3H2-OS12b-3

再帰的ステップサイズパラメータ調整法を用いた機械学習による金融データの分析

Financial Data Analysis Using Recursive Adaptation of Stepsize Parameters for Machine Learning

松井 宏樹[*1] Hiroki Matsui　林 慶樹[*1] Yoshiki Hayashi　野田 五十樹[*2] Itsuki Noda　尹 熙元[*1] Hiwon Yoon

[*1]株式会社シーエムディーラボ
CMD Laboratory Inc.

[*2]産業技術総合研究所情報技術研究部門
Information Technology Research Institute, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology

In this paper, we analyze historical volatility of stock price changes using Rapid Recursive Adaption of Stepsize Parameters by Newton's method (RASP-N) for machine learnings.

1. はじめに

金融市場におけるオプションを扱うトレーダーは，原資産価格のボラティリティによって，オプション価格を算出しそれを基準に取引を行う．そのため，将来のボラティリティをより正確に予測することが必要となる．

本稿では，株価のヒストリカルボラティリティを対象に動的環境における強化学習のステップサイズパラメータ調整法 [野田 09] によって推定を試みる．ヒストリカルボラティリティは，以下の式で表される．ここで p_t は，ある日 t の終値である．

$$\begin{aligned} \mathrm{HV} &= \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{n}\left(\log\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)^2 \\ &= \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{n}R_t^2 \\ R_t^2 &= \left(\log\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)^2 \end{aligned}$$

トレーダーは，日々の価格変動から価格比 R_t^2 を計算し，次の日の価格比を推定する．

従来，推定手法として一般的には単純移動平均が使用されてきた．本稿で提案する手法 RASP-N は，移動平均の期間を環境に合わせて動的に変更する手法といえる．これによって，急激な変動にも対応することが可能と期待できる．

2. 動的環境における強化学習ステップサイズパラメータ調整法

本章では，本研究で使用する手法について説明する．

2.1 強化学習におけるステップサイズパラメータ

強化学習 [Sutton 98] とは未知の環境において状態を観測し，行動を決定するということを繰り返す過程で，得られた報酬を元に選択した行動の価値を推定する学習手法である．この価値の推定で用いられる式を一般化すると，下記のような指数平滑移動平均 (Exponential Moving Average, EMA) の式で表される．

$$\tilde{x}_{t+1} = (1-\alpha)\tilde{x}_t + \alpha x_t \tag{1}$$

ここで x_t および $\tilde{x}_t$ は，行動によって実際に観測された値（報酬など）およびその推定値であり，時刻 t により更新されていく．α が本稿で着目する**ステップサイズパラメータ**（学習率）であり，直近の観測値 x_t をどれだけ重視するか，あるいはどの程度長い時間の移動平均として推定値 $\tilde{x}_t$ を求めるかを示す値である．一般に，式 (1) で求められる $\tilde{x}_t$ は，x_t について $T = \frac{2}{\alpha} - 1$ の期間の単純移動平均を近似していることが知られている．

2.2 再帰的指数平滑移動平均によるステップサイズパラメータの調整

本研究では，時系列データに対して **Rapid Recursive Adaption of Stepsize Parameters by Newton's method**（RRASP-N）を適用する．

以下に，RASP について簡単に説明する．RASP の詳細については，文献 [野田 09] を参照されたい．

まず，式 (1) を再帰的に適用した再帰的指数平滑移動平均 (Recursive Exponential Moving Average, REMA) $\xi_t^{\langle k\rangle}$ を導入する．

$$\begin{aligned} \xi_t^{\langle 0\rangle} &= x_t \\ \xi_t^{\langle 1\rangle} &= \tilde{x}_t = (1-\alpha)\tilde{x}_t + \alpha x_t \\ \xi_t^{\langle k\rangle} &= (1-\alpha)\xi_{t-1}^{\langle k\rangle} + \alpha\xi_{t-1}^{\langle k-1\rangle} \\ \xi_{t+1}^{\langle k\rangle} &= \alpha\sum_{\tau=0}^{\infty}(1-\alpha)^{\tau}\xi_{t-\tau}^{\langle k-1\rangle} \end{aligned} \tag{2}$$

与えられた時系列 $\{x_t\}$ と，それの EMA の系列 $\tilde{x}_t$ の誤差 ϵ_t と 2 乗誤差 $\mathcal{E}_t$ は以下のように表される．

$$\begin{aligned} \epsilon_t &= \tilde{x}_t - x_t \\ \mathcal{E}_t &= (1/2)\epsilon^2 \end{aligned}$$

連絡先: 松井宏樹：matsui@cmdlab.co.jp
林慶樹：hayashi@cmdlab.co.jp
野田五十樹：I.Noda@aist.go.jp
尹熙元：yoon@cmdlab.co.jp

このとき 2 乗誤差 $\mathcal{E}_t$ の α による k 次偏微分は，以下の式で与えられる．

$$\frac{\partial^k \tilde{x}_t}{\partial \alpha^k} = \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(k-1)!}{(k-1-i)!i!} \frac{\partial^i \epsilon_t}{\partial \alpha^i} \frac{\partial^{k-i} \epsilon_t}{\partial \alpha^{k-i}}, \quad \frac{\partial^0 \tilde{x}_t}{\partial \alpha^0} = \epsilon_t \tag{3}$$

ここで，2 乗誤差 $\mathcal{E}_t$ の指数平滑移動平均 $\tilde{\mathcal{E}}_t$ を考える．β は 2 乗誤差のためのステップサイズパラメータである．

$$\tilde{\mathcal{E}}_{t+1} = (1-\beta)\tilde{\mathcal{E}}_t + \beta \mathcal{E}_t$$

この $\tilde{\mathcal{E}}_t$ について，もとのステップサイズパラメータ α により微分を求めると，以下のようになる．

$$\frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}_{t+1}}{\partial \alpha} = (1-\beta)\frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}_t}{\partial \alpha} + \beta \frac{\partial \mathcal{E}_t}{\partial \alpha} \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{t+1}}{\partial \alpha^2} = (1-\beta)\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_t}{\partial \alpha^2} + \beta \frac{\partial^2 \mathcal{E}_t}{\partial \alpha^2} \tag{5}$$

$$\frac{\partial^k \tilde{\mathcal{E}}_{t+1}}{\partial \alpha^k} = (1-\beta)\frac{\partial^k \tilde{\mathcal{E}}_t}{\partial \alpha^k} + \beta \frac{\partial^k \mathcal{E}_t}{\partial \alpha^k} \tag{6}$$

式 2，5〜6 より 2 乗誤差 $\mathcal{E}_t$ および 2 乗誤差の EMA$\tilde{\mathcal{E}}_t$ の α による高次偏微分を逐次的に求められる．

この高次偏微分を用いれば，2 次の Taylor 展開により以下のように $\tilde{\mathcal{E}}_t$ を最小化する α を Newton 法で推定することができる．

$$\Delta\alpha^* = \frac{\left(\frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}_t}{\partial \alpha}\right)}{\left(\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_t}{\partial \alpha^2}\right)} \tag{7}$$

$$\alpha^* = \alpha - \Delta\alpha^* \tag{8}$$

具体的には，以下の手順で学習を行う．

1. 式 1 に従って $\tilde{x}$ を更新．
2. 式 2 により $\xi^{\langle k \rangle}$ を更新．
3. 式 3 により $\frac{\partial^k \tilde{x}_t}{\partial \alpha^k}$ を求める．
4. 式 5〜6 に従って，$\frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}_{t+1}}{\partial \alpha}$ および $\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{t+1}}{\partial \alpha^2}$ を更新．
5. $\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{t+1}}{\partial \alpha^2} \leq 0$ の場合は，α を変更しない．(最小値が存在しないため)
6. 式 8 により $\Delta\alpha^*$ を求める．
7. α を更新．$\alpha \leftarrow \alpha - (1/2)\Delta\alpha^*$

α は RASP-N によって，観測された値へ追随するべきときは大きく，値の変動がノイズによる場合は観測値に影響されないよう小さくなる．これにより，各期間で移動平均を求めるために最適な期間を動的に決定できる．

3. 実験

3.1 実験方法と使用データ

ヒストリカルボラティリティのもとになる価格比を推定する実験を行った．対象銘柄は，2009 年 10 月末発表の TOPIX500 構成銘柄 [東証 09] のうち，2000 年 4 月 13 日〜2010 年 4 月 12 日の 10 年間の全営業日で取引があった 384 銘柄，データは Yahoo!ファイナンスの日足データ [ヤフー] を利用した．

手法として，本稿で提案する RASP-N（2 乗誤差のステップサイズパラメータ $\beta = 0.001, 0.005, 0.01, 0.05, 0.1$）と比較対象として従来から一般的に実務者に使用されている単純移動平均（期間：21 日，42 日，63 日，126 日）を採用する．

実験は，1 日を 1 ステップとし，各日の価格比を入力として，翌日の価格比を推定する．

評価は直近 3 年間の各ステップの価格比 R_t^2 の推定誤差 $|\tilde{R}_t^2 - R_{t+1}^2|$ で行う．

3.2 実験結果

実験結果の例としてトヨタ自動車 (銘柄コード：7203) の実験結果を図 1 および表 1 に示す．図 1-(1) で特徴的なのは，ステップ 2100 ごろに見られるスパイクである．これは，リーマンショックにより引き起こされた金融危機によるものである．

このデータに対しては，この変動に追随できたかどうかによる影響が大きい．平均誤差が小さかった β の値の小さい RASP-N は，図 1-(2) に見られるように変動に合わせてステップサイズを大きくしその後もステップサイズを保つことで，変動に対応している．単純移動平均は，期間が短いものほど平均誤差が小さい．

全体の実験結果を図 2 に示す．全体としては，単純移動平均と RASP-N に平均推定誤差，変動係数ともに大きな差は見られなかった．それぞれでは，単純平均は期間が短い方が，RASP-N では β の値が小さい方が，推定誤差が小さかった．

4. おわりに

本稿では，株価の価格比時系列データに対して再帰的指数平滑移動平均によるステップサイズ調整法 (RASP-N) を適用し，その価格比の推定を試みた．全体的には，提案手法 RASP-N は，推定精度の点で従来の単純移動平均と変わらなかった．しかし，トヨタの例で示したように異常値が現れるデータで有効であると考えられる．データの傾向と手法の効果の分析が今後の課題である．

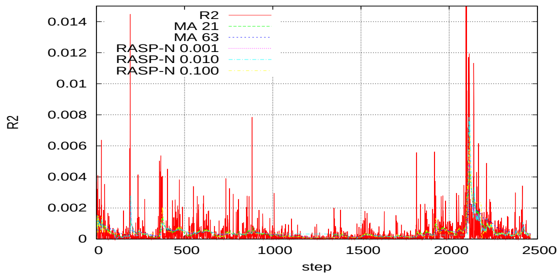
参考文献

[野田 09] 野田 五十樹:指数的移動平均 2 乗誤差の最小化によるステップサイズパラメータの調整法, 合同エージェントエージェントワークショップ&シンポジウム 2009 (JAWS2009) (2009)

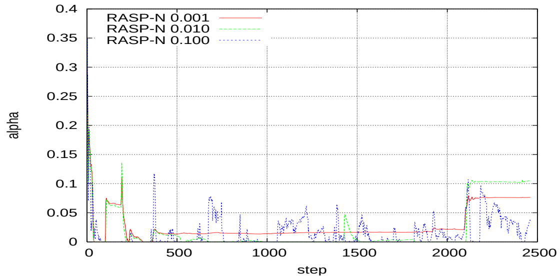
[Sutton 98] Sutton, R. S. and Barto, A. G.: *Reinforcement Learning: An Introduction*, MIT Press (1998)

[東証 09] 東京証券取引所グループ：TOPIX ニューインデックスシリーズ構成銘柄 (2009), http://www.tse.or.jp/market/topix/data/newindex.html

[ヤフー] ヤフー株式会社：Yahoo!ファイナンス：http://finance.yahoo.co.jp/



(1) 実際の価格比と予測値



(2) 価格差による α の学習

図 1　トヨタ自動車 (銘柄コード:7203) の実験結果

表 1　トヨタ自動車 (銘柄コード:7203) の実験結果

手法	平均誤差（$\times 10^4$）	変動係数（%）
RASP-N 0.001	6.772	197.4
RASP-N 0.005	6.648	195.6
RASP-N 0.010	6.800	207.5
RASP-N 0.050	6.841	202.6
RASP-N 0.100	7.058	189.5
MA 21	6.821	191.6
MA 42	6.958	194.2
MA 63	7.024	195.9
MA 126	7.126	198.3

表 2　TOPIX500 銘柄（384 銘柄）の実験結果

手法	平均誤差（$\times 10^4$）	変動係数（%）
RASP-N 0.001	8.678	216.3
RASP-N 0.005	8.765	215.3
RASP-N 0.010	8.850	216.2
RASP-N 0.050	8.975	213.1
RASP-N 0.100	9.163	205.9
MA 21	8.667	213.6
MA 42	8.845	213.3
MA 63	8.959	212.8
MA 126	9.085	213.5