

人工市場を用いた GARCH 効果発生メカニズムの検証

Verifying Generating mechanism of GARCH Effect using Artificial market

湯浅 辰丸*¹ 鳥海 不二夫*¹ 石井 健一郎*¹
 Tatsuma YUASA Fujio TORIUMI Kenichiro ISHII

*¹名古屋大学 大学院 情報科学研究科
 Graduate School of Information Science, Nagoya University

“ GARCH Effect ” is a important factor explaining the confusion of the financial market. However , neither a definite theory nor the demonstration result concerning the generating mechanism are yet shown. The generating mechanism is suggested that market participant’s information structure be a generation factor. In this study , We specify the generating mechanism by controlling the condition of the market participation and the market by using an artificial market. We modeled Informed Trader and Uninformed Trader. Informed Trader has information on financial asset price. Noise Trader has information missed about financial asset price. We put agents which modeled in an artificial market. As a result, we found that when the ratio of Informed Trader that entered the market was a lot or was few, the suggestion that the GARCH Effect happened easily.

1. はじめに

米国でのサブプライムローン問題を引き金とした金融不安が、2008 年に世界規模の国際金融危機へと発展した。この金融危機において、金融市場の過剰な変動による混乱が問題視された。このような過剰な変動が起こる要因を分析する研究がこれまでに数多く行われている。そのような中で過剰な変動が起こる要因の分析において、金融資産価格の変動過程を記述する際には GARCH モデル [Bollerslev 86] が有効であることが知られている。

GARCH モデルは金融資産価格の時系列データの分散の不均一性を捉えるモデルとして優れている。GARCH モデルにより記述される金融資産価格の分散の不均一性は、GARCH モデルが考案された 1986 年から株価を対象として数多く検証されてきたが、今日では、為替レートを含め多くの金融資産価格の分散の不均一性を捉えることが可能なモデルとして広く認知されている。分散の不均一性とは、「小さな変動の後には小さな変動が続き、大きな変動の後には大きな変動が続く」という現象であり、このような現象が発生することを GARCH 効果が存在するという。

市場参加者の情報収集・分析能力の差や市場参加者各々の行動の特性が、GARCH 効果の発生要因であることが示唆されている。しかしながら、GARCH 効果は偶然に発見されたものであり、未だにその発生メカニズムは解明されていない。また、Bollerslev らの行った取引実験において、金融資産価格の情報を有する被験者と情報が欠落している被験者が混在している場合に、実験で成立する価格系列に GARCH 効果が表れていることから、Informed Trader*²の存在が GARCH 効果の発生要因である可能性が示唆されている。

そこで本研究では、人工市場を用いて市場参加者の情報構造や行動特性がその発生要因であるとの仮説を検証する。本研究に用いる人工市場は人工市場 2.0 である [和泉 07]。Informed Trader と Noise Trader をモデル化し、人工市場でシミュレーションを行い、GARCH 効果の発生メカニズムを検証する。そ

の GARCH 効果の発生メカニズムを解明することで、金融危機下の過剰な変動の要因を解明することに繋がると考えられる。

2. GARCH 効果測定手法

2.1 GARCH モデル

GARCH モデルの基礎となっている時系列モデルが ARCH(Auto-Regressive Conditional Heteroscedasticity) モデルである。

ARCH モデルが提案される以前の金融商品の価格系列は、残差がホワイトノイズ*³であるという前提で議論されていた。しかし、為替レートや株価などの金融資産価格の時系列データを詳しく調べると、残差はホワイトノイズの性質を満たしていないことが発見された。すなわち、金融資産価格の時系列データの残差の分散は一樣ではなくばらつきに特徴があることが明らかとなった。その特徴は、為替レートの場合であれば、ある期間大きく円高方向に変化した場合はその後で逆に円安方向に大きく変化する期間が続くという性質である。このような性質を分散の不均一性 (Heteroscedasticity) と呼ぶ。Engle らは、このような分散の不均一性を組み込んだ時系列データを表す確率モデルである ARCH モデルを提案した [Engle 82]。

ARCH(p) モデルは時系列 x_t を以下の式 (1) で表す。

$$\begin{aligned} x_t &= x_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) において、ある時点の価格 x_t と 1 つ前の価格 x_{t-1} との残差を ε_t で表す。また、 $\varepsilon_t \sim N(0, h_t)$ は、残差の平均が 0、分散が h_t で表される正規分布に従っていることを表している。 α_0 は定数項であり、価格変動のスケールによってとる値が変動する。そして、 α_i は残差項の係数であり、過去の残差との依存によりその値が変動する。

連絡先: 〒 464-8601 名古屋市千種区不老町 IB 南館 384, yuasa@kishii.ss.is.nagoya-u.ac.jp

*² ファンダメンタル価値について正確な情報を持っているトレーダー

*³ ホワイトノイズは以下の 3 点を満たす時系列データである
 平均がゼロ、分散が一定、自己共分散がゼロ

Bollerslev らにより, ARCH モデルを一般化した GARCH(Generalized Auto Regressive Conditional Heteroscedastic) モデルが提案された. GARCH モデルは ARCH モデルの条件付き分散が過去の分散だけでなく, 過去の残差にも依存するという関係を組み込んだ. 今日では, GARCH モデルは ARCH モデルに比べて分散の不均一性を捉えるのに優れていることが分かっている [Bollerslev 86].

GARCH(p, q) モデルは時系列 x_t を以下の式 (2) で表す.

$$\begin{aligned} x_t &= x_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i} \end{aligned} \quad (2)$$

式 (2) の右辺第 3 項は過去の残差にも依存するという自己相関項を表しており, この項が ARCH モデルを拡張した部分である. 定数項 α_0 , 残差項の係数 α_i は ARCH モデルと同じであり, β_i は過去の残差に依存する自己相関項の係数である.

2.2 GARCH モデルのパラメータ推定と尤度の導出

GARCH モデルのパラメータの最尤推定値を求めるためには, 対数尤度関数を適応度関数として, それを最大とするパラメータを求める.

時系列モデルの対数尤度は式 (3) で与えられる [北川 05].

$$l(\theta) = \log L(\theta) = \sum_{n=1}^N \log g_n(y_n | y_1, \dots, y_{n-1}; \theta) \quad (3)$$

式 (3) において, g_n は時系列モデルを表し, N は時系列データの個数である. また, θ は変化する時系列モデルのパラメータである. そして, y_n は時系列データを表している.

式 (3) を用いて, GARCH モデル式 (2) の対数尤度関数を求める. 本研究に使用する GARCH モデルは, 最も基本的な形とされている GARCH(1, 1) モデルとする. 式 (2) から GARCH(1, 1) モデルは式 (4) のように記述できる.

$$\begin{aligned} x_t &= x_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで, 尤度計算において推定すべきパラメータ θ は, $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1$ である.

GARCH(1, 1) モデルの対数尤度関数は以下の式で求められる.

$$\begin{aligned} l(\theta) &= \log L(\theta) \\ &= \sum_{t=1}^N \log h_t(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_1; \theta) \\ &= -\frac{N}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \log(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \frac{\varepsilon_t^2}{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}} \end{aligned} \quad (6)$$

2.3 尤度を用いた GARCH 効果の計測

価格時系列を最も尤もらしく表現する GARCH モデルを求め, そのモデルにおける価格時系列自身の尤度を GARCH 効果の強さとする. GARCH 効果の強さの計測は以下の手順で行う.

1. 価格時系列に対して GARCH モデルの遺伝的アルゴリズム [坂和 95] を用いてパラメータを推定する
2. 推定したパラメータを GARCH モデルに代入し, 価格時系列に対する GARCH モデルを作成する
3. GARCH モデルの推定に使用した価格時系列自身に対する尤度を求める
尤度計算には, パラメータを代入した式 (6) に価格時系列を代入する

尤度は, 価格時系列がどれだけ GARCH モデルに適合しているかの程度を示している. GARCH モデルに適合しているということは, 価格時系列の分散の不均一性を捉えていると言える. すなわち, 尤度によって GARCH 効果を表すことができる. 以後, 尤度により GARCH 効果の強さを表す数値を GARCH-Score(GS) と定義する.

3. 人工市場を用いた GARCH 効果検証実験

3.1 トレーダーのモデル化と仕様

現実の市場取引に参加するトレーダーは, 機関投資家やデイトレーダー, 個人投資家など様々なトレーダーが参加している. これらの市場参加者は, 情報収集能力や情報の分析能力に関して格差があると考えられる. 機関投資家などはトレードが本業であるため, 情報量も豊富である. 一方, 個人投資家は機関投資家に比べて得られる情報量が少ない. このような情報格差により両者の投資行動に差が生じる. 情報量が多いと正確にファンダメンタル価値を予測でき, 逆に情報が少なければ誤ったファンダメンタル価値の予測を行う. また, チャーティストのように価格の動きを分析する方法では情報に遅れが生じることがある. また, チャーティストはそもそも予測が誤っていることが多いため, 市場においてはノイズトレーダー (市場を乱す存在) になりがちである.

以上を踏まえ, 人工市場に投入するエージェントを Informed Trader と Noise Trader に分け, それぞれについてモデル化を行う. Informed Trader は, ファンダメンタル価値について正確な情報を持っているエージェントである. 一方, Noise Trader は誤った情報を持って市場を乱すエージェントである. Noise Trader は, 間違ったファンダメンタル価格を持っている Uninformed Trader や, 出来高や過去の株価から情報を得ようとするチャーティストのような Free Trader, 投資信託への資金流入出があった際に組入維持のため流動要因から取引を行う Liquidity Trader などに分類可能である [Mizuho 08]. これらの分類から, エージェントをモデル化する.

3.1.1 ファンダメンタル価格の実現

Informed Trader に与えるファンダメンタル価格を図 1 に示す. この価格列は, 5~21 ステップ毎に価格をランダムに変化させて作成した. これはファンダメンタリストが一定の期間は価格の見積もりを保持していることを表している. この価格データを図 2 の 9 つの系列に分解した. それぞれの系列は, ランダムウォークである価格列を元のファンダメンタル価格に加減算することで導出している. そのため, この 9 つの価格系列の平均を求めることにより, 元の価格列を再構成すること

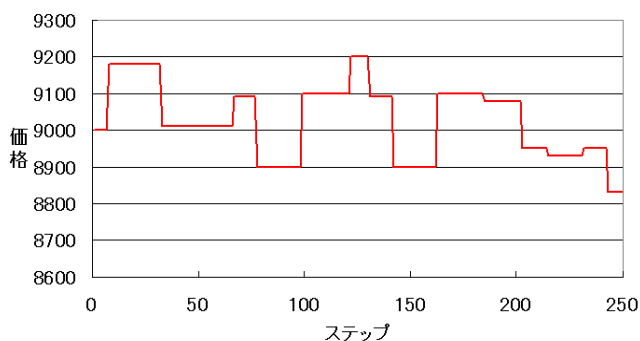


図 1: ファンダメンタル価格

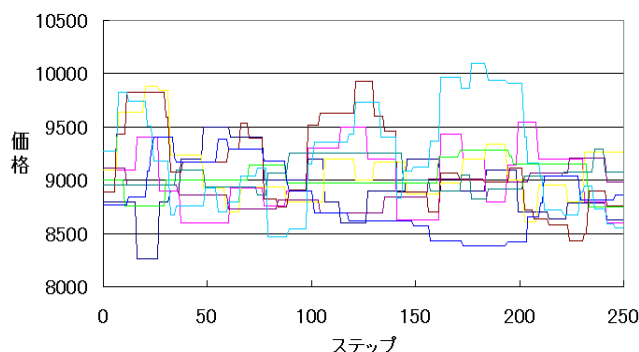


図 2: 分解したファンダメンタル価格

が可能である。分解することにより、情報の欠落を再現した。Informed Trader は全ての情報を持つため、正確なファンダメンタル価格を持つ。一方、分解された価格を持つ Uninformed Trader は、情報が欠落しているため、誤ったファンダメンタル価格を持つことになる。

3.1.2 Informed Trader の仕様

Informed Trader は機関投資家のような多くの情報を持ち、正確にファンダメンタル価格を把握しているエージェントとしてモデル化する。今回は情報の欠落していないファンダメンタル価格を持つエージェントを Informed Trader とする。現在価格がファンダメンタル価格以上であれば、前ステップの価格からファンダメンタル価格の範囲でランダムに指値注文を出して購入行動をとる。一方、前ステップの価格がファンダメンタル価格未満であれば、前ステップの価格とファンダメンタル価格の範囲で指値注文を出して売却行動をとる。注文する株数量は購入・売却共に 1~1000 株の間でランダムである。

3.1.3 Noise Trader の仕様

Noise Trader は次の 3 種類としてモデル化する。

1. Uninformed Trader

Uninformed Trader は一般投資家のような情報の欠けたファンダメンタル価格を持つエージェントとしてモデル化する。Uninformed Trader は、図 2 の価格系列の 9 つのうちどれか 1 つをランダムに持つ。現在価格がファンダメンタル価格以上であれば、前ステップの価格からファンダメンタル価格の範囲でランダムに指値注文を出して購入行動をとる。一方、前ステップの価格がファンダメンタル価格未満であれば、前ステップの価格とファンダメンタル価格の範囲で指値注文を出して売却行動をとる。

注文する株数量は購入・売却共に 1~1000 株の間でランダムである。

2. Free Trader

Free Trader は過去ステップの移動平均を考慮するテクニカルトレーダーとして、順張り（追いつけ）と逆張り（逃し）の 2 種類をモデル化する。移動平均とは一定期間の価格の平均である。

● 順張りエージェント

前ステップの価格が過去 25 ステップの移動平均よりも上回っていれば、前ステップの価格 ± 100 円の範囲で指値注文を出して購入行動をとる。逆に前ステップの価格が移動平均よりも下回っていれば、前ステップ ± 100 円の範囲で指値注文を出して売却行動をとる。

● 逆張りエージェント

前ステップの価格が過去 25 ステップの移動平均よりも上回っていれば、前ステップの価格 ± 100 円の範囲で指値注文を出して売却行動をとる。逆に前ステップの価格が下回っていれば、前ステップの価格 ± 100 円の範囲で指値注文を出して購入行動をとる。

順張りエージェントも逆張りエージェントも、注文する株数量は購入・売却共に 1~1000 株の間でランダムである。

3. Liquidity Trader

市場の流動性を高めるトレーダーである。市場の流動性を高めるために常に取り引きを行うエージェントとしてモデル化する。このエージェントは毎ステップ必ず注文を出し、前ステップの終値の ± 100 円で指値注文を出して売買を行う。売りか買いかはランダムに決定する。そして、注文する株数量は購入・売却共に 1~1000 株の間でランダムである。本実験では Liquidity Trader をランダムエージェントとしている。

3.2 シミュレーション設定

設定した人工市場の構成について以下に示す。

- 1 回のシミュレーションに投入するエージェントの数は 110 体
- 取引の期間は、250 ステップ
1 ステップは 1 日を表す
- シミュレーション途中の人数の増減はない
- 取引価格の始値は 9,000 円
- 取引価格は 10 円単位で変化する

人工市場に投入するエージェントのうち 100 体を Informed Trader と Noise Trader の比率を変えて実験を行う。比率は Informed Trader を i 体に対して、Noise Trader を $100-i$ 体投入する。1 回の実験では Informed Trader を 0 体から 100 体まで数を増加させる。そして、それぞれの比率における価格系列に対して GS を求め、その推移を算出する。なお、Noise Trader は Liquidity Trader を除いても 11 種類と数が多いため、その 11 種類 (Uninformed:9,Free:2) の中から投入するエージェントを規定の数になるまでランダムで選び投入する。

残り 10 体はランダムエージェント (Liquidity Trader) である。Informed Trader, Uninformed Trader の割合が同じシミュレーションでも注文を出すタイミング、数量、価格、エージェント選択にランダム要素が混ざり算出される GS に差が出る。

そのため、一連の流れの実験シミュレーションを 100 回繰り返して GARCH モデルを推定し、GS の平均を求めた。シミュレーションで算出された尤度と価格変動を参考に分析を行う。

3.3 実験結果と考察

実験結果を図 3 に示す。

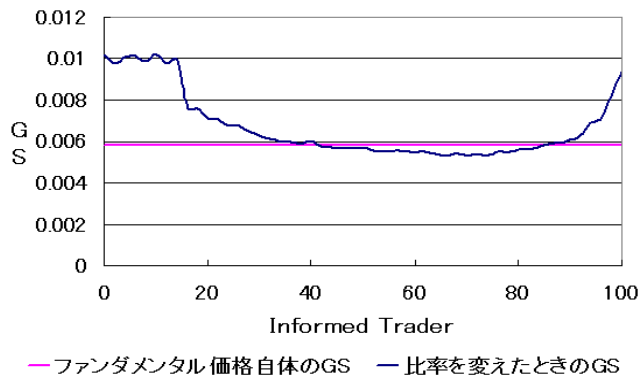


図 3: Informed Trader の数と GS の関係

縦軸が GS であり、横軸が投入した Informed Trader の数である。この結果から、Informed Trader が少ない場合には GS は高い値が示し、Informed Trader が増えるに従い GS も徐々に低くなる事が確認できる。そして、Informed Trader の数が多くなると GS が再び高い値をとることが示された。

次に、Informed Trader が 0 体、50 体、100 体における価格変動及びファンダメンタル価格を図 4 に示す。Informed Trader

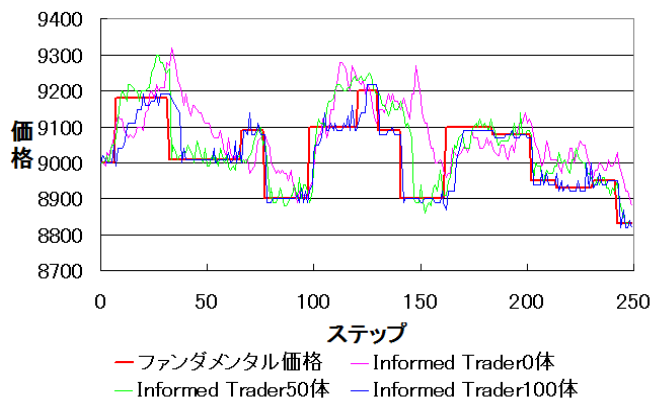


図 4: Informed Trader の数と価格変動

の数が 0 体のときは、ファンダメンタル価格から大きく乖離している。一方で、Informed Trader の数が 100 体のときは、ファンダメンタル価格に追従している。また、Informed Trader の数が 50 体のときは、ファンダメンタル価格に追従しているものの、価格の変動が 100 体のときに比べてファンダメンタル価格から乖離している部分が見られる。

以上の実験結果から考察を行う。図 3 より、Informed Trader が占める比率が低い場合と高い場合において GS が高い値を示すことから、この 2 つの場合において GARCH 効果が強く表れていると考えられる。また図 4 から、Informed Trader が少なく、GS が高い値を示したときには、価格系列の大きな変動が起こっていることが確認できる。これは「大きな変動が続

く場合には再び大きな変動を起こしやすい」という現象を捉えていると考えられる。一方で、Informed Trader が多く、GS が高い値を示したときは、価格系列はあまり大きな動きを繰り返していないことから、「小さな変動が続く場合には小さな変動が続く」という現象を捉えていると考えられる。以上のことから、市場に参加している Informed Trader の割合が多い場合もしくは少ない場合において GARCH 効果が発生しやすいのではないかと推測される。

4. 結論

本研究では、人工市場を用いて GARCH 効果の発生について検証を行った。GARCH 効果の計測方法として、価格時系列を最も尤もらしく表現する GARCH モデルを求め、そのモデルにおける価格時系列自身の尤度を GARCH 効果の程度とする手法を提案した。価格時系列自身の尤度を GARCH 効果の程度を表す値として GARCH-Score(GS) と定義した。GARCH モデルに適合しているということは、価格時系列の分散の不均一性を捉えている。すなわち、GS が高いと GARCH 効果が強く表れていると言える。

これまでに、市場参加者の情報収集・分析能力の差や市場参加者各々の行動の特性が、GARCH 効果の発生要因であることが示唆されていた。そこで実験では、得られる情報に差をつけ、Informed Trader と Noise Trader それぞれをモデル化したエージェントを人工市場に投入し、その比率を変化させて GS の測定を行った。実験結果から、Informed Trader の割合が多い場合もしくは少ない場合において GS が高い値を示した。このことより、市場に参加している Informed Trader の割合が多い場合もしくは少ない場合において、GARCH 効果が発生しやすいのではないかと示唆を得た。

この結果は、Bollerslev らの行った取引実験において「金融資産価格の情報を有する被験者と情報が欠落している被験者が混在している場合に、実験で成立する価格系列に GARCH 効果が表れている」という結果とは反対の結果を示している。どうしてこのような結果を示すのかについて詳しく調べていくことが今後の課題である。

参考文献

- [Engle 82] R.Engle, R.F.: "Autoregressive conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variances of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, No.4, pp.987-1007, vol.50, (1982)
- [Bollerslev 86] Bollerslev, Taylor: "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, No.3, pp.307-327, vol.31, (1986)
- [Mizuho 08] みずほ総合研究所: 『わが国株式市場における Informed Trader と Noise Trader』, みずほ政策インサイト, (2008)
- [和泉 07] 和泉 潔, 鳥海 不二夫, 松井 宏樹: 『人工市場 2.0 人工市場シミュレーションから人工市場サービスへ』, *The 21st Annual Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence*, (2007)
- [北川 05] 北川 源四郎: 『時系列解析入門』, 岩波書店, (2005)
- [坂和 95] 坂和 正敏, 田中 雅博: 『遺伝アルゴリズム』, 朝倉出版, (1995)