1E2-4

義務論理による法規範の記述と妥当性の検証について

Description and verification for vadility of laws using deontic logic

南部 優　　高橋 和子
Yu Nambu　　Kazuko Takahashi

関西学院大学大学院理工学研究科
School of Science&Technology,Kwansei Gakuin University

We give a formal representation to a systemized law which consists of rules and the goals to be achieved, and propose a method for verifying its validity. The validity is defined as the state that there exists a model that is consistent with the rules and that can achieve the goals. We also show the procedure for verifying the validity when the law is revised. Deontic logic, with a concept of obligation and permission, is used as the framework for verification. We illustrate the verification procedure using an example of university course curriculum.

1. はじめに

本研究では，義務と許可の概念を陽に扱える義務論理 [1] を用い体系化された法規範を形式的に表現し，その法規範とそれに対して変更を加えられたときの妥当性の証明のための手法を提案する．法規範の作成や改訂は現在人手で行われているが，その際生じる煩雑さや過ちなどが本手法によって除去されることを目指す．

検証すべき法規範の具体例として授業カリキュラムを採用する．授業カリキュラムは，卒業という目標と授業の履修，単位の取得といった枠組みによって成り立っている．達成すべき目標を卒業とし義務演算子で記述する．そのために必要な授業の履修とその関係性を規則としそれを許可演算子を用いて記述する．本研究では，法規範とそれに対する妥当性のみを扱うので解釈の問題はここでは扱わない．

まず妥当性を検証する方法について述べる．法規範の検証においてその妥当性を証明するために一定の基準が必要となる．ここで法規範において法規範自体が目標を内包していると考えることで，妥当性の検証において明確な基準を与えることができる．ここでは,「規則に反することなく、目標を達成する」ことを基準とする．この基準を達成できることを本研究は**法規範の妥当性**とする．

また，法規範において規則に則って目標を達成することは重要であるが，その規則において望まない過程を経て達成してしまう場合がある．例えば，卒業するには十分な単位を取得しているにもかかわらず，履修規則に欠点があり，規則どおりに履修したはずの科目に偏りが生じてしまい，十分な知識を得られず卒業を認めてしまう場合が考えられる．このような目標を達成してもその過程に問題が生じてしまう場合を規則の改訂によって排除することが必要になる．

規則の改訂を行う場合，新しく追加される規則と元の規則との関係において互いに矛盾が生じないか，各規則について調べる必要がある．その際，改訂版の規則について 1 から検証をするのではなく，差分とその影響を調べることでより簡潔に妥当性を検証する方法を提案する．

本論文は以下のように構成される．第 2 章では，義務論理について簡単に説明する．第 3 章では，授業カリキュラムの記述について説明する．第 4 章，第 5 章では，検証手順とその実行例を示す．第 6 章では，まとめと今後の課題を述べる．

連絡先: 南部優，関西学院大学理工学研究科, 〒 669-1337 三田市学園二丁目一番地 高橋和子研究室,(Phone/Fax)079-565-8391,nambu@kwansei.ac.jp

2. 義務論理

義務論理とは，必然性と可能性を扱う様相論理 [2] の応用であり義務と許可について扱うための論理体系である [1]. (命題) 義務論理では古典的な命題論理に加えて義務演算子 $\mathcal{O}$，許可演算子 $\mathcal{P}$ を使用する．以下に具体的な義務と許可の関係を表した関係を記述する．

$\mathcal{O}\phi \equiv \neg\mathcal{P}\neg\phi$

これは「ϕ は義務的であるということは，ϕ でないことは許可されていない」つまり「ϕ しないことは禁止されている」ということを意味し，禁止の概念も扱うことができる．

3. 記述方法

本研究で扱う規範である授業カリキュラムを構成する論理式を以下のように定義する．

科目名 A に対して「科目 A を履修する」という命題を**履修命題**とよび $\mathcal{A}$ と表現する．自然数 i に対して「i 単位取得する」という命題を**取得命題**とよび x_i と表現する．履修命題の有限個の論理積または論理和で結合した式を**複合履修命題**と呼ぶ．取得命題の有限個の論理和 $x_{k_1} \vee \ldots \vee x_{k_n}$ を**複合取得命題**と呼ぶ．ただし，$k_i \in \mathbb{N}(i = 1, \ldots, n)$.

規則は法規範における枠組みを意味するものであり $\mathcal{P}\phi$ または $\neg\mathcal{P}\phi$ で表す．ただし ϕ を複合履修命題とする．また $\mathcal{P}\phi$ によって表現される命題の集合を Φ と表現し，**遵守規則の集合**と呼ぶ．同様に $\neg\mathcal{P}\phi$ によって表現される命題の集合を Ψ と表現し，**禁止規則の集合**と呼ぶ．

目標はその法規範において達成すべき目標を意味するものであり，$\mathcal{O}X$ で表す．ただし，X を複合取得命題 $X = x_{k_1} \vee \ldots \vee x_{k_n}$ とする．与えられた規則の集合に出現するすべての履修命題の集合を S とする．S の各要素に真偽値を割り当てたものを S に対するモデルと定義する．S に対するモデル m に対してその中で真と割り当てられる命題の数を返す関数を f とする．M を S に対するモデルの集合とする．このとき，M の部分集合 $M'(X)$ を以下のように定義する．

$M'(X) = \{m \mid \exists i; k_i = f(m)\}$

直観的には $M'(X)$ は目標 $\mathcal{O}X$ を満たす S のモデルの集合である．

4. 検証

4.1 法規範の妥当性の検証

法規範は遵守規則の集合 Φ と目標 $\mathcal{O}X$ で与えられる．前者に反することなく後者を達成できるようなモデルが存在すればその法規範は妥当である．

まず遵守規則の集合 Φ と目標 $\mathcal{O}X$ を与える．ただし X は複合取得命題である．目標の達成を判断するには，Φ から X に含まれる取得命題を導出する必要がある．そこで，履修が許可されている科目から実際に特定の科目を履修すると何単位取得したかを表現する取得規則を生成する．具体的には，あるモデル m が実際に単位を取得した科目に対応することを利用する．以下はその定義である．

$\forall m \in M; f(m) = k_i$

ただし，M は Φ に出現するすべての履修命題の集合に対するモデルとする．次に全体でどれだけの単位を取得したかを計算する．まず取得命題間における加法の導入にあたり演算のための記号 $\oplus$ を定義する．i, j を自然数，$k = i + j$ とするとき，x_k を $x_i \oplus x_j$ と定義する．

あるモデル m における x_n を U^m とし，取得単位数とする．

U^m によって実際の取得単位数を表せることで，目標を $\mathcal{O}X$ とするとき，その x_n が $\mathcal{O}X$ に出現すれば Φ，$\mathcal{O}X$ で与えられた法規範である授業カリキュラムが妥当であると判定できる．

4.2 変更における妥当性の検証

規則を変更した場合の検証について述べる．集合 Φ が妥当であるための基準であるモデルの集合 $M'(X)$ に対して $M'(X)$ から m を除くために禁止規則の集合 Ψ を想定する．Ψ によって履修を禁止される場合に限り，妥当性が保証された法規範に対して変更を行うとき，その変更された法規範の妥当性の検証は以下の (1)，(2) を調べることで簡潔に行える．Ψ は $\neg\mathcal{P}(\phi_1), \ldots, \neg\mathcal{P}(\phi_n)$ の集合と考えられる．

(1) Ψ に含まれるある $\phi_i (i = 1, \ldots, n)$ を真にするモデル m' が $M'(X)$ に存在する．

(2) Ψ に含まれるすべての $\phi_i (i = 1, \ldots, n)$ を偽にするモデル m' が $M'(X)$ に存在する．

(1) は，Ψ を規則に追加することで $M'(X)$ から除去できるモデルが存在することを意味する．(2) は，Ψ によって $M'(X) = \{\}$ とならないことを意味する．

5. 実行例

5.1 法規範の妥当性の検証

まず表 1 のような遵守規則の集合 Φ，目標 $\mathcal{O}X$ が与えられたとする．Φ より履修命題の集合 S を導く．また具体例に当てはめる際に $\Phi, \mathcal{O}X$ を直観的に理解しやすいようにそれぞれ履修規則，卒業条件と呼ぶ．

Φ	$\Phi_1 \cup \Phi_2$
Φ_1	$\mathcal{P}(\mathcal{A} \vee \mathcal{B})$
Φ_2	$\mathcal{P}(\mathcal{C} \vee \mathcal{D})$
$\mathcal{O}X$	$\mathcal{O}(x_2 \vee x_3 \vee x_4)$
S	$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$

表 1: 履修命題,Φ, $\mathcal{O}X$ の具体例

履修規則 Φ は，Φ_1 と Φ_2 の 2 つの規則の集合からなっており Φ_1,Φ_2 はそれぞれ第 1 学年，第 2 学年とする．Φ_1 は第 1 学年において $\mathcal{A}$ と $\mathcal{B}$ という科目を履修することが許可されているという意味である．同様に，Φ_2 は第 2 学年において $\mathcal{C}$ と $\mathcal{D}$ という科目を履修が許可されていることを意味する．卒業条件 $\mathcal{O}X$ は，目標である「卒業する」ということへの具体的な条件であり，2 単位もしくは 3 単位もしくは 4 単位を取得しなければならないということを意味する．

S に対するモデルのすべての集合を M とする．存在する全ての履修命題に対して真偽値が割り当てられたので，取得規則より M の各要素に対応する取得単位が定まる．

例として $m^* \in M$ が $m^* = \{\mathcal{A} = T, \mathcal{B} = F, \mathcal{C} = F, \mathcal{D} = T\}$ となるような真偽値をとるとする．

第 1 学年である Φ_1 において，Φ_1 に含まれる要素は表 1 より $\mathcal{P}(\mathcal{A} \vee \mathcal{B})$ のみとなる．よって，第 1 学年の取得単位数である $U_1^{m^*}$ は取得規則より x_1 となる．第 2 学年である Φ_2 も Φ_1 と同様に要素が $\mathcal{P}(\mathcal{C} \vee \mathcal{D})$ のみとなるので，第 2 学年の取得単位数 $U_2^{m^*}$ は取得規則より x_1 となる．各学年における取得単位数より全体の総取得単位を計算する．表 2 より総取得単位数 U^{m^*} が x_2 であるとわかる．

U^{m^*}	$=$	$U_1^{m^*}$	$\oplus$	$U_2^{m^*}$
x_2	$=$	x_1	$\oplus$	x_1

表 2: m^* における総取得単位 U^{m^*}

最後に目標である卒業条件 $\mathcal{O}X$ を達成しているか否かの判定である．$\mathcal{O}X$ は，$\mathcal{O}X = \{\mathcal{O}X \mid X = x_i \vee \ldots \vee x_j\} (0 < i \leq j)$ の形で表すことができ，$\mathcal{O}(x_2 \vee x_3 \vee x_4)$ であるから $X = (x_2 \vee x_3 \vee x_4)$ である．また U^{m^*} は x_2 であり，X に出現する．以上より，Φ において $\mathcal{O}X$ を達成することのできるモデル $m \in M$ が存在することがわかった．

同様の操作を M のすべての要素に対して繰り返すと，$m \in M$ のうち，$f(m)$ が 2, 3, 4 となるような m の集合 $M'(x_2 \vee x_3 \vee x_4)$ を作成できる．この部分集合 $M'(x_2 \vee x_3 \vee x_4) \subset M$ が存在することから，この Φ において $\mathcal{O}X$ は妥当であると言える．

5.2 変更における妥当性の検証

次に規則の追加を行う．今回想定した場合において変更すべき点は「1 学年だけで卒業してしまう」場合，つまり履修が 1 学年に偏っている場合の排除である．これは想定された Φ , $\mathcal{O}X$ において本来望んでいない過程を経て目標を達成してしまう場合を除去するための操作である．

Ψ	
Ψ_1	$\neg\mathcal{P}(\neg\mathcal{A} \wedge \neg\mathcal{B})$
Ψ_2	$\neg\mathcal{P}(\neg\mathcal{C} \wedge \neg\mathcal{D})$

表 3: 新しい規則 Ψ

このような場合を $M'(x_2 \vee x_3 \vee x_4)$ から除くように表 3 で示されるような新しい規則 Ψ として導入する．この Ψ の妥当性を手順に従って検証する．

この例では Ψ は Ψ_1, Ψ_2 に分かれており，これらがともに満たされる必要がある．

まず，Ψ に出現する $\neg\mathcal{A} \wedge \neg\mathcal{B}$ または $\neg\mathcal{C} \wedge \neg\mathcal{D}$ のいずれかを真にするモデル m' が $M'(x_2 \vee x_3 \vee x_4)$ に存在することを確認する．

$\mathcal{A}, \mathcal{B}$ が共に偽，$\mathcal{C}, \mathcal{D}$ が共に真となるようなモデルを m_1 とする．$f(m_1) = 2$ より総取得単位数は x_2 となるため，$m_1 \in$

$M'(x_2 \vee x_3 \vee x_4)$ を満たす．また，m_1 において $\neg\mathcal{A}\wedge\neg\mathcal{B}$ は真になる．このとき，$\neg\mathcal{P}(\neg\mathcal{A}\wedge\neg\mathcal{B})$ は偽となり，Ψ は満たされない．m_1 は「1 学年だけで卒業してしまう」場合に相当し，このモデルを除去してよいことがわかる．

次に，Ψ に出現する $\neg\mathcal{A}\wedge\neg\mathcal{B}$ および $\neg\mathcal{C}\wedge\neg\mathcal{D}$ を偽にするモデル m' が $M'(x_2 \vee x_3 \vee x_4)$ に存在することを確認する．$\mathcal{A},\mathcal{C}$ が共に偽，$\mathcal{B},\mathcal{D}$ が共に真となるようなモデルを m_2 とする．$f(m_2) = 2$ より総取得単位数は x_2 となるため，$m_2 \in M'(x_2 \vee x_3 \vee x_4)$ を満たす．また，m_2 において $\neg\mathcal{A}\wedge\neg\mathcal{B}$ および $\neg\mathcal{C}\wedge\neg\mathcal{D}$ は偽になる．このとき，$\neg\mathcal{P}(\neg\mathcal{A}\wedge\neg\mathcal{B})$ および $\neg\mathcal{P}(\neg\mathcal{C}\wedge\neg\mathcal{D})$ はともに真となるので，Ψ は満たされる．m_2 は望ましいモデルであり，これが存在することから，追加規則が厳しすぎないことがわかる．

以上より，履修規則 Φ における卒業条件 $\mathcal{O}X$ とその変更における妥当性が証明できた．

6. おわりに

規則と達成すべき目標を内包する法規範を義務論理を用いて形式的に表現し，その法規範およびそれに変更が加えられたときの変更の妥当性を検証する手法について述べた．

本手法の問題点は，義務論理の許可の概念を十分に利用しきれなかったことである．義務と許可の関係に対して具体例として採用した授業カリキュラムでは許可演算子を用いて科目を表現したが，許可演算子がつかない科目との具体的な違いを明確に表現できていない．

今後の課題としては，義務論理において可能世界意味論を利用することによる拡張が考えられる．学年を 1 つの世界と考えることで別の法規範の妥当性の検証方法が存在すると思われる．

参考文献

[1] Risto Hilpinen. *"Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings"*. D.Reidel publishing company. 1971.

[2] George Edward Hughes and Maxwell John Cresswell. 三浦聰他訳．**様相論理入門**．恒星社厚生閣．1981.