

# コミュニティ構造の時間発展に対する Axelrod 文化モデルの拡張

## An Extension of Axelrod's Culture Model toward the Evolution of Community Structure

石川 孝  
Takashi Ishikawa

日本工業大学  
Nippon Institute of Technology

The paper discusses an extension of Axelrod's Culture Model toward the evolution of community structure to allow analyzing the phenomenon of birth, death, merge, and split of communities in online social networks. The effect of a differentiation mechanism in Axelrod's Culture Model with link rewiring is examined using agent-based simulation.

### 1. はじめに

ソーシャルメディアにおけるユーザ間のつながりのネットワーク(オンラインソーシャルネットワーク)などでは、つながりの強いユーザによって作られるコミュニティが時間とともに発生、成長、縮小、消滅し、またコミュニティ同士が融合、分離する[Palla 2007]. このようなコミュニティ構造の時間的な変化(時間発展、コミュニティダイナミクス)を理論的に解明するためには、コミュニティダイナミクスを制御することが可能なネットワークモデルが必要である.[Vazquez 2009]は、リンクつなぎ替えのある Axelrod 文化モデル[Centola 2007]のネットワーク構造を解析して、最大コンポーネント(連結部分グラフ)の大きさが文化多様度に対して 3 つの領域(Ⅰ:少数の文化グループに対応する大コンポーネント、Ⅱ:多数の文化グループに対応する小コンポーネント、およびⅢ:多数の文化グループからなる巨大コンポーネント)に分けられ、領域Ⅲでは文化グループが継続的に変化することを示した。したがって、これらの研究における Axelrod 文化モデルの拡張は、ネットワークのコミュニティダイナミクスを論じるモデルとして有望である。本論文は、コミュニティ構造の時間発展に対する Axelrod 文化モデルのさらなる拡張を検討する。

### 2. コミュニティ構造の時間発展

ネットワークにおけるコミュニティ構造とは、ネットワークの他の部分より強く結合した部分ネットワークである[Girvan 2002]. コミュニティ構造を抽出する方法は様々提案されているが[Fortunato 2010], 本論文では、抽出結果が比較的安定していることと、重なりのあるコミュニティを抽出できるという理由で、クリークパーコレーション法(CPM)[Palla 2007]を採用する。CPMの概要はつぎの通りである。

1.  $k$  クリーク( $k$  個のノードが互いに結合した完全部分グラフ、 $k$  は定数)を抽出する。
2.  $k - 1$  個のノードを共有するクリークをまとめてコミュニティとする(クリークが最小のコミュニティである)。

コミュニティの時間発展は、一定の時間間隔  $T$  をもつ時刻  $t_1$  と  $t_2 = t_1 + T$  におけるネットワークから抽出したコミュニティ集合  $C_1, C_2$  について、下に定義するコミュニティの同一性に基づいてつぎのように分類する。

- コミュニティの同一性: ノード集合であるコミュニティ  $c_1, c_2$  の Jaccard 係数が定数  $m$  に対してつぎの条件を満たすとき、 $c_1, c_2$  は同一であるとする。

$$\frac{|c_1 \cap c_2|}{|c_1 \cup c_2|} \geq m$$

- 時間発展の分類(図 1 参照)
  - a. 生成:  $c_2 \in C_2$  と同一である  $c_1 \in C_1$  が存在しないとき、 $c_2$  が生成したとする。
  - b. 消滅:  $c_1 \in C_1$  と同一である  $c_2 \in C_2$  が存在しないとき、 $c_1$  が消滅したとする。
  - c. 融合:  $c_{11} \in C_1$  と  $c_{12} \in C_1$  の両方に同一である  $c_2 \in C_2$  が存在するとき、 $c_{11}$  と  $c_{12}$  が  $c_2$  に融合したとする。
  - d. 分離:  $c_{21} \in C_2$  と  $c_{22} \in C_2$  の両方に同一である  $c_1 \in C_1$  が存在するとき、 $c_1$  が  $c_{21}$  と  $c_{22}$  が分離したとする。

注1. 融合(分離)において、融合(分離)する前(後)のコミュニティ数は 2 以上でもよい。  
注2. 成長と縮小の定義は自明である。

上の定義では、時刻  $t_1$  と  $t_2$  の間で起こった生成と消滅の組合せなどは観測されないが、時間間隔  $T$  を十分に小さくすることによってこの見逃しの確率を小さくすることができる。

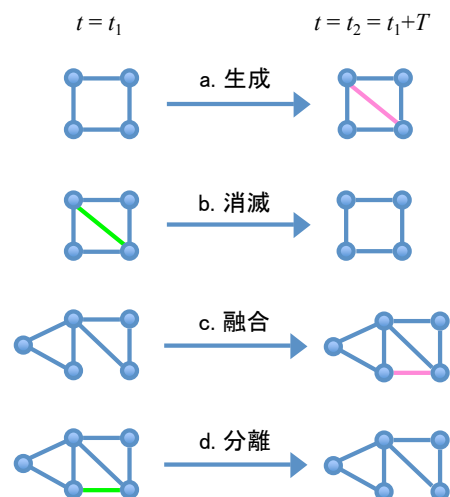


図 1. コミュニティ構造の時間発展 ( $k=3$  の場合の例)

### 3. Axelrod 文化モデルとその拡張

[Axelrod 1997]は、同質性と社会的影響という 2 つの仮定に基づくモデルによって、社会的グループがどのように形成されるかを説明した。同質性 (homophily) は文化的属性を多く共有する人はより相互作用しやすい傾向で、社会的影響 (influence) はこの相互作用が共有する文化的属性を増加させる傾向である。この Axelrod 文化モデルはつぎの要素によって記述される。

- 個人は、周期的境界条件をもつ正方形格子に配置され、周りの 4 近傍 (隣人と呼ぶ) と相互作用する。
- 個人の文化は、 $f$  個の特徴 (feature) からなるベクトル  $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_f)$  によって表される。
- 特徴  $\sigma$  は、 $q$  個の特性値 (trait) のいずれかの値をとる。
- 特徴の初期値は、ランダムに選択した値とする。

また、モデルのダイナミクスは各時間ステップで実行されるつぎの 4 つのルールによって定義される。

1. 個人  $i$  をランダムに選択し、その隣人  $j$  をランダムに選択する。
2.  $i$  と  $j$  が同じ特性値をもつ特徴の数  $O(i, j)$  を求める。
3.  $0 < O(i, j) < f$  ならば、 $i$  は確率  $O(i, j) / f$  で  $j$  と相互作用する。
4. 相互作用は、 $i$  と  $j$  が異なる特性値をもつ特徴  $g$  をランダムに選択し、 $\sigma_{ig} \leftarrow \sigma_{jg}$  とする。

これらのルールを繰り返して実行すると、モデルは相互作用が起らない安定状態に達し、各個人は文化的属性が同一の文化グループに属するようになる。文化グループの数は、文化の多様度 ( $f \cdot q$ ) が小さいときは小さく、多様度が増加すると急激に大きくなる。この結果は、モデルの 2 つの仮定によって異なる文化グループが空間的に生じることを説明する。Axelrod 文化モデルのダイナミクスはノード間の類似度  $O(i, j) / f$  の総和を極大化すると解釈できることから、[Kennedy 1998]は Axelrod 文化モデルを一般化して適応的文化モデル (Adaptive Culture Model) と呼んだ。

Axelrod 文化モデルでは、個人が固定した隣人をもつこととルール 3 によって、全く異なる文化グループ間と、同一の文化グループ内では相互作用が起らないことを規定しているため、異なる文化グループが一度形成されるとその状態が維持される。ソーシャルネットワークでは個人の隣人が一般的に変化するため、[Centola 2007]は異なるグループ間でも相互作用が起ることによってネットワーク構造が変化できるように Axelrod 文化モデルを拡張した。この拡張は、もとの 4 つのルールにつぎの 5 番目のルールを追加することで定義される。

5.  $O(i, j) = 0$  ならば、 $i$  の隣人から  $j$  を削除し (リンク  $ij$  を削除)、 $i$  の隣人でない個人  $k$  をランダムに選択して  $i$  の隣人とする (リンク  $ik$  を生成)。

このリンクつなぎ替えルールによって、もし  $O(i, k)$  が 0 でなければ、新しいリンク  $ik$  が維持されることになる。この拡張によっても異なる文化グループが生成されることはもとの Axelrod 文化モデルと定性的に同じであるが、多様度がさらに大きくなると多数の文化グループからなる巨大コンポーネントが生成される。これはリンクつなぎ替えが多数のグループ間で生じることによる現象である。この現象はネットワークにおけるコミュニティ構造の時間発展のメカニズムとなる可能性をもつが、予備実験の結果、コミ

ュニティは同一の文化グループ内のみが生じ、しかもコミュニティの融合や分離が継続的には起らないことがわかった (4 章の図 2 参照)。そこでリンクつなぎ替えのある Axelrod 文化モデルをさらに拡張して、コミュニティ構造の時間発展が継続的に起るコミュニティダイナミクスモデルを構成することを検討する。

### 4. コミュニティダイナミクスモデル

コミュニティ構造の時間発展が継続的に起るためには、リンクつなぎ替えのある Axelrod 文化モデル (ルール 1~5) において、文化が同一の相手との相互作用による状態変化を導入する必要がある。ここではその 1 つの方法として、文化が近い相手との相互作用によって文化がより異なるように変化する差異化 (differentiation) の機構を導入する。ルール 4 は、文化がより近くなるように変化する同質化 (homophily) のみを規定しているのので、文化の類似度  $O(i, j) / f$  が大きいときに差異化が起るようにルール 4 をつぎのように変更する。

- 4a.  $O(i, j) / f$  が閾値  $v_0$  より大きいとき、個人  $i$  は特性値が相手  $j$  と同じである特徴をランダムに選んで、その値をランダムな値に変更する (変わらないこともある)。
- 4b. さもなくば、もとのルール 4 を適用する。

差異化機構の導入によってコミュニティ構造の時間発展がどのように変化するかを NetLogo[netlogo]によるエージェントベースシミュレーションによって実験した。モデルの基本仕様は 3 章の記述と同じであり、ルール 4 を上記のように変更した。実験では、クリークの大きさ  $k$  を 3、コミュニティの同一性の定数  $m$  を 0.5、時間間隔  $T$  を 10000、エージェント数を 400、初期状態は平均次数 4 のランダムネットワークとした。図 2 は、 $f=10$ 、 $q=100$  における差異化あり ( $v_0=0.6$ ) と差異化なしのモデルにおけるエージェント数で規格化した融合頻度 (融合回数 ÷ 時間間隔) の  $t=2000000$  までの時間変化である。また、図 3 は同じ条件におけるエージェント数で規格化したコミュニティ数の時間変化である。もとの差異化なしのモデルでは、コミュニティの融合がすぐに起らなくなり (融合頻度が時間の逆数で減少)、コミュニティ数が変化しなくなる。これに対して、差異化ありのモデルでは、コミュニティの融合が継続的に起っており、コミュニティ数も増加減少を繰り返している。結果の図は示さないが、コミュニティの分離も融合とほぼ同じ頻度で起っている。閾値  $v_0$  (0~1) に対して融合頻度は図 4 ( $f=10$ 、 $q=100$  の場合) のように変化し、 $v_0=0.7$  付近に極大が存在する。また、 $v_0$  を 0.6 に固定したときの特徴数  $f$  と特性値数  $q$  に対する融合頻度の依存性は図 5 ( $q=100$  の場合)、図 6 ( $f=10$  の場合) のようになり、 $f=10$ 、 $q=300$  付近に極大が存在する。これらの結果は、差異化ありのモデルにおいて、コミュニティ構造の継続的な時間発展が  $f$  と  $q$  の一定の範囲 (適度な多様度) において起ることを示している。

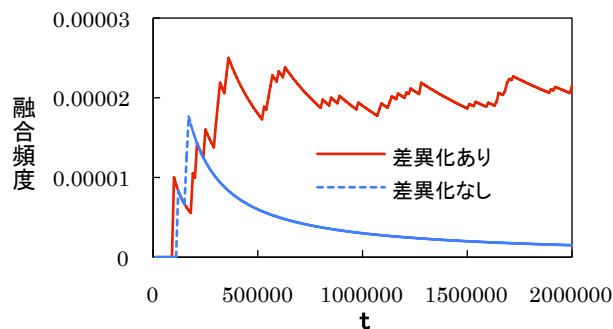


図 2. 融合頻度の時間変化

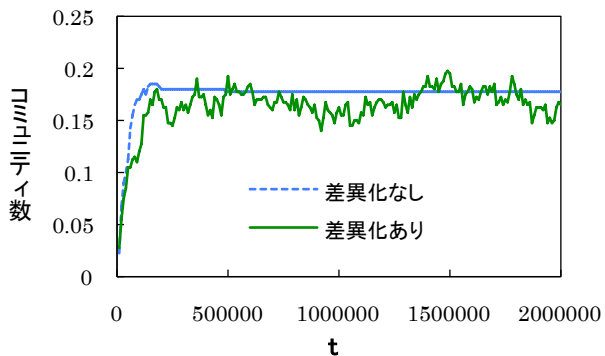


図 3. コミュニティ数の時間変化

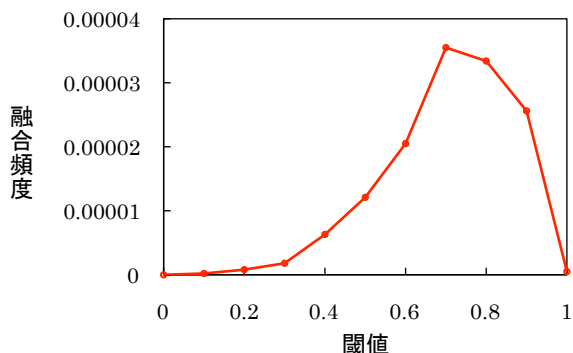


図 4. 閾値に対する融合頻度の依存性

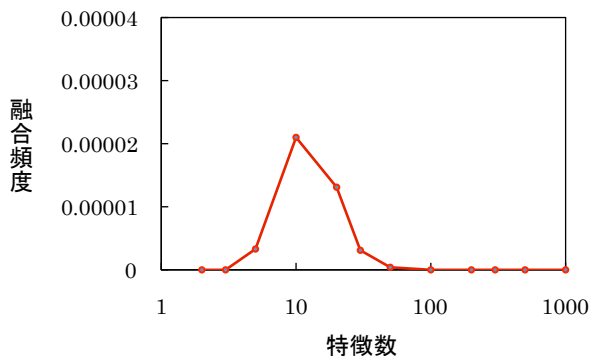


図 5. 特徴数に対する融合頻度の依存性

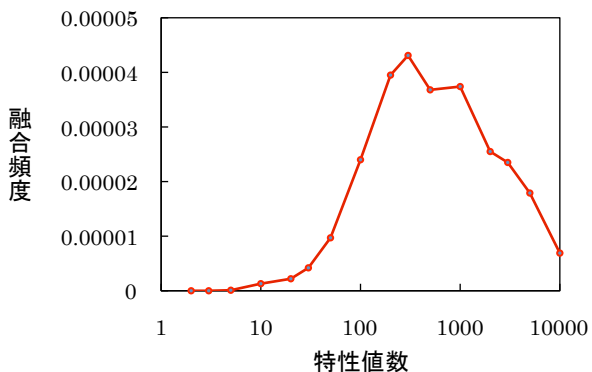


図 6. 特性値数に対する融合頻度の依存性

## 5. 考察

本論文で述べた差異化機構の導入によるリンクつなぎ替えのある Axelrod 文化モデルの拡張は、SNS などのオンラインソーシャルネットワークに見られるコミュニティ構造の時間発展に対するモデルとなる可能性をもつ。しかし、この拡張モデルが実際の SNS を再現するには、生成されるネットワークの構造がスモールワールド性などの性質をもつことが求められる。その予備的な評価として、 $f=10$ ,  $q=1000$ ,  $v_0=0.6$  におけるクラスタ係数(隣人同士が隣人である割合)とエージェント数で規格化したコミュニティ数の時間変化を図 7 に、また  $t=500000$  と  $t=1500000$  におけるネットワーク構造(Cytoscape[cytoscape]の Spring Layout)を図 8 に示す。4 章の図 2, 3 に示した継続的なコミュニティ構造の時間発展によって、コミュニティ数の増加が止まった後もクラスタ係数が徐々に増加しており、その値の大きさから生成されるネットワークがスモールワールド性をもつことが予想される。

Axelrod 文化モデルへの差異化機構の導入方法は、本論文で述べた閾値による決定論的なルールの外に、同質化と差異化を確率的に選択する方法などが考えられる。また、コミュニティ構造の継続的な時間発展を起こすような Axelrod 文化モデルの拡張には、文化浮動(個人が自発的に文化を変化させること)やマスメディアの影響(複数の個人の文化が外部の影響によって同時に変化すること)も検討する必要がある。

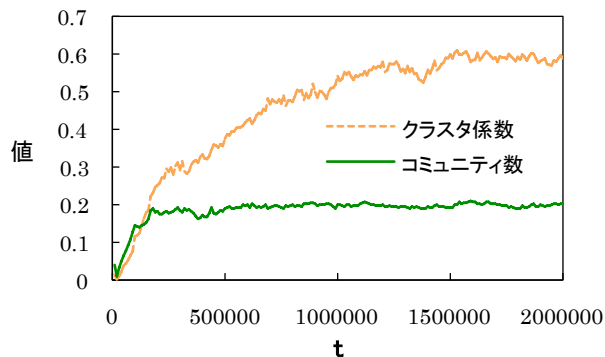
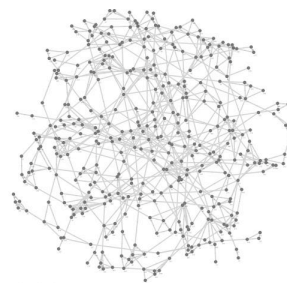


図 7. クラスタ係数の時間変化

$t=500000$



$t=1500000$

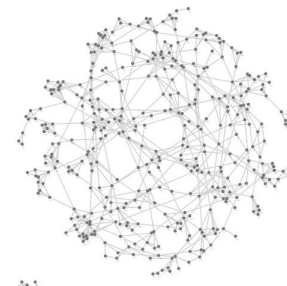


図 8. ネットワーク構造(Spring Layout)

## 6. おわりに

本論文は、リンクつなぎ替えのある Axelrod 文化モデルにおいて、文化が近い相手に対しては文化をより異なるように変化させる差異化の機構を導入することによって、もとのモデルでは見られなかったコミュニティ構造の継続的な時間発展が起こることについて述べた。今後、この拡張モデルによって生成されるネットワーク構造の特性を調べ、SNS などのオンラインソーシャルネットワークの時間発展に対するモデルとして使えるようにモデルの精密化を進める予定である。

## 参考文献

- [Axelrod 1997] Axelrod, R.: The Dissemination of Culture: A Model with Local Convergence and Global Polarization. *J. Conflict Res.* **41**, 203-226.
- [Centola 2007] Centola, D., Gonzalez-Avella, J. C., Eguiluz, V. M., and Miguel, M. S.: Homophily, Cultural Drift, and the Co-Evolution of Cultural Groups. *J. Conflict Res.* **51**, 905-29.
- [cytoscape] <http://www.cytoscape.org/>
- [Fortunato 2010] Fortunato, S.: Community Detection in Graphs. *Physics Reports* 486, 75-174.
- [Kennedy 1998] Kennedy, J.: Thinking Is Social, Experiments with the Adaptive Culture Model. *J. Conflict Res.* **42**, 56-76.
- [Girvan 2002] Girvan M. and Newman. M. E. J.: Community Structure in Social and Biological Networks. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 99, 7821-7826.
- [netlogo] <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>
- [Palla 2007] Palla, G., Barabasi, A-L., and Vicsek, T.: Quantifying Social Group Evolution. *Nature*, Vol.446, No.7136, pp.664-667.
- [Vazquez 2009] Vazquez, F., Gonzalez-Avella, J. C., Eguiluz, V. M., and San Miguel, M.: Collective Phenomena in Complex Social Networks. *Applications of Nonlinear Dynamics Model and Design of Complex Systems XII*, Springer Verlag, 189-200.