2D4-1

探索の多様性と局所解からの脱出を考慮したPSO

PSO Considering Diversity of Search and Escaping from Local Minimum

松井 文弥　　能登 正人
Takeya Matsui　　Masato Noto

神奈川大学大学院工学研究科電気電子情報工学専攻
Graduate School of Electrical, Electronics and Information Engineering, Kanagawa University

Particle Swarm Optimization (PSO) is an optimization method that emulates the behavior of a flock of birds or a school of fish. Two typical PSO information exchange formats are the Gbest model and the Lbest model. The Gbest can converge quickly on a solution and may become trapped at a local solution. On the other hand, the Lbest model converges slowly on the solution but its global search capability is better. In this paper, we propose a method of remedying the drawback of PSO in that it tends to become trapped at a local solution, by maintaining the diversity of the search by a global search using the Lbest model in the early stages of the search, then switching to a local search by the Gbest model in the final stages. As a result of simulation experiments, we confirmed that accuracy of discovery of the optimal solution was increased.

1. はじめに

近年，最適化問題の解法の一つであるメタヒューリスティクスに関する研究が盛んに行われている [相吉 07]．メタヒューリスティクスとは，最適性の保障はないが十分精度の高い解を探索可能な手法である [相吉 06]．メタヒューリスティクスの代表的な手法として，Genetic Algorithm（GA），Tabu Search（TS），Simulated Annealing（SA），Ant Colony Optimization（ACO）などがあるが，特に「群れ」の挙動からヒントを得た Particle Swarm Optimization（PSO）がアルゴリズムの簡単さと汎用性の高さから注目を集めている．

PSO は GA に代わるものとして 1995 年に J. Kennedy と R. Eberhart によって開発された，非線形最適化問題を解くための有力な手法の一つである [Kennedy 95]．PSO の基本原理は，鳥や魚などの群が餌を探す際の行動を研究することによって導かれた「情報を群全体で共有する」という仮説に基づいている．PSO では，複数の探索点（Particle）がそれぞれ位置と速度の情報を持っており，これらの情報を群の中で交換し，最良解の情報を共有しながら探索を行う．PSO のアルゴリズムは基本的な算術演算の繰り返しから構成された，非常にシンプルなものである．そのため，非線形関数最適化問題に適用した場合，他のメタヒューリスティクスと比べて高速に解くことができると報告されている [Kennedy 01]．PSO はその汎用性の高さから電力システム，制御系設計システム，ニューラルネットワークなど様々な問題に対して適用され，その有効性が確認されている [青木 06]．

PSO の代表的な情報交換形態として Gbest モデルと Lbest モデルがある．Gbest モデルは，群全体で発見した最良解を ***gbest*** として群全体で共有する PSO の最も基本的なモデルである．Gbest モデルでは，***gbest*** が更新されると各 Particle は急速に ***gbest*** 付近に集まり更なる解の探索を行うため，解の収束は早いが目的関数によっては局所解に捕まりやすくなる．一方，Lbest モデルは，群をいくつかのグループに分割し，それぞれのグループで発見した最良解を ***lbest*** としてグループ内で共有するモデルである．Lbest モデルでは，解の収束は遅いが，グループごとに互いに異なる範囲で探索が行えるため，大域的探索能力が高いとされている．

PSO の改良に関する研究としては以下のようなものがある．文献 [Miranda 02] では，PSO に GA の突然変異の概念を取り入れることで大域的な探索を実現した Evolutionary PSO（EPSO）が提案されている．文献 [Janson 05] では，Particle をツリー状の階層に配置することで ***gbest*** への解の収束を遅らせる Hierarchical PSO（HPSO）が提案されている．また，PSO の安定性解析に関する研究も多数行われている．文献 [Clerc 02] では，PSO の安定性解析に基づき，PSO のパラメータを決定する Constriction Factor Method（CFM）が提案されている．これらの手法はいずれも群の共有情報が ***gbest*** のみであり，突然変異の概念，Particle の階層配置，パラメータの調整を従来の PSO に加えることによって局所解に捕まりやすいという PSO の欠点を改善している．

本稿では，局所解に捕まりやすいという PSO の欠点を改善するため，Gbest モデルと Lbest モデルを組み合わせ，群の共有情報として ***gbest*** と ***lbest*** の 2 つを用いるハイブリッドな PSO アルゴリズムを提案する．具体的には，探索の初期は大域的探索能力が高い Lbest モデルを用いることによって探索の多様性を維持し，探索の終盤に Gbest モデルによる探索に切り替えることで探索の集中化を行う．また，大域的最適解付近を探索しているにもかかわらず，共有情報が更新されて局所解に捕まってしまうことを防ぐため，ある一定反復回数は群の共有情報の更新を行わず，その付近を念入りに探索する方式を導入する．評価に際しては，ベンチマーク問題を用いて数値シミュレーション実験を行い，提案手法の有効性について議論する．

2. Particle Swarm Optimization (PSO)

2.1 Gbest モデル

PSO の最も基本的なモデルは Gbest モデルである．n 次元の最適化問題において，群を形成する各 Particle はそれぞれ状態空間における現在の位置 $\boldsymbol{x}_i$ と速度 $\boldsymbol{v}_i$ を持っている．ここで，i は Particle 番号（$i = 1, 2, \ldots, m$）である．また，各

連絡先: 松井 文弥，神奈川大学大学院工学研究科電気電子情報工学専攻，〒 221–8686 神奈川県横浜市神奈川区六角橋 3–27–1，Tel: 045–481–5661(内線 3807)，E–mail: takeya@nt.ee.kanagawa-u.ac.jp

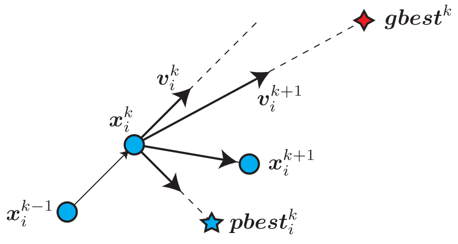

図 1: Gbest モデルにおける Particle の移動

Particle はこれまでの探索での自身の最良の位置情報 $\boldsymbol{pbest}_i$ とその評価値 $f(\boldsymbol{pbest}_i)$ を記憶している．更に，群全体で共有する最良の位置情報 $\boldsymbol{gbest}$ とその評価値 $f(\boldsymbol{gbest})$ を記憶している．Gbest モデルでは，各 Particle が $\boldsymbol{pbest}_i$ および $\boldsymbol{gbest}$ を用いて速度を修正し，位置を更新していくことで，最適化したい目的関数の最適解を目指して状態空間の探索を行う．

各 Particle は現在の位置 $\boldsymbol{x}_i^k$（k は反復回数）から，現在の速度（$\boldsymbol{v}_i^k$），自身が記憶している最良解へ向かうベクトル（$\boldsymbol{pbest}_i^k - \boldsymbol{x}_i^k$），群全体で共有している最良解へ向かうベクトル（$\boldsymbol{gbest}^k - \boldsymbol{x}_i^k$）の重み付き線形結合として速度を更新（$\boldsymbol{v}_i^{k+1}$）し，次の位置 $\boldsymbol{x}_i^{k+1}$ に移動する（図 1）．各 Particle の速度と位置の更新式は以下の通りである．

$$\boldsymbol{v}_i^{k+1} = w\boldsymbol{v}_i^k + c_1\mathrm{rand}_1(\boldsymbol{pbest}_i^k - \boldsymbol{x}_i^k) + c_2\mathrm{rand}_2(\boldsymbol{gbest}^k - \boldsymbol{x}_i^k) \quad (1)$$

$$\boldsymbol{x}_i^{k+1} = \boldsymbol{x}_i^k + \boldsymbol{v}_i^{k+1} \quad (2)$$

ここで，w，c_1，c_2 はそれぞれの項に対する重みパラメータ，rand_1，rand_2 は 0〜1 の一様乱数である．

一般的な PSO（Gbest モデル）のアルゴリズムを以下に示す．

Step 0. Particle の数 m，重みパラメータ w，c_1，c_2，および最大反復回数 $T_{\max}$ を与え，$k = 0$ とおく．

Step 1. 各 Particle の初期位置 $\boldsymbol{x}_i^0$ と初期速度 $\boldsymbol{v}_i^0$ を与える．初期位置 $\boldsymbol{x}_i^0$ は実行可能領域内にランダムに与え，初期速度 $\boldsymbol{v}_i^0$ はランダムに与える．また，$\boldsymbol{pbest}_i^0 = \boldsymbol{x}_i^0$ とおく．更に，$\boldsymbol{gbest}^0 = \boldsymbol{pbest}_{i_g}^0$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i^0)$ である．

Step 2. 式 (1) で速度 $\boldsymbol{v}_i^k$ を，式 (2) で位置 $\boldsymbol{x}_i^k$ をそれぞれ更新する．

Step 3. 各 Particle の現在の評価値 $f(\boldsymbol{x}_i^{k+1})$ と過去の最良値 $f(\boldsymbol{pbest}_i^k)$ を比較し，$f(\boldsymbol{x}_i^{k+1}) < f(\boldsymbol{pbest}_i^k)$ ならば $\boldsymbol{pbest}_i^{k+1} = \boldsymbol{x}_i^{k+1}$，そうでないならば $\boldsymbol{pbest}_i^{k+1} = \boldsymbol{pbest}_i^k$ とする．また，$\boldsymbol{gbest}^{k+1} = \boldsymbol{pbest}_{i_g}^{k+1}$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i^{k+1})$ である．

Step 4. 反復回数 k が設定回数 $T_{\max}$ に到達したならば，最適解を $\boldsymbol{gbest}^{k+1}$，最適値を $f(\boldsymbol{gbest}^{k+1})$ として終了．さもなければ，$k = k + 1$ として **Step 2.** へ行く．

2.2 Lbest モデル

Lbest モデルは，式 (1) での $\boldsymbol{gbest}$ の代わりに，自身と近傍の Particle から構成されるグループの中での最良の位置情報を $\boldsymbol{lbest}$ として，群全体ではなくそのグループ内のみで情報を共有するモデルである．Lbest モデルでは，$\boldsymbol{pbest}_i$ および $\boldsymbol{lbest}$ を用いて以下の式 (3) で速度を更新する．なお，位置の更新式は Gbest モデルと同じ式 (2) を用いる．

$$\boldsymbol{v}_i^{k+1} = w\boldsymbol{v}_i^k + c_1\mathrm{rand}_1(\boldsymbol{pbest}_i^k - \boldsymbol{x}_i^k) + c_2\mathrm{rand}_2(\boldsymbol{lbest}^k - \boldsymbol{x}_i^k) \quad (3)$$

Lbest モデルでは，Particle は群全体ではなく，グループを構成する少数の Particle 間のみで情報を共有することになる．また，各グループは互いに異なった領域を探索することになるが，各 Particle は重なり部分を持ってグループ化されるため，群全体での情報の共有が全くないわけではなく，最終的には $\boldsymbol{lbest}$ の中での最良値（$\boldsymbol{gbest}$）に収束していく．そのため，Lbest モデルは Gbest モデルと比べて解の収束は遅くなるが，最適解を見つける可能性が高いとされている．

2.3 群の活性度

メタヒューリスティクスにおいて探索性能の向上には探索過程における多様化・集中化がどの程度実現されているかを把握することが重要である．PSO における探索の状況を定量的に把握するための指標として群の活性度が提案されている [Iwasaki 08]．群の活性度は，各 Particle が持つ速度の二乗平均として式 (4) により定義される．

$$Act^k = \sqrt{\frac{1}{mn}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(v_{ij}^k)^2} \quad (4)$$

ここで，k は反復回数，m は Particle の数，n は問題の次元，v_{ij}^k は k 回目の反復における i 番目の Particle の速度の j 次元要素（$j = 1, 2, \ldots, n$）である．群の活性度を用いると群全体の活動の状況を知ることができ，探索の発散（活性度が大きいとき）や収束（活性度が小さいとき）を判断することが可能となる．

3. 提案手法

本研究では，局所解に捕まりやすいという PSO の欠点を改善するため，Gbest モデルと Lbest モデルを組み合わせたハイブリッドな PSO アルゴリズムを提案する．探索の初期段階では，群をいくつかのグループに分割して探索を行う Lbest モデルを適用することによって大域的な探索を行い，探索の多様性を維持する．一方，PSO は「良い解同士は何らかの似通った構造を持っている」という Proximate Optimality Principle（POP）に基づいた最適化手法であり，最適解は局所解付近に存在する可能性が高いと考えられる．しかし，Lbest モデルでは局所的探索能力が低いため，最適解の発見精度が低いと考えられる．そこで，群の活性度を用いて探索の多様性を観測し，活性度が閾値 Act_{th} よりも小さくなった時点で Gbest モデルによる探索に切り替えることで探索の集中化を行い，最適解の発見精度向上を図る．更に，共有情報の最低反復回数 T_{stop} を導入し，群の共有情報が更新されてから T_{stop} までの間は共有情報の更なる更新を行わず，最適解候補付近を念入りに探索することで，大域的最適解付近を探索しているにもかかわらず，共有情報が更新されて局所的最適解（局所解）に捕まってしまうことを防ぐ．

提案手法のアルゴリズムを以下に示す．

Step 0. Particle の数 m，重みパラメータ w，c_1，c_2，探索モデル切り替えのための活性度の閾値 Act_{th}，共有情報の最低反復回数 T_{stop}，および最大反復回数 $T_{\max}$ を与え，$k = 0$ とおく．

表 1: シミュレーション結果

	Gbest モデル	Lbest モデル	提案手法 1	提案手法 2	提案手法 3
平均値	−2034.1556	−2057.0478	−2060.9692	−2057.0410	**−2070.7088**
最良値	−2180.3293	−2236.8762	−2208.6028	−2236.8762	**−2264.8697**
最悪値	−1841.0481	−1841.0481	−1619.5542	**−1925.8684**	−1862.8479

Step 1. 群の初期化を行う．

1. 各 Particle の初期位置 $\boldsymbol{x}_i^0$ と初期速度 $\boldsymbol{v}_i^0$ を与える．初期位置 $\boldsymbol{x}_i^0$ は実行可能領域内にランダムに与え，初期速度 $\boldsymbol{v}_i^0$ はランダムに与える．また，$\boldsymbol{pbest}_i^0 = \boldsymbol{x}_i^0$ とおく．
2. 自身と近傍の Particle から構成されるグループ内において $\boldsymbol{lbest}^0 = \boldsymbol{pbest}_{i_g}^0$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i^0)$ である．
3. $\boldsymbol{gbest}^0 = \boldsymbol{pbest}_{i_g}^0$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i^0)$ である．
4. 共有情報の最低反復回数 $T_{\rm stop}$ を設定する．

Step 2. 速度 $\boldsymbol{v}_i^k$ を更新する．式 (4) で群の活性度 Act^k を算出し，$Act^k \geq Act_{\rm th}$ ならば Lbest モデルの速度更新式（式 (3)）で更新し，$Act^k < Act_{\rm th}$ ならば Gbest モデルの速度更新式（式 (1)）で更新する．

Step 3. 式 (2) で位置 $\boldsymbol{x}_i^k$ を更新する．

Step 4. 各 Particle の現在の評価値 $f(\boldsymbol{x}_i^{k+1})$ と過去の最良値 $f(\boldsymbol{pbest}_i^k)$ を比較し，$f(\boldsymbol{x}_i^{k+1}) < f(\boldsymbol{pbest}_i^k)$ ならば $\boldsymbol{pbest}_i^{k+1} = \boldsymbol{x}_i^{k+1}$，そうでないならば $\boldsymbol{pbest}_i^{k+1} = \boldsymbol{pbest}_i^k$ とする．

Step 5. $T_{\rm stop}$ が 0 ならば共有情報の更新を行う．

1. 自身と近傍の Particle から構成されるグループ内において $\boldsymbol{lbest}^{k+1} = \boldsymbol{pbest}_{i_g}^{k+1}$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i^{k+1})$ である．
2. $\boldsymbol{gbest}^{k+1} = \boldsymbol{pbest}_{i_g}^{k+1}$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i^{k+1})$ である．
3. 共有情報の最低反復回数 $T_{\rm stop}$ を再設定する．

$T_{\rm stop} > 0$ ならば共有情報の更新を行わず，$T_{\rm stop}$ を 1 減らす．

Step 6. 反復回数 k が設定回数 $T_{\max}$ に到達したならば，最適解を $\boldsymbol{gbest}^{k+1}$，最適値を $f(\boldsymbol{gbest}^{k+1})$ として終了．さもなければ，$k = k+1$ として **Step 2.** へ行く．

4. シミュレーション実験

提案手法の有効性を検証するために，ベンチマーク問題の一つである 2^nminima 関数を用いてシミュレーション実験を行った．2^nminima 関数は n 個の決定変数に対して 2^n 個の最適解を有し，決定変数間に依存を持たない多峰性関数であり，以下の通り表される（$\boldsymbol{x}^*$ は大域的最適解である）[Yasuda 04].

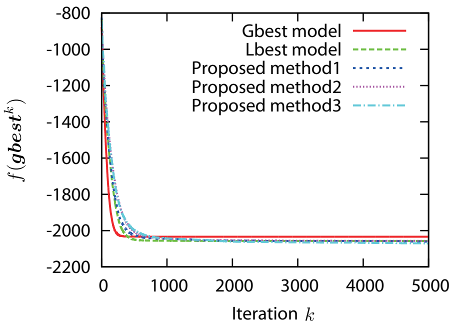

図 2: 最良値の推移

$$
\begin{aligned}
&\min_{\boldsymbol{x}} \quad f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n}(x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i) \\
&\text{subj. to} \quad -5.0 \leq x_i \leq 5.0 \\
&\boldsymbol{x}^* = (-2.90, \ldots, -2.90),\ f(\boldsymbol{x}^*) = -78n
\end{aligned}
\tag{5}
$$

シミュレーション実験では，Gbest モデル，Lbest モデル，提案手法の各手法について $n = 30$ の場合の 2^nminima 関数に適用して比較を行った．シミュレーション実験における PSO の各種のパラメータ値は，Particle の数は $m = 20$，重みパラメータは文献 [Clerc 02] の CFM に基づいて $w = 0.729$，$c_1 = c_2 = 1.4955$ とした．また，提案手法については Gbest モデルと Lbest モデルの切り替えのみを行った手法（提案手法 1 : $Act_{\rm th} = Act^0/3$，$T_{\rm stop} = 0$），Lbest モデルに $T_{\rm stop}$ を導入した手法（提案手法 2 : $Act_{\rm th} = 0$，$T_{\rm stop} = 30$），その 2 つを用いた提案手法（提案手法 3 : $Act_{\rm th} = Act^0/3$，$T_{\rm stop} = 30$）の 3 つの手法で比較を行った．なお，$Act_{\rm th}$，$T_{\rm stop}$ の値については予備実験の結果から決定した．

5. 結果と考察

5000 回探索（$T_{\max} = 5000$）を 100 回試行した場合のシミュレーション結果を表 1 に示す．なお，表中の太字は，5 つの手法の中で最も良い値を示している．また，最良値の推移と活性度の推移を，それぞれ図 2，図 3 に示す．

表 1 より，$Act_{\rm th}$ と $T_{\rm stop}$ の 2 つの改良点を用いた提案手法 3 は Gbest モデル，Lbest モデルと比較して高い探索能力を有していることが分かる．一方，Gbest モデルと Lbest モデルの切り替えのみを行った提案手法 1，Lbest モデルに $T_{\rm stop}$ を導入した提案手法 2 に関しては，Gbest モデルと比較すると良い結果が得られているが，Lbest モデルと比較すると同等の結果となっている．また，図 3 を見ると，提案手法 1〜3 は Gbest モデル，Lbest モデルと比較して群の活性度を最後まで維持していることが確認できる．更に，提案手法の中でも提案手法 3 が最も高い活性度を維持している．これは，提案手法が活性度がある程度小さくなるまでは Lbest モデルを用いて

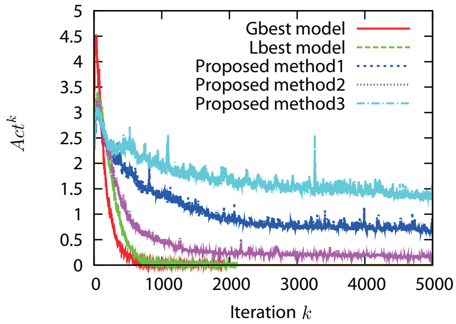

図 3: 活性度の推移

グループごとに異なる範囲を探索することで，探索の多様性が長く維持されているためと考えられる．以上より，Act_{th} と T_{stop} の 2 つの改良点を組み合わせることによる有効性が確認できる．

一方，図 2 より，提案手法 1～3 は Gbest モデル，Lbest モデルと比較して解の収束が遅くなってしまっている．特に，提案手法 2 と提案手法 3 は T_{stop} を導入しているために解の収束が遅くなったと考えられる．なお，今回のシミュレーション実験では T_{stop} は探索全体を通して一定値としたが，Gbest モデルに切り替えた後の局所的探索においては T_{stop} の影響によって $\boldsymbol{gbest}$ が更新できず，大域的最適解の発見精度が抑えられている可能性がある．そこで，T_{stop} を一定値とするのではなく，イテレーションの増加に伴って減少させることで，大域的最適解発見精度と解の収束性の更なる向上が期待できると考えられる．

以上より提案手法についてまとめると，探索の初期段階では Lbest モデルを用いて各 Particle が一部に集中して探索を行うことなく分散して大域的な探索を行い，探索の終盤では Gbest モデルを用いて局所的探索を行うことで解の収束性を高めており，探索の多様化と集中化の融合を実現することで，大域的最適解の発見精度の向上を実現していると考えられる．

6. おわりに

本稿では，局所解に捕まりやすいという PSO の欠点を改善するため，Gbest モデルと Lbest モデルを組み合わせ，探索の初期は大域的探索能力が高い Lbest モデルを用いることによって探索の多様性を維持し，探索の終盤で Gbest モデルに切り替えることで探索の集中化を行うハイブリッドな手法を提案した．ベンチマーク問題を用いたシミュレーション実験の結果より，提案手法は Gbest モデル，Lbest モデルと比較して優れた探索能力を有していることが確認できた．また，本稿では，PSO の重みパラメータは文献 [Clerc 02] の CFM に基づいて設定したが，PSO のパラメータ設定に関しては様々な研究が行われており，CFM 以外の代表的な研究としては以下のものが挙げられる [相吉 07][Schutte 05].

1. Random Inertia Weight Method（RIWM）: $c_1 = c_2 = 1.4955$ とし，w は $0.5 \leq w \leq 1.0$ の間でイテレーションごとにランダムに決定する手法.
2. Linearly Decreasing Inertia Weight Method（LDIWM）: $c_1 = c_2 = 2.0$ とし，w はイテレーションの増加につれて $w = 0.9$ から $w = 0.4$ へ線形に減少させる手法.
3. Linearly Decreasing Vmax Method（LDVM）: Particle に速度上限 $V_{\max}$ を設定し，$V_{\max}$ をイテレーションの増加に伴って線形に減少させる手法.

これらは全てパラメータの調整を行った手法であり，共有情報の情報交換形態には関係しないため，提案手法はこれらの手法においても適用可能であると考えられる．

今後の課題としては，大域的最適解発見精度と解の収束性を考慮したパラメータの最適化，様々なベンチマーク問題での評価，実システムでの有効性の検証などが挙げられる．

参考文献

[相吉 06] 相吉 英太郎 : メタヒューリスティックスとは何か – Particle Swarm Optimization を中心として–, 電気学会誌, Vol. 126, No. 9, pp. 614–617 (2006)

[相吉 07] 相吉 英太郎, 安田 恵一郎 : メタヒューリスティクスと応用, 電気学会 (2007)

[青木 06] 青木 秀憲, 水谷 芳史 : 電力系統における PSO の解説とその応用, 電気学会論文誌 B, Vol. 126, No. 3, pp. 279–282 (2006)

[Clerc 02] Clerc, M. and Kennedy, J.: The Particle Swarm–Explosion, Stability, and Convergence in a Multidimensional Complex Space, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 1, pp. 58–73 (2002)

[Iwasaki 08] Iwasaki, N., Yasuda, K., and Ueno, G.: Particle Swarm Optimization: Dynamic Parameter Adjustment Using Swarm Activity, in *Proc. of The 2008 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 2634–2639 (2008)

[Janson 05] Janson, S. and Middendorf, M.: A Hierarchical Particle Swarm Optimizer and Its Adaptive Variant, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol. 35, No. 6, pp. 1272–1282 (2005)

[Kennedy 95] Kennedy, J. and Eberhart, R.: Particle Swarm Optimization, in *Proc. of The 1995 IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol. 4, pp. 1942–1948 (1995)

[Kennedy 01] Kennedy, J. and Eberhart, R.: *Swarm Intelligence*, Morgan Kaufmann (2001)

[Miranda 02] Miranda, V. and Fonseca, N.: EPSO–Evolutionary Particle Swarm Optimization, a New Algorithm with Applications in Power Systems, in *Proc. of IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition 2002*, Vol. 2, pp. 745–750 (2002)

[Schutte 05] Schutte, J. F. and Groenwold, A. A.: A Study of Global Optimization Using Particle Swarms, *Journal of Global Optimization*, Vol. 31, No. 1, pp. 93–108 (2005)

[Yasuda 04] Yasuda, K. and Iwasaki, N.: Adaptive Particle Swarm Optimization using Velocity Informattion of Swarm, in *Proc. of The 2004 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 4, pp. 3475–3481 (2004)