

# ハイブリッドロケットエンジンの概念設計最適化問題における パレート解の解析に関する一考察

The Primary Experiments of an Analysis of Pareto Solutions for Conceptual Design  
Optimization Problem of Hybrid Rocket Engine

工藤文也\*<sup>1</sup>

Fumiya Kudo

吉川大弘\*<sup>2</sup>

Tomohiro Yoshikawa

古橋武\*<sup>2</sup>

Takeshi Furuhashi

名古屋大学工学研究科

Graduate School of Engineering Nagoya University

Recently, Multi-objective Genetic Algorithm, which is the application of Genetic Algorithm to Multi-objective Optimization Problems is focused on in the engineering design field. In this field, the analysis of design variables in the acquired Pareto solutions, which gives the designers useful knowledge in the applied problem, is important as well as the acquisition of advanced solutions. This paper proposes a new visualization method using Isomap which visualizes the geometric distances of solutions in the design variable space considering their distances in the objective space. The proposed method enables a user to analyze the design variables of the acquired solutions considering their relationship in the objective space. This paper applies the proposed method to the conceptual design optimization problem of hybrid rocket engine and studies the effectiveness of the proposed method.

## 1. はじめに

近年、進化計算手法の一つである遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm : GA)[Holland 75] を、多目的最適化問題 (Multi-Objective Optimization Problem : MOP) に適用した、多目的遺伝的アルゴリズム (Multi-Objective Genetic Algorithm : MOGA) が注目を集めている [Deb 01]。また近年では、計算機の性能向上にとともに、MOGA の工業分野への応用に関する研究も報告され始めている [Obayashi 02][Deb 03]。

大林 [Obayashi 02] は、航空機主翼の形状設計最適化問題において、MOGA によりパレート解集合の獲得を行うとともに、自己組織化マップ (Self Organizing Map : SOM) を用いて、得られた解集合の評価値と設計変数との関係を可視化し、問題の性質に対する解析を行っている。また Deb ら [Deb 03] は、工学設計に関する問題において、得られたパレート解集合から、設計者にとって有益な情報を発見する手法について検討を行っている。このように、工学分野においては、MOGA を適用して単にパレート解を得るだけでなく、得られたパレート解集合から評価値と設計変数との物理的関係に関する解析を行うことや、設計者にとって有益な知見を抽出することも重要な課題となっている [Deb 03][Oyama 10]。

本稿では、MOPs の実問題として、JAXA (宇宙航空研究開発機構) から提供され、ホームページ [1] により広く公開されている、ハイブリッドロケットエンジン (Hybrid Rocket Engine : HRE) の概念設計最適化問題 [Kosugi 10] を対象問題として扱う。本稿では、代表的な多目的最適化手法の一つである NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic AlgorithmII)[Deb 02] を用いて HRE 概念設計の最適化を行い、得られたパレート解集合における、評価値と設計変数との関係について検討を行う。本稿では、評価値空間における個体間の近傍関係を考慮した、設計変数空間における個体間類似性の可視化手法を提案する。提案手法では、評価値空間における個体間の類似関係に基づいて、設計変数空間における個体間の測地距離を計算し、Isomap[Bernstein 00][Handa 10] を用いて可視化する。提案

手法により、評価値の近さを考慮した上で、設計変数間の類似性を視覚的に把握することが可能となる。HRE の概念設計最適化問題に NSGA-II を適用し、得られたパレート解集合に対して提案手法を適用し、評価値の類似性に基づいた、設計変数の特徴に対する解析を行う。

## 2. 問題設定

ここでは、本稿で対象とする HRE の概念設計最適化問題について述べる。ロケットの概念図を図 1 に示す。本問題において、目的関数となる全備重量  $M_{tot}[kg]$  および最高到達高度  $H_{max}[km]$  は、以下に示す式 (1) ~ 式 (23) によって計算される。なお全備重量  $M_{tot}[kg]$  を求めるためには、酸化剤重量  $M_{oxi}[kg]$ 、燃料重量  $M_{fuel}[kg]$ 、推進剤重量  $M_{prop}[kg]$ 、酸化剤タンク重量  $M_{res}[kg]$ 、燃焼室重量  $M_{ch}[kg]$  をそれぞれ計算する必要がある。各変数を求める式を、式 (1) ~ 式 (5) に示す。

$$M_{oxi} = \int_0^{t_{burn}} \dot{m}_{oxi}(t) dt \quad (1)$$

$$M_{fuel} = \int_0^{t_{burn}} \dot{m}_{fuel}(t) dt \quad (2)$$

$$M_{prop}(t) = M_{oxi} + M_{fuel} + \int \dot{m}_{prop}(t) dt \quad (3)$$

$$M_{res} = \rho_{res} V_{res} \quad (4)$$

$$M_{ch} = \rho_{ch} V_{ch} \quad (5)$$

$\rho_{res}[kg/m^3]$  は酸化剤タンク密度、 $\rho_{ch}[kg/m^3]$  は燃焼室密度である。酸化剤タンク容積  $V_{res}[m^3]$ 、燃焼室容積  $V_{ch}[m^3]$ 、燃料流量の時間変動  $\dot{m}_{fuel}(t)[kg/s]$ 、推進剤流量の時間変動  $\dot{m}_{prop}(t)[kg/s]$  は以下の式 (6) ~ 式 (12) で計算される。

$$V_{res} = \frac{4}{3}\pi((r_{fuel} + t_{res})^3 - r_{fuel}^3) + \pi((r_{fuel} + t_{res})^2 - r_{fuel}^2)L_{res,cyl} \quad (6)$$

連絡先: 工藤文也, 名古屋大学大学院工学研究科, 名古屋市千種区不老町, 052-789-2793, 052-789-3166, kudo@cmlpx.cse.nagoya-u.ac.jp

$$V_{ch} = \pi((r_{fuel} + t_{ch})^2 - r_{fuel}^2)L_{fuel} \quad (7)$$

$$\dot{m}_{fuel}(t) = 2\pi r_{port}(t)L_{fuel}(t)\rho_{fuel}\bar{r}_{port}(t) \quad (8)$$

$$r_{port}(t) = r_{port}(0) + \int_0^{t_{burn}} \bar{r}_{port}(t)dt \quad (9)$$

$$\bar{r}_{port}(t) = 8.26 \times 10^{-5} \times G_{oxi,ave}^{0.55}(t) \quad (10)$$

$$G_{oxi,ave} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\dot{m}_{oxi}(t)}{\pi r_{port}^2(t)} \right) dt \quad (11)$$

$$\dot{m}_{prop}(t) = -(\dot{m}_{oxi}(t) + \dot{m}_{fuel}(t)) \quad (12)$$

$t_{res}[m]$  は酸化剤タンク板厚,  $t_{ch}[m]$  は燃焼室板厚,  $L_{res,cyl}[m]$  は酸化剤タンク円頭部の長さ,  $\rho_{fuel}[kg/m^3]$  は燃料密度,  $r_{fuel}[m]$  は燃焼室内径,  $\bar{r}_{port}(t)[m/s]$  は平均燃料後退速度,  $G_{oxi,ave}[kg/m^2s]$  は平均酸化剤流速である. 以上を用いて, 全備重量  $M_{tot}[kg]$  は式 (13) ~ 式 (16) で表される. ただし本稿では, ペイロード重量  $M_{pay}[kg]$  は  $50[kg]$ (一定) とした.

$$M_{tot}(t) = \int \dot{m}_{prop}(t)dt + M_{tot}(0) \quad (13)$$

$$M_{tot}(0) = M_{eng} + M_{pay} + M_{ex} \quad (14)$$

$$M_{eng} = M_{oxi} + M_{fuel} + M_{ch} + M_{res} \quad (15)$$

$$M_{ex} = \frac{2}{3}M_{eng} \quad (16)$$

次に最高到達高度  $H_{max}[km]$  を計算するためには, ロケットの推力  $T(t)[N]$  と加速度  $a(t)[m/s^2]$  を計算する必要がある. ロケットの推力  $T(t)[N]$  は式 (17) で得られ, 加速度  $a(t)[m/s^2]$  は式 (22) により得られる. 式 (17) において,  $\eta_T$  はノズル損失係数であり, ここでは  $\eta_T = 1.0$  とし, また  $P_a[Pa]$  は大気圧とする. ノズル出口流速  $u_e[m/s]$ , ノズル出口圧力  $P_e[Pa]$  は, 混合比  $O/F$  の値を用いて計算される. 混合比  $O/F$ , ノズル出口面積  $A_e[m^2]$ , 推力推算に用いる運動量修正係数  $\lambda$  は式 (18) ~ 式 (21) で計算される.

$$T(t) = \eta_T (\lambda \dot{m}_{prop}(t) \mu_e + (P_e - P_a) A_e) \quad (17)$$

$$\frac{O}{F} = \frac{\dot{m}_{oxi}(t)}{\dot{m}_{fuel}(t)} \quad (18)$$

$$\lambda = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta_2) \quad (19)$$

$$A_e = \epsilon A_{th} \quad (20)$$

$$A_{th} = \frac{\dot{m}_{prop}(0) I_{sp}(0) \eta_{I_{sp}}}{C_F(0) \eta_{C_F} P_{ch}} \quad (21)$$

$A_{th}[m^2]$  はノズルスロート面積,  $I_{sp}(0)[s]$  は初期比推力,  $\eta_{I_{sp}}$  は  $I_{sp}$  効率,  $C_F(0)$  は初期推力係数,  $\eta_{C_F}$  は  $C_F$  効率である. また加速度  $a(t)[m/s^2]$  においては, 式 (22) で与えられる抵抗  $(D(t))$  は, 式 (23) に示すように, 摩擦抵抗  $D_{f,Design}$  と圧力抵抗  $D_{p,Design}$  との和で表される.  $V(t)[m/s]$  は速度である.

$$a(t) = \begin{cases} \frac{T(t)-D(t)}{M_{tot}(t)} - g & (V(t) > 0) \\ \frac{T(t)}{M_{tot}(t)} - g & (V(t) = 0) \\ \frac{T(t)+D(t)}{M_{tot}(t)} - g & (V(t) < 0) \end{cases} \quad (22)$$

$$D(t) = D_{f,Design} + D_{p,Design} \quad (23)$$

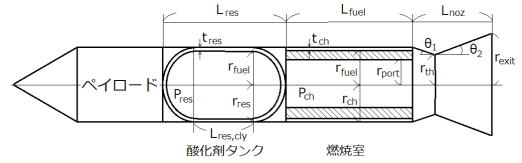


図 1: HRE ロケットの概念図

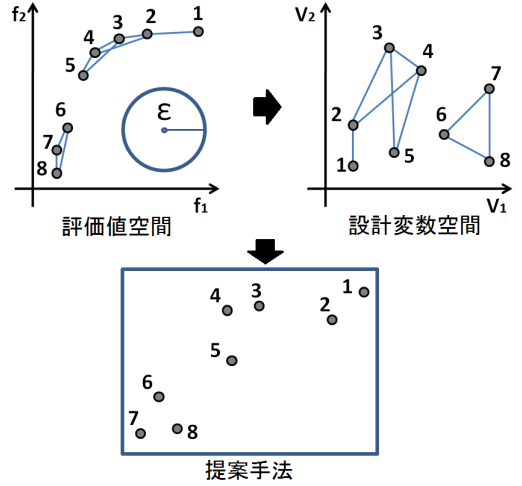


図 2: 提案手法のイメージ

### 3. 提案手法

提案手法では, 測地距離の概念を用いて, 評価値空間における個体間の類似性を, 設計変数空間における個体間距離に反映させ, Isomap を用いて可視化を行う. Isomap では, 測地距離により定義されたデータ間の距離行列を求め, 多次元尺度構成法 (Multi Dimensional Scaling: MDS) を用いてデータの類似性を可視化する.

初めに, 評価値空間における各個体の“近傍”を定義し, それら近傍内の個体間でリンクを結ぶ. 測地距離は, このリンクで結ばれた個体間距離はユークリッド距離により, 直接リンクの結ばれていない個体間距離については, 最短となるリンク接続を行ったときの, 個体間のユークリッド距離の和でそれぞれ求められる. また, リンクの結ばれていない個体間の距離は,  $D_{ue}$  で与えられる. 通常, リンクが結ばれていない個体間は無限遠方にあると見なすため, この  $D_{ue}$  は相対的に大きな値を与えるのが一般的である [Tenenbaum 00]. 提案手法では, 近傍関係を評価値空間で定義し, 設計変数空間の距離を用いて測地距離を計算する点が特徴的である.

提案手法のイメージを図 2 に示す. 図 2 では, 評価値空間において, 近傍半径  $\epsilon$  を用いて個体間の近傍関係を定義している. この近傍半径に基づいて, 近傍半径  $\epsilon$  以内に存在する個体どうしをリンクで結び, 設計変数空間の距離を用いて測地距離を求めている. 例えば, 個体 6 と 8 とは, 直接リンクが結ばれているので, 設計変数空間におけるユークリッド距離がそのまま個体間の距離となり, 一方で個体 1 と 4 の距離は, (個体 1-2 の距離+個体 2-4 の距離) となる. また, リンクの結ばれていない 1-2-3-4-5 と 6-7-8 は, 離れて付置されている. 提案手法により, 個体間における評価値の近傍関係を考慮した設計変数空間の類似性を把握することが可能となる.

## 4. 実験

HRE 概念設計最適化問題に対し、MOGA の代表的な手法の一つである NSGA-II を適用した。コーディング方法として、遺伝子に、各設計変数の実数値を直接持たせた実数値 GA を用いた。交叉には PNX[Tsutsui 99][Ballester 04]、突然変異には各設計変数の設定領域の範囲で、一様に値を変更する方法を用いた。個体数を 64、交叉率を 1.0、突然変異率を 0.01、1 試行あたりの世代数を 32 世代とし、10 試行を行った。なおペイロード重量  $M_{pay}[kg]$  は  $50[kg]$  で固定し、推進効率  $\eta_T$  は 100%，酸化剤流量  $\dot{m}_{oxi}[kg/s]$  は一定とした。用いた各設計変数、目的関数をそれぞれ表 1、表 2 に示す。また図 3 に、(a) 評価値空間、(b) MDS により可視化した設計変数空間におけるパレート解 (10 試行すべての解の中で非劣解となったもの) の分布を示す。なお、評価値、設計変数はそれぞれ平均 0、分散 1 に規格化されている。また、図 3(a) に示されている近傍半径  $\epsilon$  は、以下の式により求めた。

$$\epsilon = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (f_{imax} - f_{imin})^2}}{10} \quad (24)$$

表 1: 設計変数と設定領域

V1	$\dot{m}_{oxi}(0)$	: 初期酸化剤流量	1.0 ~ 30.0[kg/s]
V2	$L_{fuel}$	: 燃料長さ	1.0 ~ 10.0[m]
V3	$r_{port}(0)$	: 初期ポート半径	0.01 ~ 0.2[m]
V4	$t_{burn}$	: 燃焼時間	15.0 ~ 35.0[s]
V5	$P_{ch}$	: 燃焼室圧力	3.0 ~ 4.0[MPa]
V6	$\epsilon$	: 開口比	5.0 ~ 7.0

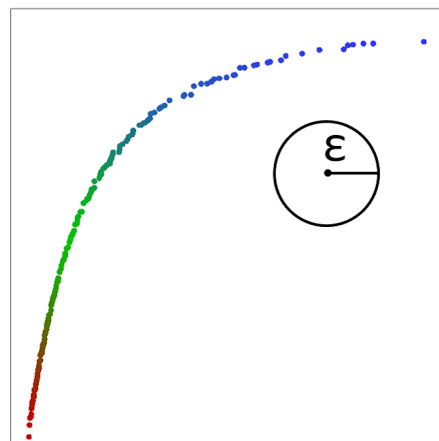
表 2: 目的関数

Obj1	初期全備重量	$M_{tot}[kg]$	の最小化
Obj2	最高到達高度	$H_{max}[km]$	の最大化

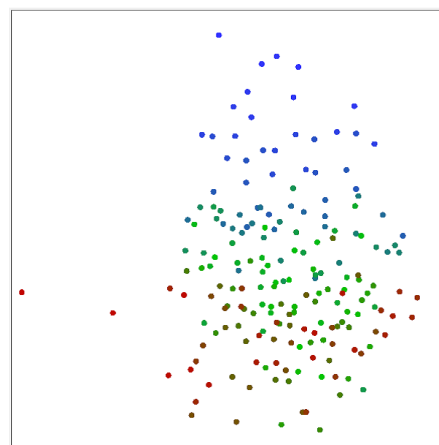
図 4 に、提案手法による可視化結果を示す。図 3、図 4 におけるグラデーションは、それぞれの個体の全備重量 (Obj1) の値に基づいて表している。青色ほど重量の大きな個体を示しており、赤い色ほど重量の小さな個体であることを表している。提案手法において、個体が密集して表示されていることから、全備重量の小さい個体の分布する領域 (図 4 の点線で囲まれた領域) では、個体どうしは評価値空間と設計変数空間両方において近傍関係にあると考えられる。これは、軽い到達高度の低いロケットを設計する上では、その設計パターンが少ないことを表している。一方で、全備重量の大きな個体が分布する領域では、評価値空間で近傍であっても設計変数空間では遠方に位置する個体の存在などにより、丸で囲まれたいくつかのグループを形成していることがわかる。これは、重量は大きい到達高度の高いロケットの設計においては、いくつかの設計パターンが存在することを示している。

## 5. まとめ

本稿では、測地距離の概念を用いることで、評価値空間における個体の類似性を考慮した、設計変数空間での個体間距離を可視化する手法を提案した。HRE 概念設計の最適化を行い、提案手法を用いて、得られたパレート解集合における、評価値と設計変数との関係について検討を行った。提案手法により、



(a) 評価値空間における個体分布



(b) 設計変数空間における個体分布

図 3: パレート解の分布

評価値空間の近傍関係と、設計変数空間における近傍関係とが対応している領域や、逆にそれらの対応がとれていない領域とが把握できることを示した。提案手法による可視化により、両空間でもとも近傍関係にある個体どうしは近くに表示されるため、それらの関係を把握することは可能である。しかし、提案手法において遠方に表示された個体については、評価値空間では近傍であるが設計変数空間では遠方に位置する、設計変数空間では近傍であるが評価値空間では遠方に位置する、両空間において遠方に位置する、のいずれであるか判断することができない。今後は、それらの関係性についての提示方法の工夫などを行っていく予定である。

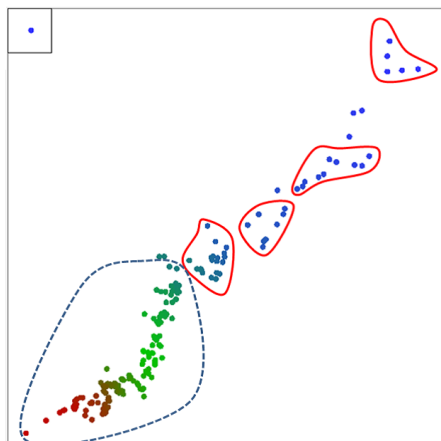


図 4: 提案手法による可視化結果

## 謝辞

本研究の一部は、文部科学省科学研究費（基盤研究（C）、No.22500088）の補助を得て遂行された。

## 参考文献

- [Holland 75] J.H.Holland: *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The Univ. Michigan Press, 1975
- [Deb 01] K.Deb: *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*, Chichester, UK, Wiley, 2001
- [Obayashi 02] 大林茂: 航空機の多目的最適設計, 人工知能学会誌, Vol.18, pp.495, 2003
- [Deb 03] K.Deb: *Unveiling Innovative Design Principles By Means of Multiple Conflicting Objectives*, Engineering Optimization, Vol.35, Report Number 2002007, pp.1-6, 2003
- [Oyama 10] 大山聖, 川勝康弘, 萩原和子: 次期太陽観測衛星軌道の多目的設計探索の試み, 第4回進化計算シンポジウム 2010, pp.208-214
- [1] [http://flab.eng.isas.ac.jp/member/oyama/realproblems\\_j.html](http://flab.eng.isas.ac.jp/member/oyama/realproblems_j.html)
- [Kosugi 10] 小杉幸寛, 大山聖, 藤井孝蔵, 金崎雅博: ハイブリッドロケットエンジンの概念設計最適化, 宇宙輸送シンポジウム, STCP-2009-75, 2010
- [Deb 02] K.Deb, S.Agrawal, A.Pratab and T.Meyarivan: *A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization*, NSGA-II, IEEE transactions on evolutionary computation, Vol.6, pp.182-197, 2002
- [Bernstein 00] Bernstein, M. and De Silva, V. and Langford, J.C. and Tenenbaum, J.B.: *Graph approximations to geodesics on embedded manifolds*, Dept. Psychol., Stanford Univ., Stanford, CA, 2000
- [Handa 10] Hisashi Handa, Hiroshi Kawakami: *Dimension Reduction by Manifold Learning for Evolutionary Learning with Redundant Sensory Inputs*, IEEE World Congress on Computational Intelligence, pp.1923-1928, 2010
- [Tenenbaum 00] Tenenbaum, J.B., Silva, V., Langford, J.C.: *A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction*, Science, Vol.290, pp.2319-2323, 2000
- [Tsutsui 99] Shigeyoshi Tsutsui, Masayuki Yamamura, Takahide Higuchi, : *Multi-parent Recombination with Simplex Crossover in Real Coded Genetic Algorithms*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, volume1, pp.657-664, 1999
- [Ballester 04] Pedro J. Ballester, Jonathan N. Carter: *An effective real-parameter genetic algorithm with parent centric normal crossover for multimodal optimisation*, Genetic and Evolutionary Computation-GECCO 2004, pp.901-913, 2004
- [Watanabe 02] 渡邊真也, 廣安知之, 三木光範: 近傍培養型遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化, 情報処理学会論文誌, Vol.43, pp.183-198, 2002
- [Ishibuchi 04] H.Ishibuchi, Y.Shibata: *Mating Scheme for Controlling the Diversity-Convergence Balance for Multiobjective Optimization*, Proc.of 2004, Genetic and Evolutionary Computation Conference, part.I, pp.1259-1271, 2004