

大規模グループ AHP の提案とその応用

A Large-Scale Group-AHP and Its Application

中川 裕揮*1 藤田 桂英*1 伊藤 孝行*1*2*3
Hiroki Nakagawa Katsuhide Fujita Takayuki Ito

*1名古屋工業大学情報工学専攻

Department of Computer Science and Engineering, Nagoya Institute of Technology

*2名古屋工業大学産業戦略工学専攻

Department of Master of Techno-Business Administration, Nagoya Institute of Technology

*3科学技術振興機構 (JST) さきがけ 研究員

Researcher, JST PREST

Many researchers study about group decision support system(GDSS). In GDSS, Analytic Hierarchy Process(AHP) is often used as a decision-making process support method. Though AHP can be used to make decision plainly and quantitatively and is applied to many cases, it isn't assumed that there are tens of hundreds of decision makers. In this paper, we propose a group-AHP by many decision makers, and a method making consistent decision that reflects the opinions. We demonstrate that proposed group-AHP is effective in the experimental results.

1. はじめに

ソフトウェアの開発や政策の決定など、大規模なグループで意思決定を行う場が多く存在する。しかし、一般的な手法である討論などは、意見の集約に時間がかかったり、意思決定者の力関係が影響するなどの問題がある。そこで、グループ意思決定支援システムについての研究が盛んに行われている。AHP(Analytic Hierarchy Process:階層意思決定法)はグループ意思決定支援に用いられるツールの一つである。AHPはわかりやすく、定量的に意思決定支援できる特徴をもっている。

しかし、既存の AHP [1] では大規模な問題に対して、数百数千のユーザがグループ意思決定を行うことが想定されていない。各意思決定者の提示する一対比較行列からグループとしての一対比較行列を決定するグループ AHP[3] では整合性をもつように、多数の意見を反映するようにグループとしての一対比較行列を決定しなければならない。そのため意思決定者数が多いとグループ一対比較行列を一意に決めるのが難しくなる。

本稿では大規模な問題に対し、多数の意思決定者が主張する一対比較行列からグループ一対比較行列を決定する手法を提案する。そして、提案手法を実装した意思決定支援システムの試作を行い、実験を行うことで提案手法を評価する。

2. 区間 AHP

2.1 主張区間及びグループ一対比較区間

山田らが提案した区間 AHP は、各意思決定者の意見を、他人の意見に抵抗なく受け入れられる重要度の範囲(主張区間と呼ぶ)として取り扱い、各意思決定者に主張区間の上限値と下限値を示してもらう。

$$[l_{ij}^{(k)}, u_{ij}^{(k)}], (k = 1, 2, \dots, m \text{ and } i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

$$[l_{ji}^{(k)}, u_{ji}^{(k)}] = \left[\frac{1}{u_{ij}^{(k)}}, \frac{1}{l_{ij}^{(k)}} \right]. \quad (2)$$

式(1)が主張区間を表す。 k は意思決定者、 i, j は要素を示している。次に各意思決定者の主張区間からグループとしての重要度の区間(グループ一対比較区間)を要素間ごとに求める。グループ一対比較区間は以下のように求められる。

a. 主張区間に共通する区間が存在する場合

$$\bigcap_{k=1}^m [l_{ij}^{(k)}, u_{ij}^{(k)}] \neq \phi \text{ の場合,}$$

$$\tilde{l}_{ij} = \max\{l_{ij}^{(k)} | k = 1, 2, \dots, m\}, (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (3)$$

$$\tilde{u}_{ij} = \min\{u_{ij}^{(k)} | k = 1, 2, \dots, m\}, (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (4)$$

b. 主張区間に共通する区間が存在しない場合

$$\bigcap_{k=1}^m [l_{ij}^{(k)}, u_{ij}^{(k)}] = \phi \text{ の場合,}$$

$$\tilde{l}_{ij} = \min\{l_{ij}^{(k)} | k = 1, 2, \dots, m\}, (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (5)$$

$$\tilde{u}_{ij} = \max\{u_{ij}^{(k)} | k = 1, 2, \dots, m\}, (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (6)$$

ここで ϕ は空集合を表す。

2.2 グループ重要度決定法

求められたグループ一対比較区間から構成される行列(グループ一対比較区間行列とよぶ) $X = ([\tilde{l}_{ij}, \tilde{u}_{ij}])$ から整合度が最小となるグループ一対比較行列を決定する。しかし整合度が最小となるグループ一対比較行列は一意に決まらないので、各メンバーの不満足度を定義し、グループ全体の不満足度(dissatisfaction index:DI)の最小化を行い、グループ一対比較行列を決定する。

整合度(CI)と不満足度(DI)の最小化問題を以下に定式化する

$$DI = \frac{DS - MDS}{MDS}, \quad (7)$$

$$\left(\begin{array}{l} DS = \sum_{i < j} \sum_k d_{ij}^{(k)} (\ln x_{ij} - \ln c_{ij}^{(k)})^2 \\ MDS = \sum_{i < j} \sum_k d_{ij}^{(k)} (\ln p_{ij} - \ln c_{ij}^{(k)})^2 \\ \ln p_{ij} = \frac{1}{\sum_k d_{ij}^{(k)}} \sum_k d_{ij}^{(k)} \ln c_{ij}^{(k)} \\ c_{ij}^{(k)} = \sqrt{l_{ij}^{(k)} \cdot u_{ij}^{(k)}} \\ d_{ij}^{(k)} = \frac{1}{b_{ij}^{(k)} + 1}, \\ b_{ij}^{(k)} = |\ln u_{ij}^{(k)} - \ln l_{ij}^{(k)}| \end{array} \right)$$

$$\text{MIN } \alpha(CI) + \beta(DI) \quad (8)$$

$$\begin{array}{l} \text{ST } \sum_{j=1}^n x_{ij} w_{ij} = \lambda w_i, \\ x_{ij} x_{ji} = 1, \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1, \\ w_i > 0, \\ \tilde{l}_{ij} \leq x_{ij} \leq \tilde{u}_{ij}, \\ i, j = 1, \dots, n \end{array}$$

式(8)における α, β を変動させることによって、整合度を重視するか不満足度を重視するか選ぶことができる。このように区間 AHP では各意思決定者の不満足度を最小にしながら整合度のよいグループ一対比較行列が決定できる。

しかし、区間 AHP は少人数グループを前提としたものである。多人数で区間 AHP を用いる場合、一人でも主張区間を共通部分がないように選ぶと、グループ一対比較区間は最小の下限値と最大の上限值をとるので、グループ重要度がとりうる範囲は広がる。従って意思決定者数が多いほど、どの意思決定者の意見からも外れたグループ重要度が決定されてしまうリスクが大きくなる。

3. グループ AHP とグループ一対比較行列の決定手法

3.1 グループ AHP のモデル

本稿で提案するグループ AHP について述べる。

多人数グループで AHP を用いる場合、意思決定者それぞれのニーズは異なるため意思決定者数が多いほど、問題分析において考慮される項目は増える。すなわち問題の階層図は大規模化、複雑化すると考えられる。しかし、問題が大規模であるほど、各意思決定者が持つ情報に差が生じ問題要素に適切な評価を下せなかったり、全ての一対比較を行うのが負担となったりする。

そこで本稿では、各意思決定者が評価可能な要素ペアを選び一対比較して、部分的な一対比較行列を提示するグループ AHP を提案する。問題は各意思決定者の主張する一対比較行列から、いかにしてグループとしての一対比較行列に集約するかといったことである。

提案するグループ AHP では、各意思決定者が共通な階層図において、評価できる要素ペアに対し一対比較した、部分的な一対比較行列を提示することとする。そして各意思決定者の提示した重要度を重要度の値ごとにカウントし全意思決定者の入力を集計する。図1の例では、重要度 $\frac{1}{7}$ を提示した意思決定者数は7人であることを集計する。各意思決定者の重要度を集計した結果を重要度分布と呼ぶ。

重要度分布には各意思決定者の意見が示されており、グループとしての一対比較行列を決定するために用いられる。具体的には重要度分布から、意思決定者の意見を反映するように、かつ一対比較行列をつくったときに整合度がよくなるように、グループとしての重要度を決定する。

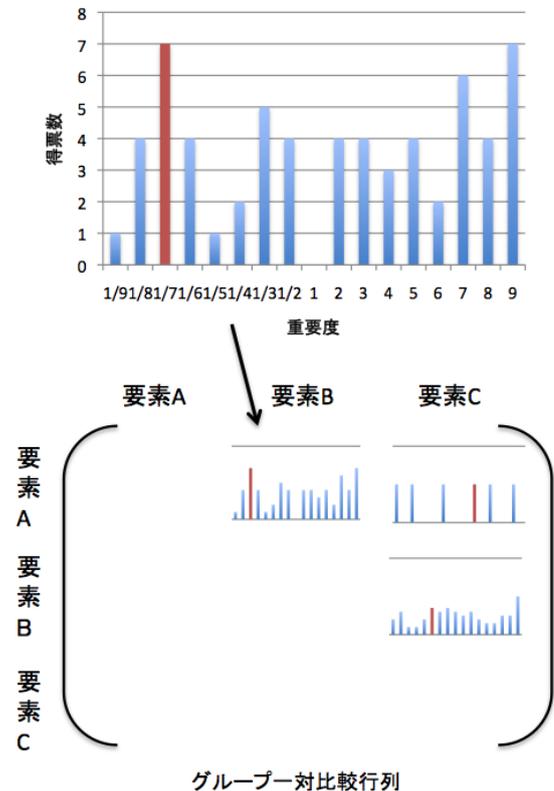


図 1: 重要度分布の例

3.2 閾値を用いた重要度候補抽出

グループとしての意思はグループ一対比較行列として決定される。グループ一対比較行列の要素であるグループ重要度は重要度分布から求められるが、なるべく多くの意思決定者の意見を採用するように決定する必要がある。本稿では、意思決定者からの意見を集計した結果である重要度分布に基づき得票数の多い重要度の集合をグループ重要度候補としその中から整合度のよいグループ重要度を決定する手法を提案する。

閾値を用いたグループ重要度候補の抽出方法について述べる。重要度分布において、重要度提示数の閾値を設定しその閾値以上の得票数がある重要度を重要度候補とする。

閾値は以下の1, 2, 3, 及び4の操作によって求める。

1. 閾値を最大得票数に設定する。
2. 閾値を1下げる。
3. 閾値以上の得票数がある重要度において、(得票数-閾値)の和を算出する。
4. 3.の和が総得票数の $\alpha\%$ 以上になれば終了し、そうでなかったら2.に戻る。

ただし、 α は开区間(0,100)である。

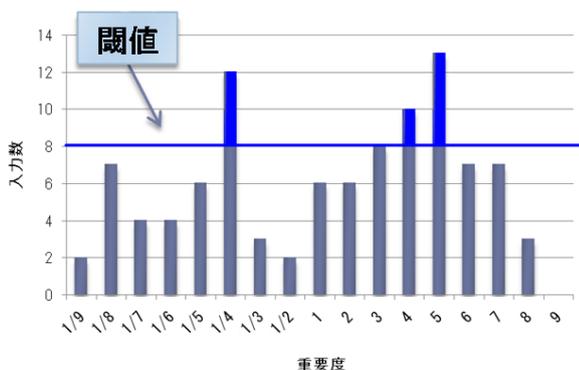


図 2: 閾値と重要度候補の例

図 2 は重要度分布に閾値を設けて重要度候補を求めた例を示している。この例では閾値は 8 である。8 以上の入力数のある重要度 $\frac{1}{4}$, 3, 4, 及び 5 が重要度候補となる。

このように重要度候補を選出すると、ある重要度付近に集中して票が集まったときに、閾値は高めに設定される。すると重要度候補を狭くすることとなる。逆に、票が分散した重要度分布では、重要度候補が広くとられる。つまり、票の統一が見られる重要度分布のほうが、最大得票数の重要度をグループ重要度に昇華させやすい。これは、よりまとまった意見のほうを採用することを意味する。

3.3 分散による優先付け探索

各重要度候補から重要度の組み合わせを変えて、許容できる整合度となるグループ重要度を決定することを考える。また意思決定者の意見を反映できるように、まとまっている、かつ多くの意見を採用する手法を提案する。意見のまとまり度合いは重要度分布の分散を用いて表す。分散の大きいすなわち意見が分かれている重要度分布における一対比較行列の要素を優先的に変化させ意見がまとまっている要素が変化させられるのを最小限しながら、許容整合度となる重要度を探索する。

具体的にどのように優先度を与えて探索を行うか以下の 1, 2, 3, 4, 及び 5 に示す。なお、可変重要度とは探索において変数として扱われる重要度である。可変重要度でない重要度は定数として扱われる。

1. 初期状態を各要素間の重要度分布の最大得票数の重要度とする。
2. 現在状態の C.I. が許容整合度以下なら終了する。
3. 可変重要度を分散降順に 1 つ増やす。
4. 可変重要度を重要度候補の中で変化させ探索する。
5. 2. に戻る。

図 3 は探索が進むにつれて可変重要度が増えていく様子を示したものである。分散の降順は要素 (1,2), 要素 (2,3), 要素 (1,3) とする。最初は要素 (1,2) のみが可変重要度であり、許容整合度となる一対比較行列が見つからない場合、次は要素 (2,3) が可変重要度となる。

以上のように探索を行うことによって、票の統一が見られる重要度分布の重要度候補の変化を最小限に抑えられる。また、可変重要度数を調べることにより、どの重要度まで変化させられたか知ることができる。

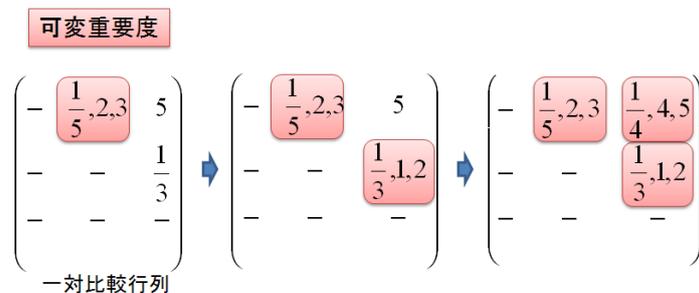


図 3: 分散による優先付け探索

4. 大規模意思決定支援システムの試作

提案手法を実装したシステムは数百数千といったユーザが意思決定に参加できるように、php を用いて Web アプリケーションとして動作する。Web ページ上で意思決定ユーザは問題の各要素について一対比較を行う。そして各ユーザの入力である重要度のデータベースから本手法を用いて探索を行いグループ重要度を決定する。結果の出力はグループ一対比較行列とそれから求められたの重みベクトルだけでなく、そのような結果に至った経緯を示すため重要度分布も表示できる。

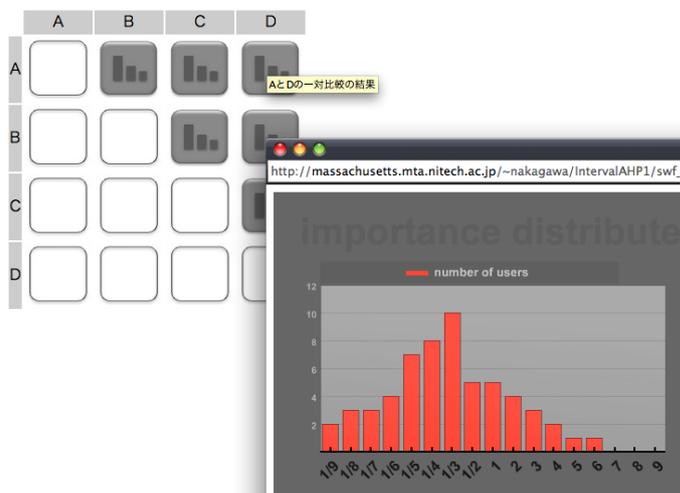


図 4: 重要度分布の表示

5. 評価と考察

提案したグループ AHP 及び手法の有効性を検証するため被験者実験を行った。被験者は研究室の学生 (学部生・院生) 12 人である。AHP を用いる問題テーマは「春合宿場所の選択」とし階層図は図 5 を用いる。評価基準は考慮する比重が大きいと考えられる「宿泊代」、「外観」、及び「所在地」を選んだ。被験者には試作したシステムを用いて一対比較を行ってもらい、そして提案手法によってグループ一対比較行列を決定する。決定された一対比較行列及びそれらから求められた重みと総合評価値に関しアンケートを実施した。

なお、今回の実験では被験者数が少ないため被験者には全一対比較を行ってもらい、区間 AHP[1] のように主張区間を入

力してもらった．重要度分布は主張区間に含まれる重要度を全てカウントし求めた．

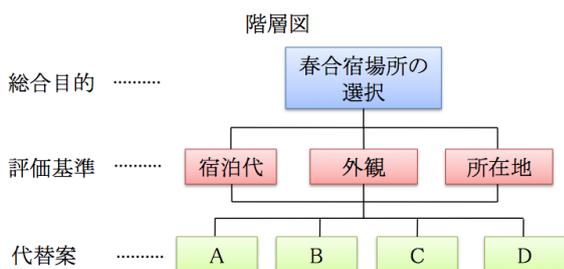


図 5: 被験者実験で用いる階層図

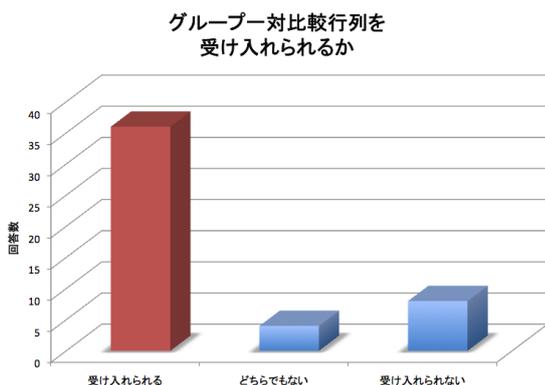


図 6: グループ対比較行列におけるアンケート結果

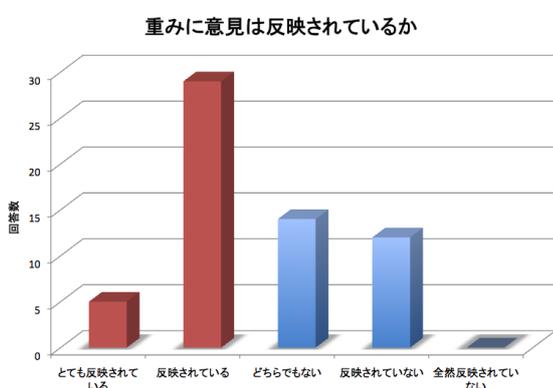


図 7: 重みにおけるアンケート結果

図 6 は決定したグループ対比較行列を受け入れられるかどうかのアンケートの結果を示したものである．約 75%のグループ対比較行列を受け入れられるとの回答を得られた．

図 7 はグループ対比較行列から算出された重みに意見が反映されているかどうかのアンケートの結果を示したもので

ある．約 57%の重みに意見が反映されているとの回答を得られた．

結果，提案した手法によって多数の意思決定者が納得できるようなグループ対比較行列を決定できることがわかった．また，グループ対比較行列から算出された重みについても，多数の意思決定者が意見の反映されていると判断できるものであることが示された．

6. まとめと今後の課題

既存のグループ AHP では数百数千規模のユーザが意思決定に参加することが想定されていない．多数の意思決定者の提示する重要度からグループ対比較行列を決めるのが難しい問題があった．本稿では，一対比較において意思決定者が評価できる要素だけを評価した部分一対各行列を提示するグループ AHP を提案した．そして重要度分布を用いたグループ対比較行列決定手法を提案した．提案手法を実装した意思決定支援システムを試作し被験者実験を行った．被験者実験では各意思決定者に一対比較を行ってもらい，提案手法によりグループ対比較行列を決定した．決定されたグループ対比較行列に関してアンケートを行った．提案手法により多数の意思決定者が納得できるグループ対比較行列及び重みを決定できることを検証した．

今後の課題は一対比較行列の探索において，どの一対比較行列の要素が整合度を悪化させているのが特定することが挙げられる．整合度を悪化させる原因となっている要素の特定ができれば，許容整合度となる一対比較行列の探索を効率化することができる．

しかし，提案した分散による優先付け探索において，分散の小さいつまり意見のまとまっている要素が整合度を悪化させているとわかった場合に，その要素を変化させるかどうかについて考えなければならない．つまり分散の大きさと整合度の悪化させている度合いを考慮して探索する必要がある．

参考文献

- [1] 山田善靖, 杉山学, 八巻直一: 合意形成モデルを用いたグループ AHP, Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.40, No.2, pp.236-244, 1997.
- [2] T. L Saaty.: The Analytic Hierarchy Process. McGraw-Hill, 1980.
- [3] Saaty, T. L. : Group Decision Making and The AHP, The Analytic Hierarchy Process, (Springer-Verlag, 1989) 59-67.
- [4] 木下栄蔵: 入門 AHP, 日科技連, pp.5-33, 2005
- [5] 木下栄蔵: AHP の理論と実際, 日科技連, pp.77-90, 2008
- [6] S.J. Russell and P. Norvig: Artificial Intelligence, A Modern Approach Second Edition (古川康一監訳, 人工知能エージェントアプローチ第 2 版. 共立出版, 2008), pp.115-116