

連成マルチエージェントモデルを用いた 先物市場と現物市場のシミュレーション

Simulation of futures market and spot market by using a coupled multi-agent model

大井 朋子^{*1}
Tomoko Ohi

橋本 康弘^{*1}
Yasuhiro Hashimoto

陳 昱^{*1}
Yu Chen

大橋 弘忠^{*1}
Hirohata Ohashi

^{*1} 東京大学大学院工学系研究科システム創成学専攻
University of Tokyo, School of Engineering, Department of Systems Innovation

An agent-based model is a useful method to investigate the mechanism of financial markets, including the interaction between participants, a market impact of trades and an influence of market conditions on traders' behavior. However, in order to understand the dynamics, it is necessary to examine not only the relationship between the market and traders but also the inter-market. We propose a multi-agent model of two different markets with much different assets - a spot market and a futures market. These markets consist of four types of traders, namely arbitrageurs, hedgers, speculators and noise traders. In this study, we compare the simulation results of our two-market model with that of traditional single-market model.

1. はじめに

1.1 背景

デリバティブの導入により、証券市場のメカニズムは大きく変化した。特に、デリバティブ取引の1つである先物取引は、証券の価格や取引量、市場の流動性に大きな影響を与えていると言われる。実際に、先物価格と現物価格は高い連動性を持ち、価格形成において先物市場と現物市場は相互に影響を与えていることがわかっている[新聞 05]。

このように、証券市場のメカニズムの解明には、投資家間や投資家と市場間だけでなく、異なる資産を扱う市場間の相互作用にも着目するべきであると考えられる。

1.2 先行研究

エージェントシミュレーションを用いた株式市場や為替市場に関する研究が多くあるように、先物市場に関する研究もいくつか存在する。

仮想先物市場シミュレータである U-Mart[U-Mart]は、株価指数 J30 を現物指標として用い、その指数先物を取引する市場をモデル化した人工市場である。これまで、投資家行動の解析や金融市場の制度設計などの市場に関する研究に数多く利用されてきた。U-Mart は J30 の数年分の過去の価格時系列データを現物価格として用いて先物市場のみで取引を行うため、現物価格は先物価格に影響を与えるが、先物価格は現物価格に影響を与えることはない。

Duke ら[Duke 07]は、エージェントシミュレーションにより、実際の先物市場 (FTSE100 やとうもろこし) の価格リターンの分布の特徴を再現し、ヘッジャーによる超過ヘッジ需要の兆候を検証した。このモデルでは、現物価格としてランダムウォークに従う時系列データを外挿することで現物市場をモデル化している。

Tan ら[Tan 07]は、価格リターンの fat-tail 分布、ボラティリティ・クラスタリング、ボラティリティの長期記憶性をエージェントシミュレーションにより再現した。また、先物価格のボラティリティ・クラスタリングは、模倣行動により誘発され、大きな投機的取引に

強く影響することを示した。このモデルでは、現物価格はスペキュレーターによって外部情報として外生的に与えられ、先物市場だけで取引を行っている。

1.3 本研究のねらい

1.2 で述べたように、既往のエージェントシミュレーションによる先物市場の研究では、価格データを外挿することで現物市場をモデル化し、投資家の相互作用による市場モデルとしては、先物市場のみをシミュレーションの対象としていることが多い。

それに対し本研究では、先物市場のみならず現物市場でも取引を行い、エージェントの投資行動を通して双方の市場が互いに影響を与えるようモデル化した。この 2 市場の連成シミュレーションによって、従来のモデルにはなかった市場間の相互作用を引き起こすことが可能となる。

2. 先物市場

先物取引とはデリバティブ取引の 1 つで、特定の商品に対して将来のある時点で現時点で取り決めた価格で売買を行う取引のことである。先物市場はその機能、役割から次のような特徴を持っている。

2.1 先物市場の特徴

先物市場には、現物資産価格に関する先行指標としての性質があり、リスクヘッジの手段を提供するなどの役割を持つため、現物価格との連動性やリードラグ関係などの特徴を持っている。それらの特徴的な価格変動を利用した投資戦略(裁定取引、投機、ヘッジ)から、市場参加者は大きく 3 つに分類され、それぞれアービトラージャー、スペキュレーター、ヘッジャーと呼ばれる。

2.2 先物価格と理論価格

先物価格は満期時に期待される現物価格に等しくなると考えられ、現物価格から考えた先物の理論上の価格のことを(先物の)理論価格という。キャリーコストモデル(cost of carry model)では、持越費用を c 、現物価格 S 、満期 T とすると、先物の理論価格 F は $F = Se^{cT}$ となる。

先物価格と現物価格の価格差をベースス、先物の理論価格と現物価格の差を理論ベーススと呼ぶ。

連絡先: 大井 朋子, 東京大学大学院, 東京都文京区本郷 7-3-1, 03-5841-6991, ohi@crimson.q.t.u-tokyo.ac.jp

3. モデルの概要

本研究では、従来のモデルと同様に先物市場のみで取引を行う single-market モデルと、現物市場と先物市場と双方で取引を行う two-market モデルの 2 つのモデルを構築した。投資家の種類や価格決定方式は、両モデルにおいて共通である。

3.1 エージェントの種類

本モデルの市場参加者は、投資戦略の違いにより 4 種類のエージェントから構成される。それぞれの投資目的と投資判断の基準は以下の通りである。

① アービトラージャー

裁定取引による利益獲得を目的に先物市場と現物市場に参加するエージェントである。本モデルにおけるアービトラージャーは、ベースと理論ベースを基に投資判断を行う。ベースが理論ベースを上回っている場合に、先物を売り、現物を買う。反して、ベースが理論ベースを下回っている場合には、先物を買ひ、現物を売る。

t 期の現物価格を現物価格 $P_{s,t}$ 、先物価格を $P_{f,t}$ とし、満期を T、コストを c とする。今回はシミュレーションの最終期を満期とし、コストは 0.02 とした。

t 期の理論価格 TP_t は、 $TP_t = P_{s,t}e^{c(T-t)}$ である。t 期の理論ベース TB_t は $TB_t = TP_t - P_{s,t}$ 、t 期のベース NB_t は、 $NB_t = P_{f,t} - P_{s,t}$ となる。エージェント i はそれぞれの投資判断基準 α_i を持ち、 α_i は初期に 0.001 から 0.005 の値でランダムに決定する。

t 期における先物市場での投資行動を $A_{f,t}$ 、指値を $LP_{s,t}$ 、現物市場での投資行動を $A_{s,t}$ 、指値を $LP_{s,t}$ とし、ともに買いの時は 1 を、売りの時は -1 を示す。

これらを踏まえて、アービトラージャーの投資判断は以下のようになる。

$$\begin{cases} NB_t - TB_t > \alpha_i \rightarrow \begin{cases} A_{s,t+1} = 1, LP_{s,t+1} = P_{s,t} + \alpha_{i,t} \\ A_{f,t+1} = -1, LP_{f,t+1} = TP_t - \alpha_{i,t} \end{cases} \\ NB_t - TB_t < -\alpha_i \rightarrow \begin{cases} A_{s,t+1} = -1, LP_{s,t+1} = P_{s,t} - \alpha_{i,t} \\ A_{f,t+1} = 1, LP_{f,t+1} = TP_t + \alpha_{i,t} \end{cases} \\ |NB_t - TB_t| \leq \alpha_i \rightarrow A_{s,t} = 0, A_{f,t} = 0 \end{cases}$$

$$\alpha_{i,t} = \alpha_i P_{s,t-1}$$

また、アービトラージャーの注文量は先物、現物ともに、 $NB_t/2\alpha_{i,t}$ で決まる。

② ヘッジャー

ヘッジャーは、現物投資に対するヘッジ目的で先物市場に参加するエージェントである。現物と先物でポートフォリオを組み、その収益が与える期待効用の最大化を実現するために、ポートフォリオヘッジを行う。

具体的には、エージェントは各自が危険回避度 λ_i と現物資産 w_i を持ち、CARA (絶対危険回避度一定) 型効用関数 $U(x) = -\frac{1}{\lambda_i} \exp(-\lambda_i W_i)$ による期待効用最大化を目的に、先物の最適なヘッジポジションを決定する。

エージェント i の持つ資産に対し、t 期の先物の占める割合を $w_{i,f,t}$ 、現物の割合を $w_{i,s,t}$ 、安全資産の割合を $w_{i,c,t}$ ($w_{i,f,t} + w_{i,s,t} + w_{i,c,t} = 1$) とし、それぞれのリターンを $R_{i,f,t}, R_{i,s,t}, R_{i,c,t}$ とすると、ポートフォリオ全体のリターン $R_{i,h,t}$ は $R_{i,h,t} = w_{i,f,t}R_{i,f,t} + w_{i,s,t}R_{i,s,t} + w_{i,c,t}R_{i,c,t}$ となる。

これより、t+1 期のポートフォリオの価値 $W_{i,t+1}$ は、 $W_{i,t+1} = R_{i,h,t}W_{i,t}$ となり、エージェント i は t 期の資産に対して期待効用最大 ($\max_{w_{i,f,t}} E[U(W_{i,t+1})]$) となるよう先物市場で成行注文を出す。

③ スペキュレーター

スペキュレーターは、投機目的で先物市場、現物市場それぞれに参加するエージェントである。順張り戦略、逆張り戦略を採用する 2 種類のエージェントから成り、どちらの戦略のエージェントも過去の価格データから算出した移動平均からの乖離を基準に投資判断を行う。

t 期における n 期間の移動平均を $MA_{t,n}$ 、n 期間の価格の標準偏差を $SD_{t,n}$ とし、期間 n は 10 から 25 の整数でエージェント毎に異なり初期にランダムに決定される。

順張り戦略のエージェントは、現在の価格が移動平均より $MA_{t,n} + SD_{t,n}$ を上回った場合に買い、 $MA_{t,n} - SD_{t,n}$ を下回った場合に売りと判断する。よって、エージェントの投資行動は、

$$\begin{cases} P_{f,t} > MA_{t,n} + SD_{t,n} \rightarrow \begin{cases} A_{f,t+1} = 1 \\ LP_{f,t+1} = P_{f,t} + \varepsilon_{t,n} \end{cases} \\ P_{f,t} < MA_{t,n} - SD_{t,n} \rightarrow \begin{cases} A_{f,t+1} = -1 \\ LP_{f,t+1} = P_{f,t} - \varepsilon_{t,n} \end{cases} \\ otherwise \rightarrow A_{f,t} = 0 \end{cases}$$

$$\varepsilon_{t,n} \sim N(0, SD_{t,n}^2)$$

となる。

これに対し、逆張り戦略のエージェントは、現在の価格が移動平均より $MA_{t,n} + SD_{t,n}$ を上回った場合に売り、 $MA_{t,n} - SD_{t,n}$ を下回った場合に買いと判断する。よって、エージェントの投資行動は、

$$\begin{cases} P_{f,t} > MA_{t,n} + SD_{t,n} \rightarrow \begin{cases} A_{f,t+1} = -1 \\ LP_{f,t+1} = P_{f,t} + \varepsilon_{t,n} \end{cases} \\ P_{f,t} < MA_{t,n} - SD_{t,n} \rightarrow \begin{cases} A_{f,t+1} = 1 \\ LP_{f,t+1} = P_{f,t} - \varepsilon_{t,n} \end{cases} \\ otherwise \rightarrow A_{f,t} = 0 \end{cases}$$

$$\varepsilon_{t,n} \sim N(0, SD_{t,n}^2)$$

となる。

スペキュレーターは現物市場に対してもこれと同様の投資判断を行う。

④ ノイズトレーダー

ノイズトレーダーはランダムに売り買いを決定し、指値は $(1+a)P_{f,t-1}$ (a は -0.03 から 0.03 でランダムに決まる)、注文量は 3 から 10 までの整数値でランダムに決定される。

3.2 価格の決定

本モデルの価格決定方式は、先物市場、現物市場ともに、板寄せ方式を採用した。期毎に全ての注文を纏め、初めに成行注文を、次に高い指値の買い注文と安い指値の売り注文から約定させることにより、売り買いの累計注文数が合致する価格が決定し、該当する注文の取引が執行される。

3.3 single-market モデル

single-market モデルでは、既往のモデルと同様に現物市場では取引は行わず、先物市場のみをシミュレーションの対象としたモデルである。現物価格としてボラティリティが GARCH(1,1) に従う時系列データを用い、投資家は現物市場では売買を行わない。

3.4 two-market モデル

single-market モデルに対して two-market モデルでは、投資家は現物市場、先物市場の両方で取引を行い、現物価格、先物価格ともに、板寄せ方式によりエージェントの投資行動の結果として決定される。

4. シミュレーションの概要

single-market モデルと two-market モデルでシミュレーションを行い、その結果を比較する。

4.1 シミュレーションの設定

両モデルのシミュレーションともに、1 回の試行において 10000 取引を行う。投資家構成は、アービトラージャー、ヘッジヤー、スペキュレーターが 100 人、ノイズトレーダーが 50 人の計 350 人である。先物、現物ともに開始価格は 1000 である。各エージェントの初期資産は 100000 である。

4.2 シミュレーションの結果

図 1 は single-market モデルでのシミュレーションから現物価格と先物価格の推移を表したものであり、図 2 は two-market モデルでのシミュレーションから価格の推移を表したものである。表 1 は 2 つのモデルでの現物価格と先物価格との相関係数(それぞれ 100 回の試行の統計値)と日経 225 と日経 225 先物の価格の相関係数(1996 年 1 月 4 日から 2008 年 1 月 4 日までの日足データを分割した 98 セットの統計値)を比較したものである。

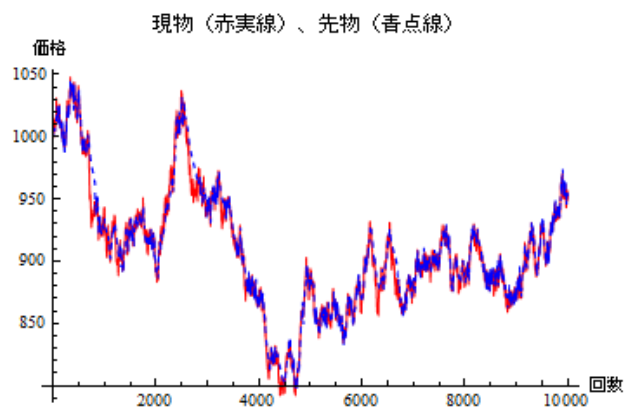


図 1 価格の推移 (single-market モデル)

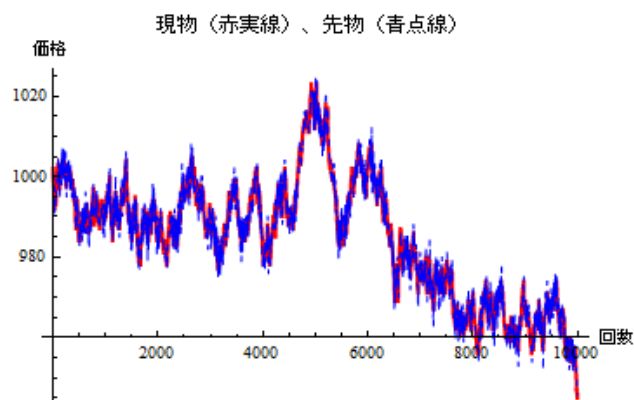


図 2 価格の推移 (two-market モデル)

	single-market	two-market	日経 225
mean	0.989754	0.961834	0.992942
median	0.988838	0.961146	0.994597
max	0.999691	0.991475	0.999191
min	0.976277	0.918485	0.960244
std	0.00478381	0.0151219	0.0067313

表 1 価格の相関係数の比較

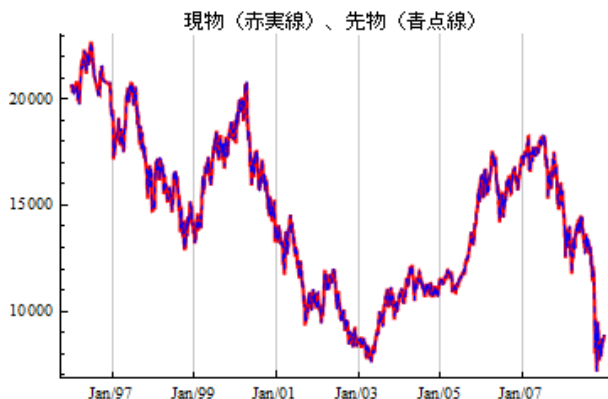


図 3 日経 225 と日経 225 先物の価格

4.3 結果の考察

図 3 は 1996 年 1 月 4 日から 2008 年 1 月 4 日までの日経 225 と日経 225 先物の日次の価格を表したもので、この相関係数は 0.999913 であった。両モデルのシミュレーション結果から導出した 2 つの価格の相関係数は、シミュレーションが実際の先物市場と現物市場の価格の連動性を再現していることを示唆するものと考えられる。

two-market モデルでの 2 つの価格の相関係数は single-market モデルよりやや低い、これは現物市場での取引において先物市場との整合性を考慮しない注文が入るためと思われる。

5. まとめ

従来の研究の多くでは 1 つの市場のみで取引を行うものとしてモデル化しているのに対し、本研究では 2 つの市場で同時に取引を行うようモデル化した two-market モデルを構築し、2 市場の連成シミュレーションを行った。two-market モデルでは、single-market モデルとほぼ同様の 2 つの価格の連動性を再現できたことから、さらにモデルを拡張しより詳細な分析を行う予定である。今後の課題として、エージェントの学習機能の付加や、値洗いやレバレッジなどの制約が投資家や市場に与える影響の解析を検討している。

参考文献

- [新関 05] 新関 三希代, 牧 大樹: 日経 225 株価指数と先物・オプション価格との関係: 非線形共分散検定による実証分析, 同志社大学ワールドワイドビジネスレビュー6(2), 2005.
- [U-Mart] U-Mart Project: <http://www.u-mart.org/>
- [Kitano 05] Kitano, H., T. Nakashima and H. Ishibuchi: Behavior Analysis of Futures Trading Agents Using Fuzzy Rule Extraction, Proc. of the 2005 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2005.
- [Duke 07] Duke, J. and C.D. Clack: Evolutionary simulation of hedging pressure in futures markets, GECCO '07, ACM, 2007.
- [Tan 07] Tan, L., Q. Zhong-ying, S. Xue-shen and L. Ying: Heterogeneous Agent Beliefs and Clustered Volatility in Commodity Futures Market, Proc. of the 2007 International Conference on Intelligent Pervasive Computing, 2007.