1H2-NFC3b-13

神経伝達の量子干渉理論
（故障と損傷も含めて）
Quantum Theory of Neuro-Transmission

松浦弘幸[*1], 根本哲也, 伊藤安海, 山中真, 西井匠, 押本由美, 中野正博[*2]
H. Matsuura , T.Nemoto, Y. Ito, M. Yamanaka, T. Nishii, Y. Oshimoto, M. Nakano

[*1] 国立長寿医療研究センター [*2] 産業医科大学
National Center for Geniatric & Gerontology1 Univ. of Occupational & Environmental, Health 2

We proposed new basic theory and methods for quantum neurons and neuro-qunatum –circuits based on functional path integral of quantum theory. And then we concretely calculated probability amplitudes for quantum circuit and slit which have interferences and tunnel effects. We give operator expressions of switches and their circuits, and the diagrams of those systems correspond to potentials of Hamiltonian. Finally, we found that AND-circuit is represented by second order of perturbation, and OR-circuit looks upon as two particles scattering system. We showed it is useful to design and to make tests for new quantum system and computers.

1. はじめに

量子コンピュータが大きな注目を集めている. それは, アップとダウンのフェルミオンスピンの 2 値問題として量子状態ベクトルを定義している. つまり, 任意のスピン状態は, アップとダウンのスピンの線形重ね合わせ記述されている. 量子コンピュータでは, 状態の重ね合わせが本質的な役割を果たす. 量子コンピュータでは, 重ね合わせによる干渉効果を利用して, 正解を得る確率を高め, 逆に誤答部分は, 干渉波が打ち消しあうように調節するのが, 基本的な概念である. 量子力学の基本的な発想では, 初期的な重ね合わせ状態から, ある演算を行うこと(オペレータ)により, 状態が遷移して終状態に到達する. 演算子(オペレータ)の概念と交換関係こそが, 量子力学の本質であり, また, 演算子(ハミルトニアン)が定義された時点で, 波動関数の全てが決定さる. その後の過程では, 複素拡散型微分方程式(シュレディンガー方程式)を解き波動関数を求め, そして, 興味のある確率振幅を計算することに多くの労力が費やされることになる. しかし, 現在の量子コンピュータでは, もっとも重要なハミルトニアンが明確に定義や表現されていない. これに対して, 行列形式を用いたユニタリ行列のみが記述され, この行列に状態ベクトルに作用させることで状態の遷移を計算する. 本来, 量子力学の行列表現は, 波動関数と演算子の内積を用いて互いに関連付けられるが, はハミルトニアンや物理量の演算子表現が不明であるために, 行列表現と内積の対応関係が全く取れない. これは, 量子力学としては, 非常に不都合である. そして, 最後にデコヒーレントを生じさせて終状態を得る. このような操作にも関わらず, ハミルトニアンが不明であるために, 量子コンピュータの理論には, 時間発展が系に組み込まれておらず, 単なる状態遷移の表現となっている. 量子コンピュータの論理は, 波動関数の重ね合わせ問題に終始し, 具体的な物理的実態との対応が不十分である. 現状では, NMR や光干渉実験による適用例を模索している段階にある. さらに, 量子計算のアルゴリズムに関しては, “因数分解アルゴリズム”以外の具体性的なアルゴリズムが提案されにくいなどの問題点を抱えている. 我々は, 先の論文で古典的な AND, OR, NOT 回路を, 量子力学のハミルトニアンの概念を用いて具体的に表記した. 本論文では, 量子力学の伝播関数を用いて構成された回路網では, 排中律を満たすが, 矛盾律が成立しないことを示す.

連絡先:松浦弘幸, 国立長寿医療研究センター, 長寿医療工学研究部, 愛知県大府市森岡町源吾 35, 0562-44-5651(ext.5662), hmatsu@ncgg.go.jp

2. 量子論理スイッチ

これらの古典的なスイッチ回路を量子力学的表現に書き換えるためにスイッチの ON-OFF を, 回路系に操作を行う演算子 S と仮定する. 例えば, スイッチ S では, 粒子が点 A からスイッチ S を介して点 B に至る経路と考える. すると, 粒子はスイッチ S で操作(演算)を受けるために, カーネル(確率振幅)は,

$$\phi[B,A] = \langle b | S | a \rangle \tag{11}$$

と表せる. これを, 我々は, 量子スイッチ(q-switch)を呼ぶ. すると q-AND は,

$$\phi_{AND}[C,A] = \int dx_b \langle c | S_2 | b \rangle \langle b | S_1 | a \rangle \tag{12}$$

となる. 古典的には, スイッチ演算子は, ON ならば S=1, OFF の時は, S＝0 と約束する. もしくは, スイッチ演算子 S を演算子関数として,

$$S = f(x, -i\hbar\partial/\partial x) \tag{13}$$

と定義すれば, 上記のスイッチ演算子は, ディラックの δ 関数で置き換えが可能となる.

同様な方法により, OR スイッチは, 経路積分の規則「異なる経路 φ についての振幅は相加的であるという規則」を用いると, 二つの経路が存在するから,

$$\phi_{OR}[B,A] = \langle b | S_1 | a \rangle + \langle b | S_2 | a \rangle \tag{14}$$

と表現できる. これを, 量子 NOT(q-OR)と名付ける. また, 量子 NOT スイッチ(q-NOT)は,

$$\phi_{NOT}[B,A] = \langle b | 1 - S_1 | a \rangle \tag{15}$$

で与えられる. ここで, 式(60)と式(64)の関係は, 集合とその補集合の関係にあるから, 回路の導線の断線は,

$$(\phi_{NOT} \cap \phi)[b,a] = \int \langle b|1-S|\beta\rangle\langle\beta|S|a\rangle d\beta \tag{16}$$

と表現できる. 他方, 回路の導線が繋がっている状態は,

$$(\phi_{NOT} \cup \phi)[b,a] = \langle b|1-S|a\rangle + \langle b|S|a\rangle \tag{17}$$

である. ここで, 古典的なスイッチを考える. これは, 先に述べたように ON で S=1, OFF ならば S=0 を完全に実現するスイッチである. この場合は, 式(16)は, 恒等的に空集合になり, また, 式(17)は, 全体集合となる. これは, 回路では完全断線と完全接続に相当し, 曖昧さが存在しないクリスプな例である. しかし, 実際の回路では, 完全断線と完全接続の間の状態に存在している. この場合は, 式(16)は空集合にはなりえない. 簡単な例として, S=0.4, そして状態 β が完全性を持つとすれば, 式(16)は,

$$(\phi_{NOT} \cap \phi)[b,a] = 0.24\langle b|a\rangle \tag{18}$$

となる. これは, 論理学的には矛盾している. 実際に, 式(16)より確率振幅は, 排中律

$$A \cup A^C = U \tag{19}$$

を満足するが, 式(17)と(18)より矛盾律

$$A \cap A^C = \{\phi\} \tag{20}$$

を満たさない. 確率振幅から求められる確率密度も同様な関係が成立している. つまり,

$$P(\phi_{NOT} \cap \phi) = \left|\langle b|1-S|a\rangle + \langle b|S|a\rangle\right|^2 \neq \{\phi\} \tag{21}$$

であり, 矛盾律を満足しないが, 排中律は成立する. この現象は量子スイッチに特異的な現象である.

3. 矛盾律と排中律の考察

前節で示した現象の一般化は, 有名なシュレディンガーの猫と同様の2状態のパラドクスで示される. つまり, ある要素 a が状態 ϕ に存在するか, それとは, 排反する状態 NOT-ϕ をとり得るかは観察するまでは知りえないとする. そして, 観測を通してのみ要素 a が, 排反する状態のどちらに存在するかが決定される. この場合, 任意の状態 ψ は,

$$|\varphi(a)\rangle = c_{a1}|\phi(a)\rangle + c_{a2}|\phi_{NOT}(a)\rangle \tag{22}$$

という 2 状態の重ねあわせで表現される. さらに, 2状態は互いに直交規格化されているとすれば,

$$\langle\phi(a)|\phi(a)\rangle = \langle\phi_{NOT}(a)|\phi_{NOT}(a)\rangle = 1, \quad \langle\phi(a)|\phi_{NOT}(a)\rangle = 0 \tag{23}$$

の関係が成立する. この時, 任意の状態 ψ の中に, 状態 ϕ と NOT-ϕ が存在する確率振幅を考察すれば, 式(22)と(23)より,

$$c_{a1} = \langle\phi(a)|\varphi(a)\rangle, \quad c_{a2} = \langle\phi_{NOT}(a)|\varphi(a)\rangle \tag{24}$$

が得られる. ここで, 遷移先の状態も排反な2終状態が存在すると, 式(22)と同様に

$$|\varphi(b)\rangle = c_{b1}|\phi(b)\rangle + c_{b2}|\phi_{NOT}(b)\rangle \tag{25}$$

と表現される. 要素 a が存在する初期状態から, スイッチ演算子 S(1-S)を通して要素bの終状態に遷移する(図 17)場合の確率振幅は, 式(22)から(25)を用いて

$$\begin{aligned}\langle\varphi(b)|(1-S)S|\varphi(a)\rangle &= c_{b1}^{+}c_{a1}\langle\phi(b)|(1-S)S|\phi(a)\rangle + c_{b1}^{+}c_{a2}\cdot\langle\phi(b)|(1-S)S|\phi_{NOT}(a)\rangle \\ &+ c_{b2}^{+}c_{a1}\langle\phi_{NOT}(b)|(1-S)S|\phi(a)\rangle \\ &+ c_{b2}^{+}c_{a2}\langle\phi_{NOT}(b)|(1-S)S|\phi_{NOT}(a)\rangle\end{aligned} \tag{26}$$

となる. 式(73)で S=0.4 と置き, ψ(b)→b, ψ(a)→a と略記すると, 式(26)は,

$$\begin{aligned}0.24\langle b|a\rangle &= 0.24\cdot\{c_{b1}^{+}c_{a1}\langle\phi(b)|\phi(a)\rangle \\ &+ c_{b1}^{+}c_{a2}\cdot\langle\phi(b)|\phi_{NOT}(a)\rangle \\ &+ c_{b2}^{+}c_{a1}\langle\phi_{NOT}(b)|\phi(a)\rangle \\ &+ c_{b2}^{+}c_{a2}\langle\phi_{NOT}(b)|\phi_{NOT}(a)\rangle\} \\ &= \varphi(\phi_{NOT} \cap \phi)[b,a]_{S=0.4}\end{aligned} \tag{27}$$

という結果を

$$|\varphi(a)\rangle = c_{a1}|\phi(a)\rangle + c_{a2}|\phi_{NOT}(a)\rangle \tag{28}$$

という 2 状態の重ねあわせで表現される. さらに, 2状態は互いに直交規格化されているとすれば,

$$\langle\phi(a)|\phi(a)\rangle = \langle\phi_{NOT}(a)|\phi_{NOT}(a)\rangle = 1, \quad \langle\phi(a)|\phi_{NOT}(a)\rangle = 0 \tag{29}$$

の関係が成立する. この時, 任意の状態 ψ の中に, 状態 ϕ と NOT-ϕ が存在する確率振幅を考察すれば, 式(22)と(23)より,

$$c_{a1} = \langle\phi(a)|\varphi(a)\rangle, \quad c_{a2} = \langle\phi_{NOT}(a)|\varphi(a)\rangle \tag{30}$$

が得られる. ここで, 遷移先の状態も排反な2終状態が存在すると, 式(22)と同様に

$$|\varphi(b)\rangle = c_{b1}|\phi(b)\rangle + c_{b2}|\phi_{NOT}(b)\rangle \tag{31}$$

と表現される. 要素 a が存在する初期状態から, スイッチ演算子 S(1-S)を通して要素bの終状態に遷移する(図 17)場合の確率振幅は, 式(22)から(25)を用いて

$$\begin{aligned}\langle\varphi(b)|(1-S)S|\varphi(a)\rangle &= c_{b1}^{+}c_{a1}\langle\phi(b)|(1-S)S|\phi(a)\rangle + c_{b1}^{+}c_{a2}\cdot\langle\phi(b)|(1-S)S|\phi_{NOT}(a)\rangle \\ &+ c_{b2}^{+}c_{a1}\langle\phi_{NOT}(b)|(1-S)S|\phi(a)\rangle \\ &+ c_{b2}^{+}c_{a2}\langle\phi_{NOT}(b)|(1-S)S|\phi_{NOT}(a)\rangle\end{aligned} \tag{32}$$

となる. 式(73)で S=0.4 と置き, ψ(b)→b, ψ(a)→a と略記すると, 式(26)は,

$$\begin{aligned}0.24\langle b|a\rangle &= 0.24\cdot\{c_{b1}^{+}c_{a1}\langle\phi(b)|\phi(a)\rangle \\ &+ c_{b1}^{+}c_{a2}\cdot\langle\phi(b)|\phi_{NOT}(a)\rangle \\ &+ c_{b2}^{+}c_{a1}\langle\phi_{NOT}(b)|\phi(a)\rangle \\ &+ c_{b2}^{+}c_{a2}\langle\phi_{NOT}(b)|\phi_{NOT}(a)\rangle\} \\ &= \varphi(\phi_{NOT} \cap \phi)[b,a]_{S=0.4}\end{aligned} \tag{33}$$

という結果を

$$\begin{aligned}
&\phi_{NOT}[b,a] \\
&= (1-S)S\{c_{b2}^{+}c_{a1}\langle\phi_{NOT}(b)|\phi(a)\rangle \\
&\quad + c_{b2}^{+}c_{a2}\langle\phi_{NOT}(b)|\phi_{NOT}(a)\rangle\} \\
&\quad \propto \langle\phi_{NOT}(b)|\varphi(a)\rangle
\end{aligned} \tag{25}$$

と考えられる.

参考文献

[Nicolelis 2003] M.A.Nicolelis,:Brain-machine interface to restore motor function ,Nature Reviews, London, 417-422, 2003

[Feynman 1965] R. Feynman, and A. Hibbs, Quantum Mechanics and Path Integrals, McGraw-Hill, Newark, 1965.

[Lindsay 1993] J.M. Lindsay Quantum and non-causal stochastic calculus, Probability Theory and Related Fields, Vol. **97**, No.65, 1993

[Matsuura 2008] Matsuura H., Noda N., Koide K., Nemoto and T., Nakano M: Stochastic Dynamics in Biological System and Information", Innovative Computing, Information and Control. IEEE Computer Society, Vol.4, No.2, pp233-248, 2008

[Matsuura 2010] Matsuura H., Noda N., Koide K., Nemoto, T, Ito Y., Nakano M: Quantum Circuits and Its Application for Neuro-Junction, Jr. of Bio-medical Fuzzy System Association, (accept), 2010

[Matsuura 2008] Matsuura H., Nakano M: Quantum Circiuts, Lots , Interference and Neuro-Computations, ICIC Express Letters, 7-14, 3(1), 2008