3E4-1

1/f ゆらぎにもとづく 2 次元万能セルオートマトンの探索

sSearch for two-dimensional universal cellular automata guided by 1/f noise

蜷川 繁 [*1]
Shigeru Ninagawa

[*1]金沢工業大学　情報学部　情報工学科
Division of Information and Computer Science, Kanazawa Institute of Technology

It is speculated that there is a relationship between computational universality and 1/f noise in CA. In this study we search two-dimensional three-state nine-neighbor CA rule space for a rule exhibiting a 1/f spectrum by means of genetic algorithms to find computationally universal rules. Power spectrum is calculated from the evolution of the state of cell from a random initial configuration. The fitness function is constructed in consideration of the spectral similarity to $1/f$ spectrum. Although the search is in progress, we have found several rules with 1/f spectrum. Some of these rules exhibit stationary, periodic, and propagating patterns which are necessary for being capable of supporting universal computation.

1. はじめに

1 次元 2 状態 3 近傍セルオートマトン（Cellular Automaton, CA）のルール 110，および 2 次元 CA のライフゲームとよばれるルールはいづれも計算万能性をもつことが知られている [Berlekamp 82]，[Cook 04]．さらにこれらの CA においてランダム初期様相から開始した場合のパワースペクトルは 1/f ゆらぎを示すことが知られている [Ninagawa 98]，[Ninagawa 08]．これらのことから計算万能性と 1/f ゆらぎの間には何らかの関連性があるのではないかと予想される．しかし，この予想を裏付けるためには，より多くの 1/f ゆらぎを示す CA を求める必要がある．本研究では，2 次元 3 状態 9 近傍 CA において 1/f ゆらぎを示すルールを遺伝的アルゴリズムを用いて探索する．

2. 適合度の計算

N 個のセルからなる 1 次元 CA において，i 番目のセルの t ステップ目の状態を $x_i(t)$ とする．$t = 0, 1, \cdots, T-1$ の T 個の時系列データに対して次の式 (1) で定義されるフーリエ変換を施す．

$$\hat{x}_i(f) = \frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1} x_i(t)\exp(-i\frac{2\pi tf}{T}),$$
$$(f = 0, 1, \cdots, T-1). \qquad (1)$$

これを次の式 (2) のように全セルにわたって総和をとり，パワー $S(f)$ とする．

$$S(f) = \sum_{i=1}^{N} |\hat{x}_i(f)|^2. \qquad (2)$$

ライフゲームにおいて，セル数が 100×100 のランダム初期様相から開始して，T=7200 とした場合のパワースペクトルを図 1 に示す．図中の点線は $f = 1 \sim 100$ の範囲で最小 2 乗法で $S(f) \propto f^(\beta)$ と近似した場合の直線で $\beta = -1.22$ となり，パワーが周波数にほぼ反比例していることから 1/f ゆらぎといえる．

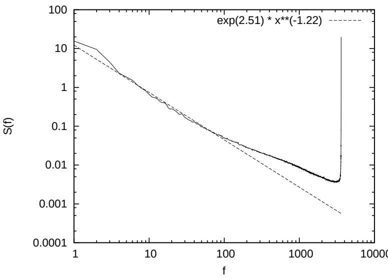

図 1: T=7200 の場合のライフゲームのパワースペクトル．点線は $f = 1 \sim 100$ の範囲で最小 2 乗法で $S(f) \propto f^(\beta)$ と近似した場合の直線で $\beta = -1.22$.

(2) 式によって得られたパワースペクトルに対して，最小自乗法を用いて $\log S(f) = loga + b \log f$ と近似し，(3) 式に示すように指数 b と残差平方和 σ^2 から次式によって適合度 F を求める．

$$\sigma^2 = \sum_{f=1}^{N} \frac{(S_f - S(f))^2}{N}$$
$$F = \frac{|b|}{\sigma^2 + \delta}. \qquad (3)$$

ここで，N は σ^2 を求める際に用いるデータ数であり，$\delta = 0.000001$ は分母がゼロになることを避けるための項である．こうすることによって，パワースペクトルが 1/f ゆらぎに近い個体ほど大きな適合度をもつ．

本研究では，セル空間は縦 $\times$ 横=100×100 個のセルからなり，初期様相は 0,1 の状態が等確率で出現するようにランダムに生成し，境界条件としてセル平面が 2 次元トーラスとなる周期境界条件を用いている．

連絡先: 〒 924-0838 石川県白山市八束穂 3-1
e-mail: ninagawa@infor.kanazawa-it.ac.jp

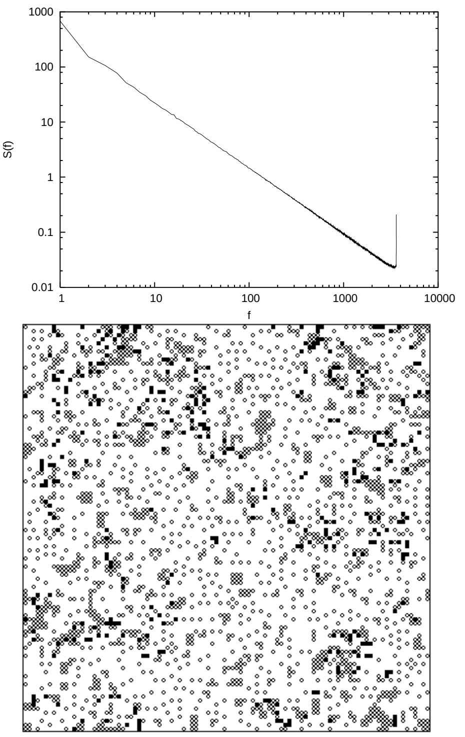

図 2: 最大適合度をもつルールのパワースペクトル（上）と様相（下）．黒いマスは状態 1，白抜きのマスは状態 2 のセルをそれぞれ表わす．

3. 実験

本研究で対象となる 2 次元 3 状態 9 近傍セルオートマトンの遷移関数 d は次式で表現される．

$$d(c, n_1, n_2) = x_i, \quad x_i \in \{0, 1, 2\}. \tag{4}$$

ここで $c \in \{0, 1, 2\}$ は近傍の中心セルの状態，n_1，n_2 は周囲 8 セルのうち，それぞれ，状態が 1，2 のセル数を表し，$x_i \in \{0, 1, 2\}$ は中心セルの次ステップでの状態を示す．ただし，$i = 45c + b(19 - b)/2 + c$．本研究では $d(0, 0, 0) = 0$ という遷移規則のみを対象とするので，遷移規則を表わす遺伝子型は 134 桁の 3 進数 $x_{134} \cdots x_1$ となる．本稿では，3 進数 2 ケタ（00∼22）を 9 進数 1 ケタ（0∼8）で表わすことにより，遷移規則を 67 桁の 9 進数で表わすことにする．

本研究では T=7200，および T=8000 の 2 通りのステップ数について状態遷移を行い，パワースペクトルを求める．，ランダムに生成した遷移規則を 180 個まとめて初期集団とする．また，b については，低周波域での振る舞いを調べるために $f = 1 \sim 10$ の範囲で求め，σ^2 については，スペクトル全体が $1/f$ ゆらぎに近いかどうか調べるために，$f = 1 \sim 2700$ の範囲で求める．選択はルーレット選択 (エリート数は 20) とし，交叉確率 0.6 の一様交叉とし，ビット当たりの突然変異確率は 0.03 および 0.01 とした．

4. 実験結果

現在のところ T=7200 の場合については，80 通りの初期集団に対して合計 18789 世代まで実験が進んでおり，約 2,800,000 通りのルールのパワースペクトルを求めた．また T=8000 の

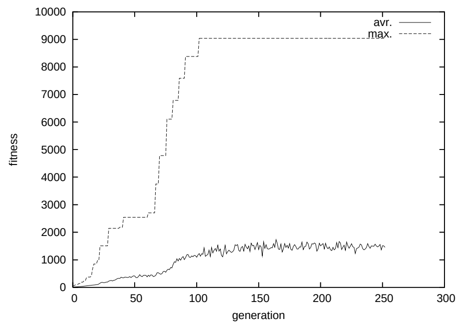

図 3: 最大適合度をもつルールが生成された試行における世代毎の適合度の平均値，最大値．

場合では 100 通りの初期集団に対して合計 6300 世代，約 1,050,000 通りのルールのパワースペクトルを求めた．現在までに得られた遷移規則の中で，もっとも高い適合度 9039.94（$b = -1.24, \sigma^2 = 1.36 \times 10^{-4}$）をもつ遷移規則は

1061514846216616838887822116100020
506606105213076215851220080326200

となる．このルールのパワースペクトルを図.2（上）に，様相を同図（下）に示す．様相において黒いマスは状態 1，白抜きのマスは状態 2 のセルをそれぞれ表わす．このルールでは，状態 2 のセルが孤立して存在し，その隙間を状態 1 のセルが変化するという振る舞いを示す．

このルールが得られた試行における世代毎の適合度の平均値，最大値を図.3 に示す．

5. おわりに

本研究では GA を用いて 1/f ゆらぎを示す CA を探索した．今後は，このルールがライフゲームのような計算万能性を示すかどうか調べる．具体的には計算機能を実現するために必要とされるグライダーのような伝播パターンが存在するかどうか調べる予定である．

謝辞

本研究は科研費（20500216）の助成をうけたものである．

参考文献

[Berlekamp 82] E.R. Berlekamp, J. H. Conway, R. K. Guy: Winning Ways for Your Mathematical Plays, Vol.2, Academic Press, New York (1982).

[Cook 04] M. Cook: Universality in Elementary Cellular Automata. Complex Systems **15** (2004) 1–40.

[Ninagawa 98] Ninagawa, S., Yoneda, M., Hirose, S.: $1/f$ Fluctuation in the "Game of Life". Physica D **118** (1998) 49–52.

[Ninagawa 08] S. Ninagawa: Power Spectral Analysis of Elementary Cellular Automata. Complex Systems **17** (2008) 399–411.