3H2-OS3-3

条件論理 C_b とそのタブローシステム

Conditional Logic C_b and its Tableau System

尾崎有梨　　戸次大介
Yuri Ozaki　　Daisuke Bekki

お茶の水女子大学大学院 人間文化創成科学研究科 理学専攻
Advanced Sciences, Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanomizu University

Conditional logic is a kind of modal logic for analyzing conditional sentences in natural language. However, it has been pointed out in the literature (Harper (1981) among others) that any previously proposed conditional logic faces various empirical problems. Moreover, C_1 (Lewis (1973a)(1973b)) and C_2 (Stalnaker(1968)) have no corresponding proof systems. In order to solve these problems, we propose a new system of conditional logic, called C_b. C_b is an extention of C^+ (Chellas (1980)) by adding new rules on accessibility, and it has a corresponding tableau system. We show the validity of C_b that it has empirical advantages over C_1 or C_2 as a model of inferences in natural language.

1. はじめに

古典論理では次のような推論が成り立っている。

前件強化 $A \supset B \vdash (A \wedge C) \supset B$

推移律 $A \supset B, B \supset C \vdash A \supset C$

しかし、古典論理を自然言語の意味論として考えたとき、上の三つに相当する例文の中には、次のような不適切な推論が含まれる。[Priest 08]

(1) If it does not rain tomorrow we will go to the criket. Hence, if it does not rain tomorrow and I am killed in a car accident tonight then we will go to the criket.

(2) If the other cadndidates pull out, John will get the job. If John gets the job, the other candidates will be disappointed. Hence, if the other candidates pull out, they will be disappointed.

この不適切さの理由は、条件文を述べるときには、明らかな前提は省略するということにある。例えば、(1) の 1 文目では「雨が降らない」ことを仮定しているが、その時は明日事故で死ぬかもしれないということは通常考えず、事故で死なないということを当たり前の前提として話が進められる。しかし (1) の 2 文目では、当たり前のこととして省略されている前提に反する事象を述べてしまっているため誤った帰結が導かれてしまっている。ここで (1) ような文が本来意味するところは、

(1') if it does not rain tomorrow and I am not killed in a car accident tonight, then we will go to the cricket tomorrow.

と言い換えることができる。(2) も同様に、前提部分の条件に暗黙に含まれているものが省略されているが、それに反することが 2 文目に現れているために意味の通らない文となっている。

このように、古典論理に基づく意味論では、自然言語の条件文を適切に表すことができないことが知られている。

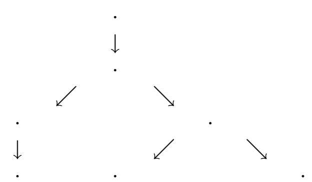
連絡先: 〒 112-8610 東京都文京区大塚 2-1-1
ozaki.yuri[at]is.ocha.ac.jp

改めて (1) の例文を考察する。(1) の正しい意味となる文は、"if it does not rain tomorrow then, other things being equal, we will go to the cricket" とも書き換えられる。この "other things being equal" (=暗黙の了解) という概念を ceteris paribus といい、条件文はなにかしら ceteris paribus の概念を含んでいると考えられている。そこで、この概念を含意の定義に含めた体系である「条件論理 (Conditional Logic)」が体系化された。暗黙の了解の内容は前提によって変わるので ceteris paribus の内容は前提に依存する。

自然言語の条件文を考える上ではこの ceteris paribus の概念は重要な位置を占めている。この概念をもとにさまざまな論理体系が提案されてきたが、これまで条件文の真理条件を正しく捉えた論理体系があるとはいえない。本論文では、最初に、本研究で使用する証明アルゴリズムや基本論理を紹介したあと、条件論理から拡張した新しい論理体系の提案とその検証を行う。また今後の課題として、条件文で解決されてない反実仮想の問題を、提案した論理体系と交えて考察する。

2. タブロー

タブロー (Tableau: [Gentzen 34][Beth 55][Jeffrey 81] 等) とは恒真式の判定を行う証明アルゴリズムである。タブローの証明図は以下のように木構造であり、ノードと枝から構成されている。



タブローの利点は機械的に証明を行うことができ、視覚的にもその過程が分かるので自然言語で分析が行い易い点にある。今後はこれらをもとに証明を行う。以下の 9 つは古典命題論理のためのタブローの規則である。古典命題論理の規則を木構造で表している。枝が二分したときは選言、同ノードにあるときは連言の意味を持つ。

$$\begin{array}{ccc} & A \supset B & \\ \swarrow & & \searrow \\ \neg A & & B \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg(A \supset B) \\ \downarrow \\ A \\ \neg B \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & A \vee B & \\ \swarrow & & \searrow \\ A & & B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \neg(A \vee B) \\ \downarrow \\ \neg A \\ \neg B \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \wedge B \\ \downarrow \\ A \\ B \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & \neg(A \wedge B) & \\ \swarrow & & \searrow \\ \neg A & & \neg B \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & A \equiv B & \\ \swarrow & & \searrow \\ A & & \neg A \\ B & & \neg B \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & \neg(A \equiv B) & \\ \swarrow & & \searrow \\ A & & \neg A \\ \neg B & & B \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg\neg A \\ \downarrow \\ A \end{array}$$

推論の妥当性を検証するためには、検証したい推論から規則を適用することによって枝を展開する。タブローでの証明の方法は

1. 親ノード (initial list) には与えられた推論の前件部と帰結部に否定をつけたものを置く
2. ノード上のいずれかの論理式に規則を適用する
3. 2. を規則適用によって派生した論理式も含め繰り返す
4. 同じ論理式に何度規則を適用しても構わないが、親ノードの論理式は少なくとも 1 回は規則適用を行うようにする。
5. 同一の枝上で同時に矛盾するものが現れたら (A と $\neg A$ など) その枝はクローズしたという。
6. 全ての枝がクローズしたら、与えられた推論が妥当であることの証明が完了

のようにして機械的に証明ができる。

以下に古典論理の時の $A \supset B, B \supset C \vdash A \supset C$ の上記のアルゴリズムで解くタブローにおける証明を挙げる。(クローズした枝部分には $\times$ 印をつけている。)

$$\begin{array}{ccccc} & & A \supset B & & \\ & & B \supset C & & \\ & & \neg(A \supset C) & & \\ & & \downarrow & & \\ & & A & & \\ & & \neg C & & \\ & \swarrow & & \searrow & \\ \neg A & & & & B \\ \times & & & \downarrow & \searrow \\ & & & \neg B & \quad C \\ & & & \times & \quad \times \end{array}$$

3. 様相タブロー

様相論理 (Modal Logic)[Kripke 63] のためのタブローシステムを様相タブロー (Modal Tableau) と呼ぶ。様相タブローでは、各論理式が成り立つ世界も同時に自然数 i で記す。

$$\begin{array}{ccc} & A \vee B, i & \\ \swarrow & & \searrow \\ A, i & & B, i \end{array}$$

上のように、古典論理の時にも使われた 9 つの規則は、世界 i が記述されるようになるだけでその他は変わらない。

また、様相タブローでは新たに以下の 4 つの様相記号を含んだタブロー規則が加えられる。

$$\begin{array}{c} \neg\Box A, i \\ \downarrow \\ \Diamond\neg A, i \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg\Diamond A, i \\ \downarrow \\ \Box\neg A, i \end{array} \qquad \begin{array}{c} \Box A, i \\ irj \\ \downarrow \\ A, j \end{array} \qquad \begin{array}{c} \Diamond A, i \\ \downarrow \\ irj \\ A, j \end{array}$$

irj の r は様相論理のクリプキフレーム $\langle W, R, \nu \rangle$ の二つの世界 i, j の二項関係を表す R と考えればよい。W は空でない世界の集合、ν は世界 w と命題記号 p において真偽を表す関数 $\nu_w(p) = 1$(又は $\nu_w(p) = 0$) である。i と j は自然数であるが、j はそれまでに証明図に現れていない新しい値でなければならない。

様相論理の推論をタブローでの証明方法も world が各論理式にあるだけで上記のタブローと同じである。

4. 条件論理

1. 節で自然言語の条件文の観点から ceteris paribus という概念とその概念を含んだ条件論理の説明をした。条件論理は様相論理の一種で、自然言語の意味論として有用な論理であると考えられている。[Lewis 73a][Lewis 73b][Stalnaker 68]

4.1 条件論理の統語論

ceteris paribus の概念を含んだ論理は $A > B$ のように表す。$A > B$ が真とは、G_A を ceteris paribus とした時、$A \wedge G_A$ が真となるような全てのアクセス可能な世界で B が真になるということである。条件論理の文法を BNF で表すと以下のようになる。

$$\mathcal{F} ::= p \mid \neg\mathcal{F} \mid \mathcal{F} \wedge \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \vee \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$$
$$\mid \mathcal{F} \leftrightarrow \mathcal{F} \mid \Box\mathcal{F} \mid \Diamond\mathcal{F} \mid \mathcal{F} > \mathcal{F}$$

4.2 条件論理の意味論

条件論理のクリプキフレームは $\langle W, \{R_A : A \in \mathcal{F}\}, \nu \rangle$ の 3 つ組である。W と ν は様相論理の時と同じように、それぞれ、空でない世界の集合、世界 w と命題記号 p において真偽を表す関数 $\nu_w(p) = 1$(又は $\nu_w(p) = 0$) である。各 R_A は W 上での二項関係を表す。任意の式 A において、$w_1 R_A w_2$ とは、w_2 は A が真である他は w_1 と変わらない (ceteris paribus) という意味である。

条件論理は様相論理の一部であるため、$\Box$ と $\Diamond$ については様相論理の体系の一つ K_ν[Priest 08] の時と変わらない。

さらに、$A > B$ についても解釈も以下のように追加される。

- $\nu(A > B) = 1$ になるときは wR_Aw' となる全ての w' において、$\nu_{w'}(B) = 1$ になる。そうでなければ $\nu_{w'}(B) = 0$

そして条件論理では以下のような概念 $f_A(w)$、$[A]$ も追加される。

1. $f_A(w) = \{x \in W : wR_Ax\}$

2. $[A] = \{w : \nu_w(A) = 1\}$

$f_A(w)$ は R_A のもとで w からアクセス可能な世界の集合のことで、また、$wR_Aw' \Leftrightarrow w' \in f_A(w)$ なので R と $f_A(w)$ は相互的に定義可能である。$[A]$ とは A が真となる世界 $\{w : \nu_w(A) = 1\}$ の集合である。

これらの概念の間には次のような関係が成り立つ。

- $A > B \Leftrightarrow f_A(w) \subseteq [B]$

5. 提案システム

[Priest 08] では、これまでに条件論理を拡張したの体系 C^+、S、C_1、C_2 を紹介した。以下の表はそれぞれの特徴をまとめたものである。

論理システム	関係	特徴
C^+	条件論理を拡張	タブローで表せる
S	C^+ を拡張	タブローで表せない
C_1	S を拡張	
C_2	S を拡張	

自然言語の意味論という点から見ると、C^+、S は自然言語で

言える文も論理式で表せず、弱すぎる論理体系となり、一方 C_1、C_2 は強すぎる論理体系となっており、どれも適切な意味論とはいえない。

$$
\begin{array}{cccc}
A > B, i & \neg(A > B), i & & \\
ir_A j & \downarrow & \swarrow & \searrow \\
\downarrow & ir_A j & \neg A, i & A, i \\
B, j & A, j & & ir_A i \\
 & \neg B, j & &
\end{array}
$$

また、$C+$ ではタブローで表せ、上のように規則を表せるが、S、C_1、C_2 ではタブローでの証明もできない。これは自然言語のための論理体系を整えることを目的としたとき、分析の行いやすさや、言語処理への応用のしやすさという点で、大きな欠点となる。そこで、自然言語の意味論として適切な条件論理の拡張となる論理体系でなおかつタブローでの証明が行える論理体系 C_b を提案する。

C_b はタブローでの証明ができるようにするため、C^+ の拡張となる。しかし、C^+、S、C_1、C_2 の論理体系の共通の問題の一つとして、アクセス関係 R に $\wedge$ や $\vee$ が現れるとき、すなわちこれらの真理関数が条件論理の前件部にある時に対応できず、これらを含む推論は全て成り立たなくなっていた。そこでクリプキフレームに 1,2 の他に以下の条件を加えることによって、C^+ の拡張でタブローで証明できるという性質を保ちつつ、同時に現存の推論を妥当にすることを可能にする。

3. $\bigcup_{w' \in f_A(w)} f_b(w') \subseteq f_{A \wedge B}(w)$

4. $f_A(w) \subseteq f_{A \vee B}(w)$
$f_B(w) \subseteq f_{A \vee B}(w)$

このそれぞれの条件に対応するタブロー規則は以下のようになる。

$$
\begin{array}{ccc}
ir_A j & ir_A j & ir_B j \\
jr_B k & \downarrow & \downarrow \\
\downarrow & ir_{A \vee B} j & ir_{A \vee B} j \\
ir_{A \wedge B} k & &
\end{array}
$$

左端の規則は、タブローの枝上に $ir_A j$ と $jr_B k$ というアクセス関係があれば、それを連結した $ir_{A \wedge B} k$ を導出してよいという連言に関する規則である。右 2 つの規則は、タブローの枝上に $ir_A j$ があれば任意の B と $ir_{A \vee B} j$ という選言に関するアクセス関係を導出してよいというものである。

これまでの規則とは異なり、推論部分ではなくアクセス関係のみについて記述された規則を定義した。これにより、より自由な拡張ができると考えられる。次節で実際に C_b においてどのような推論が妥当になるかを検証する。

6. 検証

以下に、C_b の規則を用いた証明の例をあげる。なお、全てこれらの推論の妥当性は C_b では成り立つが、C^+、S、C_1、C_2 のどのシステムでも成り立たないものである。*1

左側の例 1 は 5. 節で提案した左側の規則の適用例である。

2 段目の $0r_p1$ と 3 段目の $1r_q2$ から C_b の規則を用いて $0r_{p \wedge q}2$ を導出している。この論理式は以下のような文をつくる。「雨が止んで水温が 28 度以上ならプールに入れる。」⇒「雨が止んだのなら、水温が 28 度以上ならプールに入れる。」

右側の例 2 は、例 1 から少し変形させたもので、例 1 と同様 5. 節の左側の規則を最後に使用している。

この推論から作られる例文は、「A と B が来ると C も来る。また、A が来ると B は来る」⇒「ということは、A が来れば C も来る」というものがあげられる。

*1　厳密な証明にはカウンターモデルを示す必要があるが、ここでは割愛する。

$$
\begin{array}{c}
(p \wedge q) > r, 0 \\
\neg(p > (q > r)), 0 \\
\downarrow \\
0r_p1 \\
p, 1 \\
\neg(q > r), 1 \\
\downarrow \\
1r_q2 \\
q, 2 \\
\neg r, 2 \\
\downarrow \\
0r_{p \wedge q}2 \\
\downarrow \\
r, 2 \\
\times
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc}
 & (p \wedge q) > r, 0 & \\
 & p > q, 0 & \\
 & \neg(p > r), 0 & \\
 & \downarrow & \\
 & 0r_p1 & \\
 & p, 1 & \\
 & \neg r, 1 & \\
 & \downarrow & \\
 & q, 1 & \\
\swarrow & & \searrow \\
\neg q, 1 & & q, 1 \\
\times & & 1r_q1 \\
 & & \downarrow \\
 & & 0r_{p \wedge q}1 \\
 & & \downarrow \\
 & & r, 1 \\
 & & \times
\end{array}
$$

例 1: $(p \wedge q) > r \vdash p > (q > r)$
例 2: $(p \wedge q) > r, p > q \vdash p > r$

$$
\begin{array}{cc}
\multicolumn{2}{c}{(p \vee q) > r, 0} \\
\multicolumn{2}{c}{\neg((p > r) \wedge (q > r)), 0} \\
\swarrow & \searrow \\
\neg(p > r), 0 & \neg(q > r), 0 \\
\downarrow & \downarrow \\
0r_p1 & 0r_q2 \\
p, 1 & q, 2 \\
\neg r, 1 & \neg r, 2 \\
\downarrow & \downarrow \\
0r_{p \vee q}1 & 0r_{p \vee q}2 \\
\downarrow & \downarrow \\
r, 1 & r, 2 \\
\times & \times
\end{array}
$$

例 3: $(p \vee q) > r \vdash (p > r) \wedge (q > r)$

例 3 は 5. 節の右側の規則の適用例である。与式の前件部に規則を適用するためには、$p \vee q$ におけるアクセス関係の記述が必要である。そこで、$0r_p1$ や $0r_q2$ を得られたら、それぞれ $0r_{p \vee q}1$ や $0r_{p \vee q}2$ を導出している。これにより、与式の前件部にも規則適用が可能となり、タブローはクローズする。

またこの推論は、「雨が降るか雪が降ったら中止する。」⇒「雨が降ったら中止にするし、雪が降っても中止にする」という例文の論理式ともいえる。

3 文を例に上げたが、他の式でも C_b でのみ妥当となりかつ自然言語の文も言える式の例を図 1 にまとめた。条件文の前提部分に二項演算子が含まれていた推論は全てこれまでの論理体系では導出できなかったので、C_b により妥当となる推論を増加させることが可能になったといえる。

また、C_b のタブローシステムについては、健全性・完全性についても証明済みであり [Ozaki 11]、論理体系として妥当といえる。

7. 反実仮想条件文問題

[Smith 07] では以下のような条件文における問題が提起されている。

(a) If it will rain tomorrow, we will go the cricekt.

(b) If it had not rained today, we would have gone to the cricket.

(a) は現在から未来について述べる条件文であり、これまで例文として述べてきたものと同じ用法である。一方 (b) は、過去から現在について述べる条件文である。

この二つの状況の元で、クリケットに行くためには電車に乗らなければならないとする。この時、(a) においては、明日故

S \ C_b	valid	invalid
valid	$p > (q \wedge r) \vdash p > q$ $p > (p > q) \vdash p > q$	$p > q, q > r \vdash p > r$ $p > q, \neg(p > \neg r) \vdash (p \wedge r) > q$
invalid	$(p \vee q) > r \vdash (p > r) \wedge (q > r)$ $(p \wedge r) > q \vdash p > (r > q)$ $(p \wedge q) > r, p > q \vdash p > r$ $p > q, (p \wedge \neg r) > \neg q \vdash p > (r \wedge q)$ $(p \wedge r) > (r \wedge q), p > r \vdash p > q$	$(p \wedge r) > (r \wedge q) \vdash (p > q) \vee (r > q)$

図 1: S と C_b の妥当な推論の比較表

障で電車が止まった場合、クリケットに行かなくても (a) は真である。しかし、(b) においては、今日電車が故障で止まっていた場合には、天気に関わらず (b) は経験的に偽になるという差が生じる。

ところが、以下のように、(b) と似ているにも関わらず、電車が故障で止まっている場合でも真となるものが存在する。

(c) If it had not rained today, then the other things being equal, we would have gone to the cricket.

これは、反実仮想条件文に ceteris paribus clause が明示的に現れた例で、[Smith 07] において相対的正常性 (Comparative Normalcy) の概念を導入して分析されている。

このように、反実仮想条件文での (a) と (b) の違いや (b) と (c) の違いは、条件文の論理体系でも考察しなければならない問題である。前者については、これまで、検証や先行研究で使用してきた例文は、どれも (a) のような現在の状況には影響を受けないものであった。反実仮想条件文の (b) では、現在結果が分かっていることを述べているため、前提にしている文以外の結果に影響する要因がある場合は偽となってしまう。

後者の (b) と (c) の違いについては、どちらも反実仮想条件文であるにも関わらず、(b) は現実に電車が止まっていることが真偽に影響するが、(c) は (a) と同様に現実の状況が真偽に影響しない。このことについて [Smith 07] では、反実仮想条件文の真理条件は、現実世界に似ている世界において後件が成り立つこと (Similarity) であるのに対し、(c) のように ceteris paribus clause を明示的にすると、現実に関係なく、より普通な世界において後件が成り立つこと (normalcy) である、と説明している。したがって、(a),(b),(c) のそれぞれに別のオペレータが必要になる。

現在、C_b ではこの違いを表すことができていない。しかし記述する時制が異なるだけでで真偽が異なる条件文を元に考察を行うことは、時制に対する論理的な記述や文法理論全体の網羅性にも貢献できるため C_b を拡張していくにあたって重要な視点になると考えられる。normalcy という概念を採用するかは別として、(a),(b),(c) が異なる概念のもとで述べられているのは明らかであるので、それぞれに対応するオペレータを導入することは今後の重要な課題である。

8. まとめ

本論文では、自然言語の条件文から提起された意味論の問題点を議論し、そのために条件論理を拡張することによって新たな論理体系 C_b を構築した。

C_b の特徴は、これまでは自然言語の意味論では経験的に成り立つ推論にも関わらず論理体系の推論としては成り立たなかったものを改善し、なおかつタブローを用いた証明を可能にしたことである。しかし、自然言語の現象は膨大な数であるため、現在の C_b がもつ経験的妥当性の評価も重要になってくる。7. 節のような時に関わる拡張やまた $\neg A$ のような否定記号のついた推論をどのように C_b を拡張して表すかなど、今後の課題は多数ある。そのような検証のためにも、証明が機械的にでき、その過程も分かりやすいタブローで証明ができるようにしたことは本論文の一つの成果と言える。

参考文献

[Beth 55] Beth, E. W.: Semantic Entailment and Formal Derivability, *Mededelingen van de Koninklijke Nederlandse Academie van Wetenschappen, Afdeling Letterkunde, NS 18*, pp. 309–42 (1955)

[Gentzen 34] Gentzen, G.: Untersuchungen uber das logische Schliessen, *Mathematische Zeitschrift*, Vol. 39, pp. 176–210 (1934), 405-431

[Jeffrey 81] Jeffrey, R. C.: *Formal Logic: Its Scope and Limits*, McGraw-Hill, New York (1981)

[Kripke 63] Kripke, S.: *Semantical Analysis of Modal Logic 1:Normal Propositional Calculi*, Zeitschrift fur mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik (1963)

[Lewis 73a] Lewis, D. K.: *Counterfactuals*, Oxford, Blackwell (1973)

[Lewis 73b] Lewis, D. K.: Counterfactuals and Comparative Possibility, *Journal of Philosophical Logic*, Vol. 2, (1973)

[Ozaki 11] Ozaki, Y. and Beeki, D.: Conditional Logic C_b and its Tableau System, in *Logical Aspects of Computational Linguistics (LACL2011) (to appear)*, Montpellier, France (2011), Springer

[Priest 08] Priest, G.: *An Introduction to Non-Classical Logic*, Cambridge Uniersity Press (2008)

[Smith 07] Smith, M.: Ceteris Paribus Conditional and Comparative Normalcy, *Journal of Philosophical Logic*, Vol. 36, pp. 97–121 (2007)

[Stalnaker 68] Stalnaker, R.: *A Theory of Conditionals, in Studies in Logical Theory*, Vol. 2 of *American Philosophical Quanterly Monograph Series*, Oxford: Basil Blackwell (1968)