参考文献

- [Kroese 92] Kroese, B. J. A. and van Dam, J. W. M.: Adaptive State Space Quantisation for Reinforcement Learning of collision-free navigation, In *proceedings of the 1992 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 2, pp.1327-1332, (1992).
- [Kuffner 04] Kuffner, J. J.: Efficient Optimal Search of Uniform-Cost Grids and Lattices, In *proceedings of the 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 2, pp. 1946-1951. (2004).
- [Tazaki 10] Tazaki, Y. and Imura, J.: Approximately Bisimilar Discrete Abstractions of Nonlinear Systems Using Variable-resolution Quantizers, *American Control Conference*, pp.1015-1020, (2010).
- [Kim 11] Kim, C. H., Tsujino, H. and Sugano, S.: Rapid Short-Time Path Planning for Phase Space, *Journal of Robotics and Mechatronics*, Vol. 23, No. 2, pp.271-280, (2011).
- [Donald 93] Donald, B., Xavier, P., Canny, J. and Reif, J.: Kinodynamic Motion Planning, *Journal of the ACM*, Vol. 40, No. 5, pp.1148-1066, (1993).
- [Neumann 07] Neumann, G., Pfeiffer, M. and Maass, W.: Efficient Continuous-Time Reinforcement Learning with Adaptive State Graphs, In *proceedings of the 18th European Conference on Machine Learning*, (2007).
- [LaValle 01] LaValle, S. M. and Kuffner, J. J.: Randomized Kinodynamic Planning, *Journal of Robotics Research*, Vol. 20, No. 5, pp.378-400, (2001).