

少数派ゲームにおけるエラーの生起確率が社会的効率に及ぼす影響

Effect of errors on social efficiency in minority games

河又裕士*¹

Yuji KAWAMATA

*¹筑波大学大学院 システム情報工学研究科

University of Tsukuba, Graduate School of Systems and Information Engineering

We analyze a variation of the minority game in which agents make an perception error(PE) with some probability p_{PE} . The agent who made an PE knows incorrect win side. We find that the social efficiency in the population of long memory length agents is maximized when $p_{PE} = 0$ while, on the other hand, that of short memory length is maximized at the limit $p_{PE} \rightarrow 0$ - when agents almost but not perfectly don't make an PE.

1. イントロダクション

近年、特に経済物理学の分野において、少数派ゲーム(以下、MG)を行うエージェントたちにみられる集団的特性についての研究が盛んに行われている。

MGは少数派の選択をした主体が利益を得るゲームであり、次のような街の状況をモデル化[2]している:

N 人(奇数)の人々が住み、2つのバー(酒場)が建つ街がある。人々は毎日、どちらのバーに行くかを選択する。どちらのバーでも音楽の生演奏が行われる。しかし、バーの来客数が $N/2$ 人以上だと雑音のため、音楽を静かに聞くことができない。従って、人々は来客数が $N/2$ 人以下であるバー、つまり、「少数派の選択肢」を目指して意思決定を行う。ここで、エージェントの意思決定は、過去のバーの混雑状態(ゲーム結果)の記憶をもとに行われる。

このような、少数派の選択をした主体が利益を得る状況は、現実で多くみられる。例えば、金融市場では、多くの人々が売って割安の状態を買うトレーダーが利益を得ることができる。また、商品開発を行う企業は、他の企業が作っていない製品を作った方がもうけを得ることができる。他にも、ドライバーが他の利用者が少ない経路を通ることで、渋滞に巻き込まれることなく目的地へ到達できることなどがある。

MGに関連する研究で、分析に用いられる指標として、社会的効率がある。社会的効率とは、社会全体の効用の高さを表し、MGでは、どれほど多くのエージェントが少数派の選択をしたことで利益を得られたかの程度のことである。MGに関する研究の多く[1]では、この社会的効率に関する議論が行われている。

既存のMGに関する研究の多くでは、エージェントのエラー(誤り)の影響については、あまり議論されていない。しかし、現実の意思決定主体はエラーを起こす。実際、例えば、囚人のジレンマゲームにおける協力行動の進化に関する一連の研究[3]では、多くの場合、エラーの影響が検証・議論されている。従って、MGに関する研究で得られた知見が、エラーによってどの程度影響を受けるかを検証する必要がある。MGに関する研究で、エージェントが起こすエラーが、社会的効率に与える影響を厳密かつ総括的に検証したものはない。

以上を踏まえ、本研究では、MGにおいて、「エージェントが起こすエラー」が「社会的な効率」に与える影響を分析する。

2. モデル

以下では本研究のモデルについて説明する。

N 人(奇数)のエージェントが、繰り返し期間 T の各期 t でゲームを行う。ゲームでは、エージェントは選択肢 $0,1$ のうちどちらかを選択する。エージェント i の t 期の選択を $a_i(t) \in \{0,1\}$ とする。 t 期の1の選択者数を $N_1(t)$ とする。これより、 t 期の少数派サイド $h(t)$ は、 $N_1(t) < N/2$ のとき $h(t) = 1$ であり、 $N_1(t) > N/2$ のとき $h(t) = 0$ である。 $a_i(t) = h(t)$ である少数派サイドの選択をしたエージェントは1ポイントを獲得し、 $a_i(t) \neq h(t)$ である多数派サイドの選択をしたエージェントはポイントを獲得できない。

エージェントは意思決定の際に、記憶している1期前から M 期前までの少数派サイドを参照する。この M をエージェントの記憶長と呼ぶ。なお、本研究では、すべてのエージェントの記憶長は等しいとする。

エージェントの選択は、各自が持つ戦略の予測をもとに行われる。戦略とは、エージェントの記憶から今期の少数派サイドを予測するものであり、 2^M の長さの数列によって定義される。記憶長 $M = 2$ のエージェントが持つ戦略の例として、表1を示す。左側の列は、0と1で構成された長さ M の数列のすべての組み合わせであり、右側の列は戦略の数列で、0か1の値をとる。1期のゲームが始まる前に各エージェントには、 2^{2^M} 通りある戦略のうちランダムに s 個の戦略が、復元抽出され、配布される。

表1の戦略を持つエージェントが、1期前は0、2期前は1と、少数派サイドを記憶している場合、エージェントの記憶は(0,1)であり、戦略の予測は1となる。

各期のエージェントの選択は、その期に採用する戦略によって決まるが、戦略の採用には戦略のスコアを参照する。戦略のスコアとは、各期 t までに、戦略の予測と、エージェントが認識した少数派サイドが一致した回数、つまり、エージェント i が、戦略 j の予測が的中したと認識した回数であり、 $U_i^j(t)$ ($j = 1, \dots, s$)と表す。各エージェント i は、各期 t において、スコアの高い方の戦略を採用する。もし、戦略のスコアが等しい場合は、等確率で、どれか1つの戦略が採用される。

エージェントが起こすエラーとして、Perception Error(以

連絡先: 河又裕士, 筑波大学大学院 システム情報工学研究科, 〒305-8577 茨城県つくば市天王台 1-1-1, rykawamata@gmail.com

表 1: 記憶長 $M = 2$ のエージェントが持つ戦略の例

M 期間の記憶	戦略の予測
00	1
01	1
10	0
11	1

下、PE) を想定した。PE とは、エージェントが少数派サイドを誤って認識してしまうことである。例えば、実際には「0 が少数派サイド」にも関わらず、PE を起こしたエージェントは、誤って「1 が少数派サイド」と認識してしまう。エージェントが PE を起こす確率を p_{PE} とする。エージェントが PE を起こす MG を、PE 付き MG と呼ぶ。なお、すべてのエージェントの p_{PE} は等しいとする。

本研究では、各変数を、エージェントの数 $N = 101$, 戦略保持数 $s = 2$, 繰り返し期間 $T = 100,000$ とした。

3. 結果

シミュレーション結果の分析のために、社会的効率の悪さを表す次の指標を用いた。

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(N_1(t) - \frac{N}{2} \right)^2$$

σ^2 は $N_1(t)$ の $N/2$ からの乖離度合を表しており、この値が大きいほど社会的効率が悪い。なぜなら、 $N_1(t)$ が $N/2$ から乖離するほど、より少ないエージェントしかポイントを獲得できていないからである。

シミュレーションの 1 試行では、 T 期間の PE 付き MG を行い、 σ^2 は 1 試行ごとに計算した。本稿で示す各結果での σ^2 の値は、32 試行の平均である。

PE 付き MG の結果を図 1(a),(b) に示した。図 1(a),(b) に示されている 2 つの図では、それぞれ、記憶長が、(a) 短い $M = 2, 4$ の場合と、(b) 長い $M = 6, 8, 10$ の場合における、 p_{PE} と σ^2 の関係を片対数プロットした。横軸が p_{PE} 、縦軸が σ^2 である。なお、 p_{PE} は 0.02 刻みである。

図 1(b) より分かったことは、記憶長が長い場合、 σ^2 が $p_{PE} = 0$ のときに最小となることである。つまり、エラーを起こさないうほど社会的効率が良くなる。

一方、図 1(a) より分かったことは、記憶長が短い場合、 σ^2 が、 p_{PE} が 0 に極めて近いときに最小となり、また、 $p_{PE} = 0$ で不連続的な値になることである。つまり、エラーがまったく起こらないときや、エラーが頻繁に起こる場合より、エラーがほんの少し起こるときに社会的効率が最大化される。

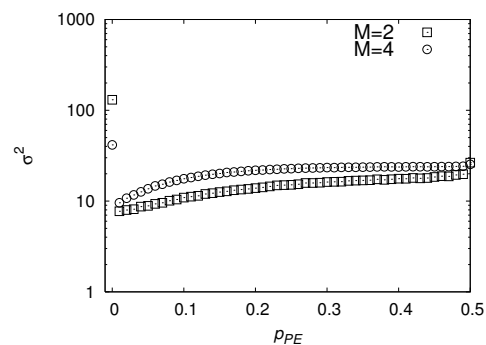
4. 考察

本研究では、MG において、「エージェントがエラーを起こす確率」が「社会的な効率」に与える影響を分析した。発生するエラーとしては、PE(ゲーム結果の認識のエラー) を考えた。

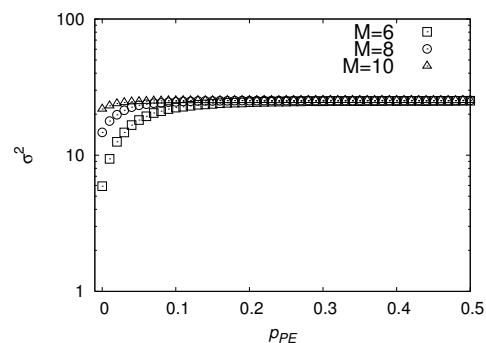
シミュレーションの結果、以下のことが分かった。

エージェントの記憶長が長い場合、エラーを起こさないほど社会的効率に効率な状態になる。

一方、エージェントの記憶長が短い場合、エラーがまったく起こらないときや、エラーが頻繁に起こる場合より、エラーが



(a) 記憶長が短い $M = 2, 4$ の場合



(b) 記憶長が長い $M = 6, 8, 10$ の場合

図 1: PE 付き MG の結果を、横軸に p_{PE} (0.02 刻み)、縦軸に σ^2 をとり、片対数プロットしたもの。(a),(b) はそれぞれ、記憶長が、(a) 記憶長が短い $M = 2, 4$ の場合と、(b) 記憶長が長い $M = 6, 8, 10$ の場合の図。

ほんの少し起こるときに社会的効率が最大化される。つまり、エラーがよく起こる集団やエラーがまったく起こらない完璧な集団よりも、エラーがほんの少し起こる集団の方が、社会的効率が良くなる。

今後の研究では、本研究で想定したエラーを、MG をもとにした金融市場のモデルに導入していきたいと考えている。

参考文献

- [1] R. Savit, R. Manuca, and R. Riolo, Adaptive Competition, Market Efficiency, and Phase Transitions, *Physical Review Letters*, 82, pp2203-2206, 1999
- [2] W. B. Arthur, Inductive Reasoning and Bounded Rationality, *Am. Econ. Assoc. Papers Proc.* 84, pp406-411, 1994.
- [3] R. Axelrod and D. Dion. The further evolution of cooperation. *Science(Washington)*, Vol. 242, No. 4884, pp. 1385-1385, 1988.