1E1-1

矩形を対象とする定性空間推論

Qualitative spatial reasoning handling rectangles

小西　貴子　　高橋　和子
Takako Konishi　Kazuko Takahashi

関西学院大学大学院　理工科学研究科
Graduate School of Science&Technology, Kwansei Gakuin University

This paper discusses Qualitative Spatial Reasoning on rectangles. The *rectangle* consists of two kinds of parts: the one is the part to be displayed (*white*) and the other is the one to be hidden (*black*). We propose qualitative representation and reasoning for relative positional relationships on superposing multiple rectangles. It derives the algorithm for superposition which can satisfy the requirement for visibility from positional relationships of *white* and *black* depending on the shape of *black*.

1. はじめに

定性空間推論とは，画像をはじめとする空間的データの扱いにおいて，従来のラスタデータ方式やベクタデータ方式ではなく，必要な情報を定性的なデータとして取り出して記号で表現し，それを基に行う推論である [1][2].

本研究では，定性空間推論の１つとして，矩形を対象とするものを提案する．これは，隠したい部分と表示したい部分を持つ複数枚の矩形に対して，隠したい部分をすべて隠し，かつ表示したい部分をすべて表示する重ね合わせ方を推論するものである．表示や配置に関する従来の研究で矩形の配置を扱ったものは多く存在するが，それらの研究は矩形を重ねず配置するものである．それに対し本研究は，重ね合わせを伴う配置を推論する新しいものである．定性空間推論の枠組みを使うことで，情報量と計算量を削減し，直観的に分かり易く，かつ論理的に正当性の保証できる推論の確立を目指す．また，この推論を既存のウインドウの配置システム [3] に応用することによって，このシステムの改良が期待される．

本稿は以下のように構成される．

2. 章では，対象とする図形である *rectangle* の定義と制約条件について述べる．

3. 章では，3 枚の *rectangle* の重ね合わせについて説明する．

4. 章では，n 枚の *rectangle* の重ね合わせについて説明する．

5. 章では，結論と今後の課題について述べる．

2. 対象とするもの

本研究で使う「矩形」とは長方形のことであり，４つの角がすべて直角の四角形を指す．

対象とするものを *rectangle* と呼ぶ．

rectangle は以下の条件を満たすものとして定義される．

rectangle の定義

rectangle は矩形である．

連絡先: 〒 669-1337 三田市学園 2 丁目 1 番地 関西学院大学大学院理工学研究科情報科学科 高橋和子研究室
小西　貴子
(Phone/FAX) 079-565-8391
(E-mail)t.konishi@kwansei.ac.jp

rectangle の内部は，表示させる属性 *white* を持つ *region*(以下，*white*) と，隠す属性 *black* を持つ *region*(以下，*black*) に分割されており，また *rectangle* の外部は，表示しても隠してもよい属性 *gray* をもつ *region*(以下，*gray*) である．

rectangle の大きさ，*rectangle* 内の縦横の辺の比率は可変である．

rectangle の制約条件

white は矩形である．

black は，1 つの *rectangle* 内に離れて存在しない．

black は，矩形であるか，または矩形以外で以下の条件を満たす形である．

black の条件

black は以下の条件を満たす部分領域，R_1，R_2 から成る．

R_1，R_2 は共に矩形である。

$R_1 \cup R_2 = black$

$R_1 \cap R_2 \neq \emptyset$

$\overline{R_1} \cap R_2 \neq \emptyset$

$R_1 \cap \overline{R_2} \neq \emptyset$

$R_1 \cap R_2$,$\overline{R_1} \cap R_2$, $R_1 \cap \overline{R_2}$ は全て矩形である．

上記の条件を満たす *black* の形は，L 型，T 型，＋ 型に分類でき，またこれら以外の場合はない．

図 1 に，*rectangle* の制約条件を満たす *rectangle* と満たさない *rectangle* の例を示す．

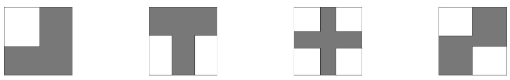

図 1: 左から順に，L型，T型，＋型，条件を満たさないもの

rectangle X に含まれる *white* を，それぞれ α と名付る．

rectangle$X$ に含まれる *black* が矩形の場合，βx と名付ける．

rectangle X に含まれる *black* が矩形でない場合，$R_1 \cup R_2$ を βx，$\overline{R_1} \cap R_2$，$R_1 \cap \overline{R_2}$ をそれぞれ β と名付ける．

$gray$ を γ と名付ける.
$white, black, gray$ をそれぞれ名付けたものを, $subregion$ と呼ぶ.
βx を中心としてそれ以外の $subregion$ との位置関係によって各 $rectangle$ を表し，また重ね合わせも βx を中心に行う.

複数枚の $rectangle$ の重ね合わせを考えるとき，$black$ が全て $white$ で隠され，かつ $white$ がすべて表示されている状態が存在するとき，**解がある**ということにする.
また重ね合わせを行うとき, 複数枚の $rectangle$ のうち，1 枚は全体が $white$ である $rectangle$ でないと，解が存在しないことが明らかなので，必ず 1 枚がそのような $rectangle$ であることにする．また今回は，全体が $white$ である $rectangle$ が 2 枚以上ある場合については，考えないものとする.
重ね合わせの問題を考えるためには，重ね合わせたときに $rectangle\ X$ の βx がそれと接している $rectangle\ X$ の $subregion$ とどのような位置関係になっているかを考えればよい.
βx を中心に $rectangle$ 内の位置関係を定性的に表す U, D, R, L という述語を導入する.
$rectangle$ 内の任意の $black$ の $subregionX_i$ は，これらの述語を使って βx との位置関係を表すことができる.
例えば，$U(\beta x, X_i)$ は，「βx の上に X_iがある (x : $rectanglename$)」ということを表す．同様に，下右左についても $D(\beta x, X_i)$, $R(\beta x, X_i)$, $L(\beta x, X_i)$ で表すことができる.
この述語を用いるとき，$U(\beta x, X_i)$ と表せる X_i は唯一である．D, R, L についても同様である.
また，これらの述語を用いたとき，U と R または U と L, D と R，D と L の関係をそれぞれ**直交**ということにする.
これらの述語を使い，βx を中心に $rectangle\ X$ の $black$ がどのような形になっているかを表したものを，$rectangle\ X$ **の構成**と呼ぶ.
例として, 図 2 の $rectangle\ X$ の構成は,
$U(\beta x, \beta), D(\beta x, \gamma), R(\beta x, \gamma), L(\beta x, \beta)$
となる.

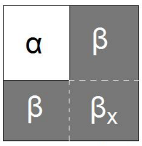

図 2: 構成の例

3. 3 枚の $rectangle$ の重ね合わせ

全体が $white$ の $rectangle$ を除いた，残り 2 枚の $rectangle$ を考える.
$rectangle$ に含まれる $black$ の形が，2 枚とも矩形の場合は解がある，2 枚とも矩形でない場合は解がないことが明らかなので，1 枚の $rectangle$ に含まれる $black$ が矩形，もう 1 枚の $rectangle$ が矩形でない場合に，解の有無の判定を行う.
2 枚の $rectangle$ を重ね合わせる関数 on を定義する．さらに，矩形でない $black$ の形から，その $black$ を含む $rectangle$ との重ね合わせにおいて解がある $rectangle$ を推論する方法を提案する.

$rectangle\ X$ の前面に $rectangle\ Y$ を重ね合わせるときを考える.
$rectangle\ X$，$rectangle\ Y$ の構成をそれぞれ

$rectangleX : U(\beta x, X_u), D(\beta x, X_d), R(\beta x, X_r), L(\beta x, X_l)$
$rectangle\ Y\ : U(\beta y, Y_u), D(\beta y, Y_d), R(\beta y, Y_r), L(\beta y, Y_l)$

と表せるとき，以下で導入する関数 on に基づいて上記の関数 $on(\beta x, \beta y)$ を行うと，各 $rectangle$ の構成を表す際に中心となる βx，βy 同士を重ね合わせ，その領域を新たに中心となる βz とし，重ね合わせたあとに前面にくる $subregion$ を，βz を中心とする位置関係として表す.
$\boxed{on(\beta x, \beta y)}$
重ね合わせる 2 枚の $rectangle$ に含まれる $black$ が共に矩形である場合.
U の書き換えは,

if $U(\beta y, \gamma)$ **then**
  $add\, U(\beta z, X_u)$
else
  $add\, U(\beta z, Y_u)$
end if

となる．D, R, L も同様である.

それ以外の場合.
U の書き換えは,
if $U(\beta x, \alpha) \land \neg U(\beta y, \gamma)$ **then**
  $false$ 失敗を出力し終了
else if $U(\beta x, X_u) \land U(\beta y, \gamma)$ **then**
  $add\, U(\beta z, X_u)$
else
  $add\, U(\beta z, Y_u)$
end if

となる．D, R, L も同様である.

新たに構成された，βz を中心とする位置関係の情報から，$rectangle$ を重ね合わせた後の前面にある $black$ が矩形であるかないかの判定を以下のように行う.

$$(U(\beta z, \beta) \lor D(\beta z, \beta)) \land \neg R(\beta z, \beta) \land \neg L(\beta z, \beta) \oplus$$
$$(R(\beta z, \beta) \lor L(\beta z, \beta)) \land \neg U(\beta z, \beta) \land \neg D(\beta z, \beta) \oplus$$
$$\neg(U(\beta z, \beta) \lor D(\beta z, \beta) \lor R(\beta z, \beta) \lor L(\beta z, \beta)) \qquad (1)$$

上の式で，$A \oplus B$ は，A, B いずれかの式のみが成り立つという意味である.

βz を中心とする位置関係が式 (1) を満たすとき，βz を中心とする $black$ は矩形であるといえる.
$black$ の形の場合分けによって行うので，この式 (1) を用いることにより，$rectangle$ を重ね合わせたあとの前面にある $black$ の形が矩形であるかどうかを判定することができる．この考え方は，枚数が増えた場合にも適用できる.

次に，矩形でない *black* を持つ *rectangle X* に対して，解があるような *rectangle Y* の条件を推論する方法を考える．

重ね合わせによって前面にくる *subregion* の集合が矩形でない場合，*rectangle* でないので *on* が使えないが，これを行うことにより，black の形のみからその *black* に対し解がある *rectangle* を直接推論できる．

rectangle X と *rectangle Y* を重ね合わせたとき，前面にくる *black* が矩形になっていれば解が存在する．よって，2 つある β のどちらかが *rectangle Y* の *white* によって隠され，かつ βy が βx の上に重なればよい．

これをふまえて考えると，*rectangle X* に対して解がある *rectangle Y* は βx から見て 2 つある β のいずれかの方向に *white* をもつようなものである．

これを式を用いて表すと，次のようになる．

βx から見て，上または下の方向にある β を隠す *rectangleY* は

$$U(\beta x,\beta) \wedge \neg D(\beta x,\beta) \text{ のとき}$$
$$U(\beta y,\alpha), D(\beta y,\gamma), R(\beta y,\gamma), L(\beta y,\gamma) \tag{2}$$
$$D(\beta x,\beta) \wedge \neg U(\beta x,\beta) \text{ のとき}$$
$$D(\beta y,\alpha), U(\beta y,\gamma), R(\beta y,\gamma), L(\beta y,\gamma) \tag{3}$$
$$U(\beta x,\beta) \wedge D(\beta x,\beta) \text{ のとき}$$
$$U(\beta y,\alpha), D(\beta y,\alpha), R(\beta y,\gamma), L(\beta y,\gamma) \tag{4}$$

のいずれかの条件を満たす．

この式 (2)(3)(4) は上下方向のみの β で制約条件をつけているので，左右方向の制約条件はない．

また，βx から見て，右または左の方向にある β を隠す *rectangle Y* は

$$R(\beta x,\beta) \wedge \neg L(\beta x,\beta) \text{ のとき}$$
$$U(\beta y,\gamma), D(\beta y,\gamma), R(\beta y,\alpha), L(\beta y,\gamma) \tag{5}$$
$$L(\beta x,\beta) \wedge \neg R(\beta x,\beta) \text{ のとき}$$
$$U(\beta y,\gamma), D(\beta y,\gamma), R(\beta y,\gamma), L(\beta y,\alpha) \tag{6}$$
$$R(\beta x,\beta) \wedge L(\beta x,\beta) \text{ のとき}$$
$$U(\beta y,\gamma), D(\beta y,\gamma), R(\beta y,\alpha), L(\beta y,\alpha) \tag{7}$$

のいずれかの条件を満たす．

式 (2)(3)(4) 同様に，式 (5)(6)(7) も左右方向のみの β で制約条件をつけているので，上下方向の制約条件はない．

このように，*rectangle X* に対して，解がある *rectangle Y* は (2)(3)(4) のうちいずれか 1 つ，(5)(6)(7) のうちいずれか 1 つ，合計 2 つ存在する．この 2 つの *rectangle* を *rectangle X* に対する**基本形の** *rectangle*(以後，*rectangle X* の**基本形**) と呼ぶことにする．

例として図 3 の *rectangle X* を考える．*rectangle X* は式 (2) と式 (7) を満たすので，*rectangle* Y_1，*rectangle* Y_2 が *rectangle X* の基本形となる．

さらに，基本形の他に解となる *rectangle Z* を考える．α を新たに付け加えることによって基本形を拡張し，新たに構成される *rectangle Z* を考えるとき，βx が *gray* と接している方向には，*rectangle Y* を拡張することができるが，基本形内の βy から見た *white* の方向と直交する方向 (e.g. U に対して R) に拡張してしまうと，*white* が矩形でなくなり，条件に反する．以上より，基本形内の *white* の方向と逆方向に *gray* がある場合のみ，その方向に拡張することができる (図 4)．

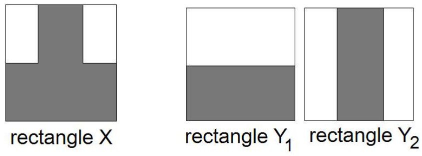

図 3: 基本形の例

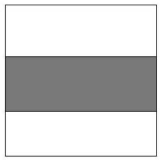

図 4: 図 3 の *rectangle* Y_1 の拡張形

これを式で表すと，以下のようになる．

$$(U(\beta x,\alpha) \wedge D(\beta x,\gamma)) \vee (D(\beta x,\alpha) \wedge U(\beta x,\gamma)) \text{ のとき}$$
$$U(\beta z,\alpha), D(\beta z,\alpha), R(\beta z,\gamma), L(\beta z,\gamma) \tag{8}$$

$$(R(\beta x,\alpha) \wedge L(\beta x,\gamma)) \vee (L(\beta x,\alpha) \wedge R(\beta x,\gamma)) \text{ のとき}$$
$$U(\beta z,\gamma), D(\beta z,\gamma), R(\beta z,\alpha), L(\beta z,\alpha) \tag{9}$$

以上より，拡張形としては，(8)(9) を満たすものの最大 2 つ存在する．

例として，図 5 の *rectangle X* を考える．*rectangle X* は式 (8) を満たすので，*rectangle Y* は *rectangle X* の拡張形である．また，式 (9) も満たすので，これも *rectangle X* の拡張形となる．

また，このように基本形から拡張された *rectangle* は，*rectangle X* に重ね合わせた場合，矩形にはならないので *rectangle* の条件を満たさない (図 5)．

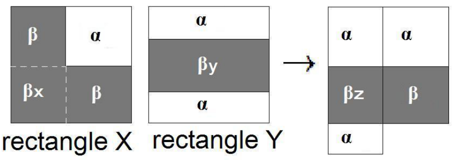

図 5: 拡張形の例

4. n 枚の *rectangle* の重ね合わせ

n 枚の場合，$n-1$ 枚の重ね合わせから帰納的に推論できる．

n 枚の重ね合わせを行う際，k 枚 $(k < n)$ 重ね合わせた時点で，$black$ が矩形であるにも関わらず β を１つ以上持つ $rectangle$ が生成される場合がある．

例えば，図 6 では，重ね合わせの結果得られる $rectangle$ で，β と βy は１つの βz とすべきである．それによって，３枚の $rectangle$ の重ね合わせの推論を繰り返すことができる．

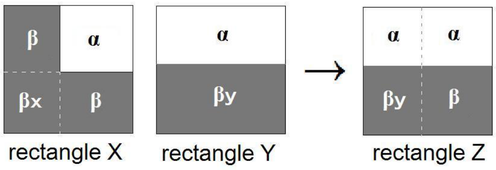

図 6: 重ね合わせによって矩形の $black$ が複数の β を持つ例

プロトタイプとして，４枚の $rectangle$ について，条件を満たすような重ね合わせが存在するか否かを判定するシステムを prolog で実装した．

5. おわりに

本研究では，定性空間推論の例の１つとして，矩形を対象とする定性空間推論を提案した．しかし，n 枚の $rectanlge$ の重ね合わせについては，すべての $rectangle$ の重ね合わせを網羅する形になっており，計算量が膨大になると考えられる．そのため，現実的ではないので，今後アルゴリズムを改良する必要があると考えている．

今後の課題としては，n 枚の $rectangle$ の重ね合わせの改良と，現実問題への応用が挙げられる．

参考文献

[1] Oliviero Stock(eds.),“ Spatial and temporal reasoning ” Kluwer academic publishers, 1997.

[2] David A. Randell, Zhan Cui and Anthony G. Cohn,“ A spatial logic based on regions and connection, ”pp.165-176. Proc.of KR92, 1992.

[3] 雲川翔，高橋和子，“ 矩形領域に基づく定性空間推論の提案と実装，”情報処理学会第 72 回プログラミング研究会発表資料， 2009.