

# 遺伝的アルゴリズムによるスケジューリング問題の最適化

## Optimization for Scheduling Problems using Genetic Algorithms

檀 裕也\*1

Yuya DAN

馬越 喜己\*2

Yoshiki UMAKOSHI

\*1\*2松山大学 経営学部

Faculty of Business Administration, Matsuyama University

In this paper, we study the optimization in flowshop and jobshop scheduling problems using genetic algorithms (GA). Although Johnson's algorithm solves the optimal solution to the problems in particular cases, we need the minimum time to complete projects for more generalized cases in the field of management. We reveal the characteristics of scheduling problems, then discuss the effectiveness and questions of applying GA to the combinatorial optimization.

### 1. はじめに

プロジェクトや生産工程など経営工学の分野におけるスケジューリング問題は、総所要時間が最小となる作業の割り当てを求める組み合わせ最適化の一例として知られている。フローショップ型およびジョブショップ型のスケジューリング問題に対して遺伝的アルゴリズムを適用した結果について報告するとともに、その有効性および課題について検討する。

### 2. スケジューリング問題

スケジューリング問題には、フローショップ型とジョブショップ型がある。

#### 2.1 フローショップ型

フローショップ型のスケジューリング問題 (FSP) とは、 $n$  個の仕事を  $m$  台の機械で処理するときの総所要時間を最小化する問題である。各機械は同時に 2 個以上の仕事を処理することはできず、それぞれの仕事には、各機械で処理に要する時間が与えられている。ただし、仕事の処理に使う機械は、どの仕事も同じように  $M_1, M_2, \dots, M_m$  の順とする。

Johnson[1] は、 $m = 2$  の FSP に対し最適解を求めるアルゴリズムを与えた。Johnson のアルゴリズムは、 $m = 3$  のうち、ある条件を満たす特別な場合にも拡張することができるが、一般に  $m \geq 3$  の場合に最適解を求めるアルゴリズムは存在しない。ただし、 $m \geq 3$  の場合に近似解を与えるものとして、Petrov[2] のアルゴリズムがある。

FSP は、 $n$  に対し  $n!$  通りの組み合わせを計算しなければならず、 $n$  が大きい場合はコンピュータを使っても最適解を求めることは困難である。

#### 2.2 ジョブショップ型

ジョブショップ型のスケジューリング問題 (JSP) は、仕事ごとに機械で処理する順番が異なってもいい場合における最適化問題で、FSP を一般化したものである。JSP は FSP に比べて制約条件が緩くなるため、探索する解候補の組み合わせは増大するものの、より小さな総所要時間を求めることが可能である。

連絡先: 檀 裕也

松山大学 経営学部

愛媛県松山市文京町 4-2

dan@cc.matsuyama-u.ac.jp

表 1: 2 機械 5 仕事の最適化問題

	$M_1$	$M_2$
A	4	5
B	4	1
C	30	4
D	6	30
E	2	3

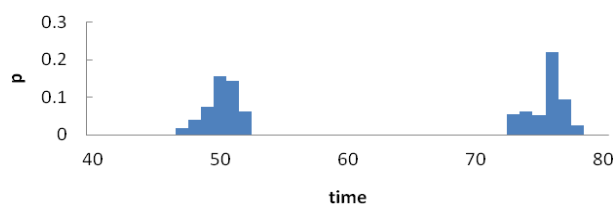


図 1: 解候補の分布

### 3. スケジューリング問題の性質

スケジューリング問題の性質を明らかにするために、表 1 で各仕事の処理時間が与えられた 2 機械 5 仕事の最適化問題における総所要時間を考える。

Johnson のアルゴリズムに従うと、 $E \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$  の順で仕事を処理すると、総所要時間は最小の 47 となる。一方、総所要時間の最大値は 78 で、そのときの仕事の順序は最適解の場合の逆順である。この例題における解候補となる仕事の順序は  $5! = 120$  通りに過ぎないが、乱数を使って 1000 通りの解候補を無作為に生成し、その分布を調べた結果が図 1 である。解候補の分布から、

- 最適解を与える仕事の順序は 18 件 (1.8 %) だけ現れる
- 解候補の分布は 2 つの山を形成し、その間は隔たっている

という特徴が見られる。

表 2: GA 実験における各種パラメータ

パラメータ	値
転換率	0.8
突然変異率	0.1
交叉確率	0.5

#### 4. 遺伝的アルゴリズムの適用

スケジューリング問題の性質を踏まえ、乱数を使って無作為に解を探索するランダムサーチは、近似解を求める場合には一定の効果があると考えられる。しかし、 $n$  の増大に対し、その近似の程度は一樣に保証されるわけではなく、精度を上げようとすると計算量が増大する。そこで、遺伝的アルゴリズムを適用して最適解または近似解を求めることが考えられる。フローショップ型のスケジューリング問題の場合、遺伝子の表現型は仕事の投入順序である。 $n$  個の順列集合に属する遺伝子の表現型  $p$  から Gantt チャートを使って総所要時間  $G(p)$  を計算する。すなわち、この場合のスケジューリング問題は  $G(p)$  の値を最小化する  $p$  を求める最適化問題である。

遺伝子コード（染色体）は、残り順序の相対的な順番を使って生成する。例えば、遺伝子  $p$  が  $E \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$  と表現されているとき、 $A=1$ 、 $B=2$ 、...、 $E=5$  の対応を踏まえ、遺伝子コードは 51321 とする。最初の遺伝子座 5 は仕事 E から始めることを示し、次の遺伝子座 1 は、仕事 E を除く A、B、C、D のうち 1 番目の仕事 A が来ることを意味する。以下は同様に相対的な順番で構成することで、遺伝子コードを生成する。このように遺伝子コードを設計すると、致死遺伝子の発生を防ぐことができる。[3]

#### 5. 実験結果

フローショップ型のスケジューリング問題について遺伝的アルゴリズムを適用し、最適解を求めた。このとき、個体数は 10 とし、総所要時間の逆数として算出される適合度に基づき、世代を経るごとにルーレット方式で個体を選択した。さらに優良個体を次の世代に残すために、エリート戦略を採用した。その他、1 回の生殖で次の世代と入れ替わる転換率、突然変異率、交叉確率は表 2 に示した通りである。

実験の結果、第 5 世代で最適解（185）を求めることができた。各世代の個体集合における総所要時間の最大値、平均値および最低値（最適値）のグラフを図 2 に示す。エリート戦略を採用していることから、解候補の最適値は単調減少し、世代を経るごとに最適解から離れることはないといえる。

#### 6. まとめ

フローショップ型のスケジューリング問題 (FSP) に対して遺伝的アルゴリズムを適用した結果について述べた。ランダムサーチに比べ、初期値として与える個体集合に最適解が含まれていない場合であっても、世代を経る進化計算によって最適解が得られることがわかった。さらに、エリート戦略によって近似解の程度が改良されていることが確認できた。

しかし、一般の  $n$  および  $m$  に対し、適切なパラメータの設定が自動化できないか、課題は残っている。また、ジョブショップ型のスケジューリング問題 (JSP) について計算に最適な遺伝子型の検討が不十分である点は、今後の課題である。

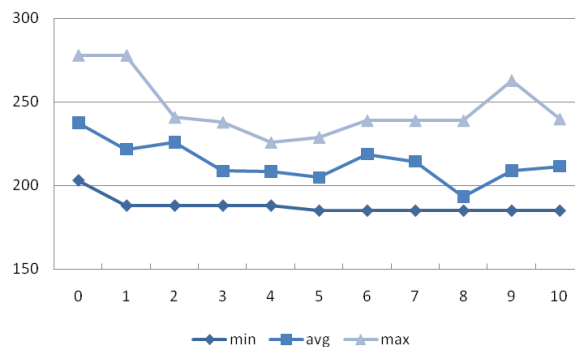


図 2: 解の探索（各世代における総所要時間の推移）

#### 参考文献

- [1] Johnson, S. M.: Optimal two- and three-stage production schedules with setup time included, Naval Research Logistics Quarterly, Vol.1, No.1, pp.61-68 (1954).
- [2] Petrov, V. A.: Flowlines group production planning, Business Publishing (1968).
- [3] 伊庭齊志: C による探索プログラミング, オーム社 (2008).